VILNIAUS UNIVERSITETAS
FIZIKOS FAKULTETAS

Branduolio fizika

Parengė A. Poškus

Vilnius

2019-12-17

Turinys

1. Įvadas. Laisvųjų dalelių kvantinės mechanikos elementai 1

1.1. Branduolio nukleonų energijos diskretumo aiškinimas. Dalelė stačiakampėje potencialo duobėje 1

1.2. Laisvų dalelių būsenų tankis 6

2. Branduolio ryšio energija 9

2.1. Branduolinės jėgos savybės 9

2.2. Branduolio masės defektas. Veiczekerio formulė 10

2.3. Izobarų stabilumo palyginimas 14

2.4. Sunkiųjų branduolių nestabilumas 15

3. Sluoksninis branduolio modelis 18

3.1. Branduolys kaip daugelio nepriklausomų fermionų sistema 18

3.2. Branduolio nukleono kvantiniai skaičiai 22

3.3. Nukleono banginė funkcija. Būsenos lyginumas. s nukleonų energijos lygmenys 24

3.4. Nukleono banginė funkcija atsižvelgus į nukleono sukinį 28

3.5. Branduolio banginės funkcijos 29

3.6. Magiškieji skaičiai. Nukleono sukinio ir orbitos sąveika 32

3.7. Branduolio sukinys 37

3.8. Kai kurių branduolių konfigūracijos ir energijos lygmenys 38

3.9. Branduolio magnetinis momentas 39

4. Kolektyvinės branduolio būsenos 43

4.1. Virpesių būsenos 43

4.2. Deformuoti branduoliai 46

4.3. Sukimosi būsenos 46

5. Branduolių nestabilumas 48

5.1. Alfa skilimas 48

5.1.1. Pagrindinės alfa skilimo ypatybės 48

5.1.2. Laisvos dalelės banginė funkcija ir tunelinis reiškinys 50

5.1.3. Geigerio ir Netolo dėsnio išvedimas 52

5.2. Gama spinduliavimas 53

5.2.1. Gama spinduliavimo ir vidinės konversijos sąvokos 53

5.2.2. Daugiapolės spinduliuotės sąvoka, jos impulso momentas ir lyginumas 54

5.2.3. Daugiapolės spinduliuotės intensyvumas 58

5.2.4. Daugiapolės spinduliuotės kvantinis pobūdis 60

5.2.5. Kvantinio šuolio daugiapoliai momentai 60

5.2.6. Branduolio kvantinių šuolių tikimybių skaičiavimas 62

5.2.7. E1 kvantinių šuolių tikimybės per laiko vienetą bendroji išraiška 67

5.3. Kvantinių šuolių teorija 69

5.3.1. Elementarioji kvantinė elektromagnetinio spinduliavimo teorija 69

5.3.2. Spinduliuojamųjų kvantinių šuolių teorija 71

5.3.3. *Spinduliuotės linijos forma. Natūralusis linijos plotis* 76

5.4. Beta skilimas 78

5.4.1. *Beta skilimo bendrosios savybės* 78

5.4.2. *Beta dalelių spektras* 80

5.4.3. *Beta skilimo atrankos taisyklės* 85
5.4.4. *Įvairaus tipo beta skilimų spartų palyginimas* 90

6. Branduolinės reakcijos 92

6.1. Įvadas. Branduolinės reakcijos sąvoka 92

6.2. Sąveikos skerspjūvio ir diferencialinio sąveikos skerspjūvio sąvokos 93

6.3. Branduolinių reakcijų pavyzdžiai 95
6.3.1. *Tamprioji sklaida* 95
6.3.2. *Tiesioginės reakcijos* 98
6.3.3. *Tarpinio branduolio reakcijos* 98
6.3.4. *Rezonansai* 99

6.4. Bendrosios branduolinių reakcijų savybės 101
6.4.1. *Energijos spektrai* 101
6.4.2. *Antrinių dalelių išlėkimo krypčių pasiskirstymai* 102
6.4.3. *Branduolinių reakcijų skerspjūvių klasikinės išraiškos* 103
6.4.4. *Dalinių sferinių bangų sąvoka* 106
6.4.5. *s bangų (l = 0) tampriosios sklaidos ir reakcijos skerspjūvių bendrosios išraiškos* 107
6.4.6. *Banginės funkcijos tolydumas ant branduolio paviršiaus* 110
6.4.7. *Mažos energijos neutronų pagavimo reakcijos skerspjūvis* 111

6.5. Tamprioji sklaida ir branduolio dydis 112
6.5.1. *Elektronų sklaida* 112
6.5.2. *Optinis modelis* 114

6.6. Tiesioginės reakcijos 116
6.6.1. *Judesio kiekio momento pokytis tiesioginėse reakcijose* 116
6.6.2. *Selektyvumas tiesioginėse reakcijose* 118

6.7. Tarpinio branduolio reakcijos 120

6.8. Rezonansinės reakcijos 125
6.8.1. *„Kvazisurištosios“ branduolio būsenos ištisinio spektro srityje* 125
6.8.2. *Rezonansinių reakcijų skerspjūvio išraiška* 127

6.9. Mažos energijos neutronų sukeltos dalijimosi reakcijos 131

7. Jonizuojančiosios spinduliuotės sąveika su medžiaga 133

7.1. Įvadas 133

7.2. Sunkiųjų elektringųjų dalelių sąveika su medžiaga 133
7.2.1. *Betės formulė* 134
7.2.2. *Stabdymo gebos priklausomybė nuo dalelės kinetinės energijos* 138
7.2.3. *Brego kreivė* 139
7.2.4. *Stabdymo gebos ir siekio priklausomybė nuo dalelės masės ir krūvio* 139
7.2.5. *Stabdymo gebos ir siekio priklausomybė nuo stabdančiosios medžiagos* 140

7.3. Elektronų sąveika su medžiaga 141

7.4. Gama spinduliuotės sąveika su medžiaga 144
7.4.1. *Fotoelektrinis efektas* 144
7.4.2. *Komptono sklaida* 145
7.4.3. *Porų kūrimas* 147
7.4.4. *Silpimo koeficientas* 147

7.5. Neutronų sąveika su medžiaga 149
7.5.1. *Neutronų pluošto intensyvumo mažėjimas medžiagoje* 149
7.5.2. *Neutronų lėtinimas* 150
7.5.3. *Neutronų sukeltas radioaktyvumas* 154
7.5.4. *Neutronų difrakcija kristaluose* 155

8. Branduolinių ir termobranduolinių reaktorių fizikos pradmenys 160
8.1. Branduolių dalijimosi reakcija ir jos energija 160
8.1.1. *Branduolio dalijimosi metu išsiskirianti energija* 160
8.1.2. *Dalijimosi reakcijos skerspjūvis* 162
8.1.3. *Neutronų emisija dalijantis sunkiesiems branduoliams* 163
8.2. Valdoma branduolių dalijimosi reakcija šiluminių neutronų reaktoriuje 164
8.2.1. Grandininė branduolių dalijimosi reakcija 164
8.2.2. Neutronų lėtikliai 164
8.2.3. Neutronų ciklas šiluminių neutronų reaktoriuje 165
8.2.4. Reaktoriaus optimizavimas 168
8.2.5. Neutronų skaičiaus priklausomybė nuo laiko 170
8.2.6. Reaktoriaus apsinuodijimo reiškinys 171
8.3. Branduolinio reaktoriaus matmenų apskaičiavimas 174
8.3.1. Difuzija 174
8.3.2. Tolydumo lygtis 174
8.3.3. Difuzijos nuotolis 176
8.3.4. Reaktoriaus lygtis 177
8.3.5. Reaktoriaus lygties sprendimas 179
8.4. Branduolių sintezė 182
8.4.1. *Branduolių sintezės reakcijos produktų kinetinė energija* 183
8.4.2. *Branduolių sintezės reakcijos skerspjūvis* 183
8.4.3. *Reakcijos sparta* 184
8.4.4. *Valdomos termobranduolinės reakcijos sąlygos* 186
8.4.5. *Magnetinis plazmos išlaikymas* 187
9. Jonizuojančiosios spinduliuotės biologinis poveikis 190
9.1. Įvadas 190
9.2. Netiesioginė cheminė pažaida 191
9.3. Jonizuojančiosios spinduliuotės dozės sąvoka 192
9.4. Kritinių audinių pažaida 195
9.4.1. Sudėtingų molekulių pažaida 195
9.4.2. Ląstelių pažaida 196
9.4.3. Pažaidą modifikuojantys veiksniai 199
10. Jonizuojančioji spinduliuotė aplinkoje 201
10.1. Jonizuojančiosios spinduliuotės šaltiniai 201
10.1.1. Natūralieji šaltiniai 201
10.1.2. Dirbtiniai šaltiniai 202
10.2. Dozės apskaičiavimas 203
10.2.1. Išoriniai radioaktyvieji šaltiniai 203
10.2.2. Vidiniai radioaktyvieji šaltiniai 204
10.3. Rizikos apskaičiavimas 205
11. Rentgeno ir žymėtųjų atomų tomografija 207
11.1. Kompiuterinės tomografijos matematiniai principai 207
11.2. Kompiuterinė rentgeno tomografija 208
11.3. Žymėtųjų atomų metodas. Vieno fotono emisijos kompiuterinė tomografija 209
11.4. Pozitrono emisijos kompiuterinė tomografija 210
Literatūra 212

1. Įvadas. Laisvųjų dalelių kvantinės mechanikos elementai

1.1. Branduolio nukleonų energijos diskretumo aiškinimas. Dalelė stačiakampėje potencialo duobėje

Nukleonų ypatybė, kuri išplaukia iš kvantinės mechanikos dėsnių, yra jų energijos diskretumas. Tai reiškia, kad yra galimos tik tam tikros nukleono energijos vertės, kurios atskirtos baigtinio pločio tarpais. Šios diskrečios energijos vertės yra vadinamos nukleono ***energijos lygmenimis***. Teoriškai nukleono energijos lygmenys apskaičiuojami sprendžiant vadinamąją Šrėdingerio lygtį. Tai yra diferencialinė lygtis, kurios nežinomoji funkcija yra vadinamoji banginė funkcija. Todėl, prieš aptariant pačią Šrėdingerio lygtį, reikia apibrėžti nukleono banginės funkcijos sąvoką. Dalelės banginės funkcijos sąvoka prasmės aiškinimas yra susijęs su tuo, kad dalelės koordinatė nėra tiksliai apibrėžta. T. y. matuodami mikrodalelės koordinatę daug kartų, gautume skirtingas vertes, net jeigu dalelės būsena matuojant nekinta. Todėl, nusakant dalelių pasiskirstymą erdvėje, tenka vartoti tikimybės tankio sąvoką. Dalelės ***banginė funkcija*** – tai koordinačių ir laiko kompleksinė funkcija $\Psi(x,y,z,t)$, kuri apibūdina dalelės judėjimo būseną ir kurios modulio kvadratas lygus tikimybės tankiui aptikti duotosios būsenos dalelę erdvės taške su koordinatėmis x, y ir z laiko momentu t:

$$|\Psi|^2 = \frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}V} \tag{1.1.1a}$$

arba

$$\mathrm{d}P = |\Psi|^2\,\mathrm{d}V\,. \tag{1.1.1b}$$

Tikimybės tankis – tai dalelės radimo duotojoje nykstamojoje erdvės srityje tikimybės $\mathrm{d}P$ ir tos srities tūrio $\mathrm{d}V$ santykis $\mathrm{d}P/\mathrm{d}V$. Iš banginės funkcijos apibrėžties (1.1.1b) išplaukia, kad tikimybė aptikti dalelę baigtiniame tūryje V yra lygi

$$P = \int_V \mathrm{d}P = \int_V |\Psi|^2\,\mathrm{d}V\,. \tag{1.1.2}$$

Jeigu tūris V artėja į begalybę, tada tikimybė P turi artėti į vienetą, nes dalelė tikrai yra kuriame nors erdvės taške. Iš čia išplaukia ši ***banginės funkcijos normavimo sąlyga***:

$$\int_\infty |\Psi|^2\,\mathrm{d}V = 1\,; \tag{1.1.3}$$

čia integruojama visoje erdvėje.

Šrėdingerio lygtis yra pagrindinė nereliatyvistinės kvantinės mechanikos lygtis, kuri matematiškai apibrėžia dalelės banginę funkciją Ψ. Jeigu dalelę veikianti jėga nepriklauso nuo dalelės greičio, tada Šrėdingerio lygtis yra tokio pavidalo:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi + U(x,y,z,t)\Psi = \mathrm{i}\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}\,; \tag{1.1.4}$$

čia $\hbar$ yra mažoji Planko konstanta, m yra dalelės masė, ∇ yra diferencialinis „nabla“ operatorius, ∇^2 yra Laplaso operatorius, $\mathrm{i} = \sqrt{-1}$ yra menamasis vienetas, U yra dalelės potencinė energija. Šrėdingerio lygties (1.1.4) vaidmuo nereliatyvistinėje kvantinėje mechanikoje yra toks pat, koks yra Niutono dėsnių vaidmuo klasikinėje mechanikoje. (1.1.4) yra ***nenuostovioji Šrėdingerio lygtis***. Jeigu dalelės potencinė energija U išreikštu pavidalu nepriklauso nuo laiko (t. y. jeigu dalelė juda ***nuostoviajame potencialiniame lauke***), tada (1.1.4) lygties sprendiniai yra tokio pavidalo:

$$\Psi(x,y,z,t) = \psi(x,y,z)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}Et/\hbar}\,, \tag{1.1.5}$$

o erdvinių koordinačių funkciją $\psi(x,y,z)$ nusako ši lygtis:

$$\nabla^2\psi + \frac{2m}{\hbar^2}[E - U(x,y,z)]\psi = 0\,; \tag{1.1.6}$$

čia E yra pilnutinė mechaninė dalelės energija. (1.1.5) reiškinyje „e“ yra Eulerio konstanta [1] ($\mathrm{e} \approx 2{,}7182818$). (1.1.6) lygtis vadinama ***nuostoviąja Šrėdingerio lygtimi***. Jeigu dalelės potencinė

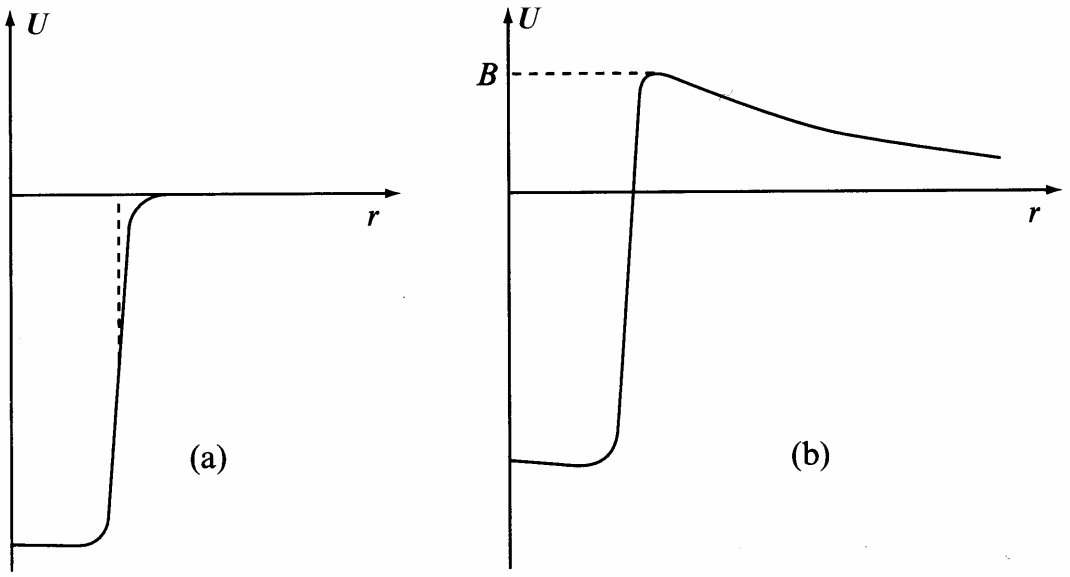
[1] Raide „e“ žymimas ir elementarusis krūvis. Čia ir toliau Eulerio konstanta e rašoma stačiu šriftu, o elementariojo krūvio žymuo – pasvirusiu šriftu (*e*).

energija išreikštu pavidalu nepriklauso nuo laiko (pvz., elektrono judėjimas atome, nukleono judėjimas branduolyje arba dalelių laisvasis judėjimas vakuume), „bangine funkcija“ dažniausiai vadinama būtent erdvinių koordinačių funkcija $\psi(x,y,z)$, o ne pilnoji funkcija (1.1.5). Sistemos (arba dalelės) būsenos, kurias nusako nuostoviosios Šrėdingerio lygties (1.1.6) sprendiniai, vadinamos ***nuostoviosiomis būsenomis***, nes kvantinė mechanika teigia, kad, kai izoliuotos sistemos būsena atitinka nuostoviosios Šrėdingerio lygties (1.1.6) sprendinį, ta sistema turėtų nekeisti savo būsenos neribotai ilgai.

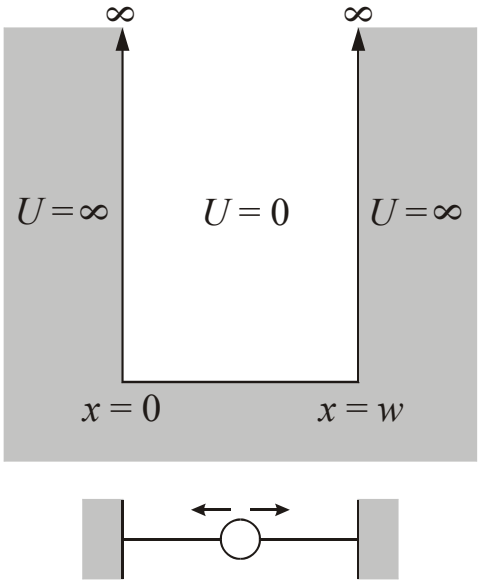
Nukleono atveju funkcijos $U(x, y, z)$ pavidalas yra toks, kaip parodyta 1.1 pav. Kaip matome, nukleonas yra potencinėje duobėje. Dabar galime išsiaiškinti, kodėl nukleono energija yra diskreti. Apskritai, ne visi Šrėdingerio lygties sprendiniai turi fizikinę prasmę, t. y. ne visi sprendiniai gali atlikti banginių funkcijų vaidmenį. Kadangi banginės funkcijos modulio kvadratas turi tikimybės tankio prasmę, tai banginė funkcija turi būti:

1) baigtinė (tikimybės tankis negali būti begalinis);
2) vienareikšmė (tikimybė negali būti daugiareikšmė);
3) tolydi (tikimybės tankis erdvėje negali kisti šuoliais).

Tolydumo sąlygą turi atitikti ne tik pati banginė funkcija, bet ir jos pirmosios išvestinės koordinačių atžvilgiu (taip pat, kaip ir klasikinių bangų atveju). Vienintelis atvejis, kai banginės funkcijos išvestinė koordinatės atžvilgiu gali turėti trūkį – tai begalinio aukščio potencinės energijos šuolis. Jeigu dalelė yra potencinėje duobėje, tada šios sąlygos gali būti tenkinamos tik esant tam tikroms E vertėms. Tai ir yra galimosios tos dalelės energijos vertės (jos vadinamos ***energijos lygmenimis***), o atitinkami Šrėdingerio lygties sprendiniai yra dalelės banginės funkcijos, kai dalelė užima atitinkamą energijos lygmenį. Šis teiginys galioja esant bet kokio pavidalo potencinei duobei. Paprasčiausia potencinė duobė, kuria galima aproksimuoti 1.1 pav. pavaizduotąją potencinę duobę, yra begalinio gylio vienmatė stačiakampė potencinė duobė (žr. 1.2 pav.). T. y. potencinė energija lygi nuliui, kai koordinatė x yra tarp 0 ir w, ir lygi begalybei, kai koordinatė x yra neigiama arba didesnė už w:



1.1 pav. Neutrono (a) ir protono (b) potencinės energijos priklausomybė nuo atstumo iki branduolio centro. Už branduolio ribų protoną veikia tik kuloninė stūmos jėga, kurią atitinka potencinė energija $U = Ze^2 / (4\pi\varepsilon_0 r)$.



1.2 pav. Begalinio gylio stačiakampė potencialo duobė. Dalelė gali laisvai judėti erdvės srityje $0 \le x \le w$, tačiau negali būti erdvės srityse $x < 0$ ir $x > w$. Apačioje pavaizduotas tokios sistemos klasikinis analogas: rutuliukas, kuris slysta be trinties išilgai vielos ir tampriai atšoka nuo kietų sienų taškuose $x = 0$ ir $x = w$

$$U(x) = \begin{cases} 0, & 0 \le x \le w; \\ \infty, & x < 0 \text{ ir } x > w. \end{cases} \tag{1.1.7}$$

T. y. intervale $[0, w]$ dalelės neveikia jokia jėga, tačiau taškuose $x = 0$ ir $x = w$ jos judėjimą riboja be galo aukštos duobės sienelės. Kadangi dalelės pilnutinė energija E negali būti be galo didelė, tai dalelė negali egzistuoti srityse $x < 0$ ir $x > w$. Prisiminus banginės funkcijos ψ statistinį aiškinimą, tai reiškia, kad

$$\psi(x) \equiv 0, \quad \text{kai } x < 0 \text{ arba } x > w. \tag{1.1.8}$$

Kadangi sprendžiamasis uždavinys yra vienmatis, Šrėdingerio lygtyje (1.1.6) vietoj operatoriaus ∇^2 reikia naudoti antrąją išvestinę x atžvilgiu. Tada iš (1.1.7) išplaukia, kad intervale $[0, w]$ Šrėdingerio lygtis yra tokia:

$$\frac{\mathrm{d}^2\psi}{\mathrm{d}x^2} + \frac{2m}{\hbar^2}E\psi = 0 \qquad (0 \le x \le w). \tag{1.1.9}$$

Pažymėjus

$$\sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}E} = k\,, \tag{1.1.10}$$

(1.1.9) lygtį galima užrašyti trumpesniu pavidalu:

$$\frac{\mathrm{d}^2\psi}{\mathrm{d}x^2} + k^2 \cdot \psi = 0 \qquad (0 \le x \le w). \tag{1.1.11}$$

Šios lygties bendrasis sprendinys yra tokio pavidalo:

$$\psi(x) = A\sin kx + B\cos kx\,. \tag{1.1.12}$$

Konstantos A ir B randamos iš lygties kraštinių sąlygų, t. y. ieškomosios funkcijos ψ verčių taškuose $x = 0$ ir $x = w$. Remiantis (1.1.8) ir tuo, kad funkcija ψ negali turėti trūkio taškuose $x = 0$ ir $x = w$ (tai yra viena iš trijų minėtųjų standartinių sąlygų), kraštinės sąlygos šiuo atveju yra

$$\psi(0) = 0, \quad \psi(w) = 0. \tag{1.1.13}$$

Šiuo atveju nėra reikalaujama, kad banginės funkcijos išvestinė būtų tolydi taškuose $x = 0$ ir $x = w$, nes tuose taškuose yra *begalinio aukščio* potencinės energijos šuolis (tai yra vienintelis atvejis, kai banginės funkcijos išvestinė gali turėti trūkį). Dabar konstantas A ir B galima išreikšti, paeiliui įrašius $x = 0$ ir $x = w$ į (1.1.12) reiškinį ir prilyginus jį nuliui. Taip gauname:

1) $A\cdot\sin(0) + B\cdot\cos(0) = B = 0$,
2) $A\cdot\sin kw + B\cdot\cos kw = A\cdot\sin kw + 0\cdot\cos kw = A\cdot\sin kw = 0$.

Iš pirmosios sąlygos išplaukia, kad dalelės banginė funkcija yra lygi

$$\psi(x) = A\sin kx\,. \tag{1.1.14}$$

Iš antrosios sąlygos išplaukia, kad $A = 0$ arba $\sin kw = 0$. Tačiau daugiklis A negali būti lygus nuliui, nes tada banginė funkcija ψ bus tapačiai lygi nuliui (nes $B = 0$). Vadinasi, turi galioti lygybė $\sin kw = 0$. Ši lygybė galioja, kai $kw = n\pi$ ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$). Tačiau vertę $n = 0$ reikia atmesti, nes tada $k = 0$ ir pagal (1.1.14) $\psi(x) \equiv 0$. Įrašę gautąsias k vertes į (1.1.10) ir išreiškę E, išvedame:

$$E = E_n = n^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mw^2} = n^2 \frac{h^2}{8mw^2} \quad (n = 1, 2, 3, \ldots). \qquad (1.1.15)$$

Vienintelis likęs nežinomasis – tai (1.1.14) formulės daugiklis A. Šis daugiklis skaičiuojamas remiantis normavimo sąlyga (1.1.3), kuri šiuo atveju yra tokio pavidalo:

$$\int_0^w \psi^2(x)\mathrm{d}x = 1. \qquad (1.1.16)$$

Čia integruojama ne tūrio atžvilgiu, o ilgio atžvilgiu, nes sprendžiamasis uždavinys yra vienmatis ($|\psi|^2$ nusako tikimybę ilgio vienetui, o ne tūrio vienetui). Įrašę ψ išraišką (1.1.14) į (1.1.16), pasinaudoję tapatybe $\sin^2 kx = (1 - \cos 2kx) / 2$ ir integravę, gauname $A^2 \cdot w/2 = 1$ arba

$$A = \sqrt{\frac{2}{w}}. \qquad (1.1.17)$$

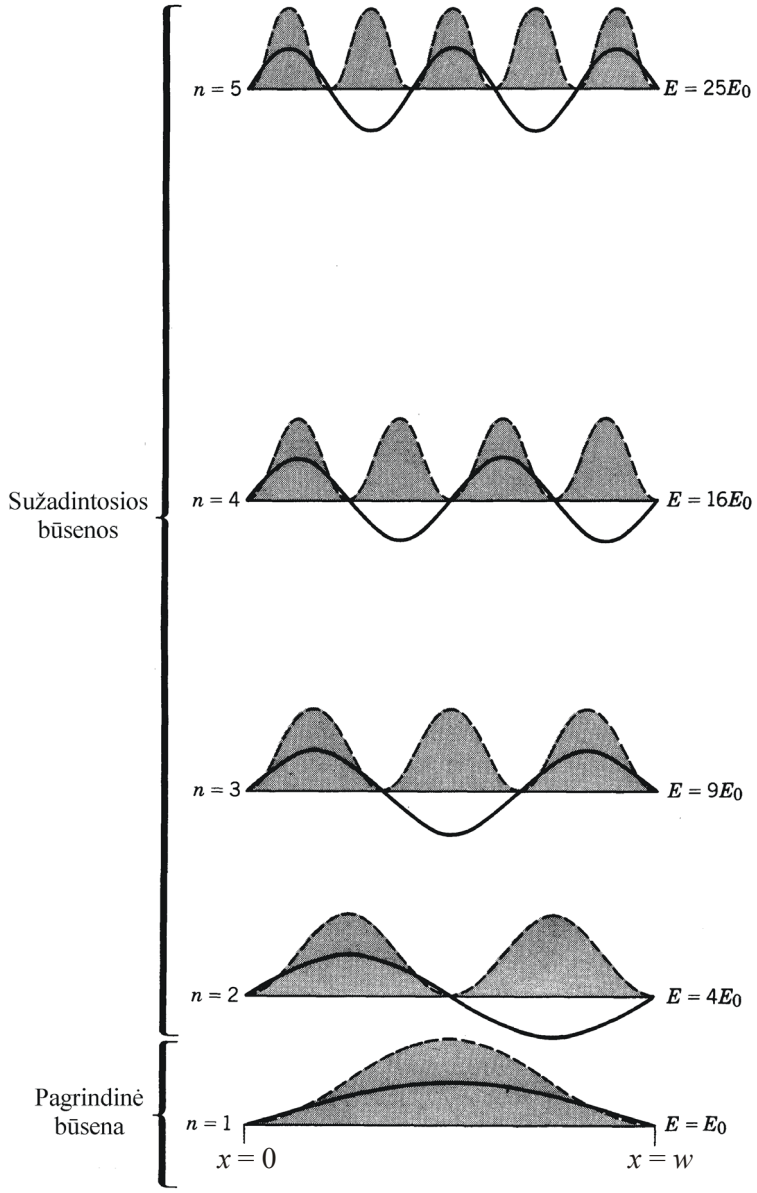
Taigi, galutinė banginių funkcijų išraiška yra šitokia:

$$\psi(x) = \psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{w}} \sin \frac{n\pi}{w} x$$

$$(n = 1, 2, 3 \ldots). \qquad (1.1.18)$$

Matome, kad neigiamosios n vertės yra atmestos, nes n ženklo pakeitimas pasireiškia tik banginės funkcijos $\psi(x)$ ženklo pakeitimu, t. y. priešingos n vertės atitinka tą pačią dalelės būseną.

(1.1.15) formulė nusako be galo gilioje potencialo duobėje esančios dalelės energijos lygmenis, o (1.1.18) formulė nusako atitinkamas bangines funkcijas. Įsitikinome, kad potencialo duobėje esančios dalelės energija gali būti lygi ne bet kokiai vertei, o tik diskrečioms vertėms. Be to, matome, kad gretimų energijos lygmenų skirtumas yra tuo didesnis, kuo mažesnis potencialo duobės plotis w. Jeigu w yra makroskopinis (t. y. labai didelis), tada, apskaičiavę energijos lygmenis pagal (1.1.15) formulę, gautume, kad atstumai tarp energijos lygmenų yra labai maži. Pvz., kai $w = 10$ cm, o dalelė yra nukleonas ($m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg), tada gretimų lygmenų skirtumas yra tik 10^{-20} eV eilės, todėl galima tvirtinti, kad visos teigiamos E vertės yra galimos, kaip teigia klasikinė mechanika. Jeigu w yra tos pačios eilės kaip branduolio spindulys ($4 \cdot 10^{-15}$ m), tada iš (1.1.15) išplaukia, kad intervalas tarp dviejų žemiausiųjų energijos lygmenų yra maždaug 40 MeV. Tokios pačios eilės yra ir tipiški išmatuoti branduolių energijos lygmenų skirtumai.



1.3 pav. Be galo gilios vienmatės stačiakampės potencialo duobės energijos lygmenys, banginės funkcijos (ištisinės kreivės) ir tikimybės tankiai (brūkšninės kreivės). Energija E_0 lygi $h^2/(8mw^2)$

Banginės funkcijos, kurios atitinka skirtingus energijos lygmenis, ir atitinkami tikimybės tankiai (banginių funkcijų kvadratai) pavaizduoti 1.3 pav. Matome, kad skaičius $n-1$ nusako banginės funkcijos mazgų (t. y. perėjimų per nulį) skaičių intervale $0 < x < w$. Pagal banginės funkcijos statistinį aiškinimą tikimybė aptikti dalelę banginės funkcijos mazge lygi nuliui. Kaip matyti 1.3 pav., didžiausia tikimybė aptikti dalelę yra pusiaukelėje tarp dviejų gretimų mazgų. Tai yra dar vienas klasikinės mechanikos ir kvantinės mechanikos skirtumas: pagal klasikinę mechaniką dalelės buvimo visuose taškuose tarp 0 ir w tikimybės yra vienodos.

Vienmatės begalinio gylio potencialo duobės analizę nesunku apibendrinti nagrinėjant trimatę stačiakampę potencialo duobę. Tarkime, kad dalelė „uždaryta“ kubinėje dėžėje, kurios briaunos ilgis yra w. Šiuo atveju vietoj vienmatės Šrėdingerio lygties (1.1.9) reikia spręsti trimatę lygtį

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}+\frac{2m}{\hbar^2}E\psi=0\,, \tag{1.1.19}$$

o vietoj dviejų kraštinių sąlygų (1.1.13) turime šešias kraštines sąlygas – po vieną kiekvienai kubo sienai:

$$\begin{cases}\psi(0,y,z)=0, & \psi(w,y,z)=0;\\ \psi(x,0,z)=0, & \psi(x,w,z)=0;\\ \psi(x,y,0)=0, & \psi(x,y,w)=0.\end{cases} \tag{1.1.20}$$

(1.1.19) lygtį spręsime kintamųjų atskyrimo metodu. T. y. šios lygties sprendinius (tikrines funkcijas) išreikšime trijų vieno kintamojo funkcijų sandaugos pavidalu:

$$\psi(x,y,z)=X(x)Y(y)Z(z)\,. \tag{1.1.21}$$

Įrašę (1.1.21) į (1.1.19) ir padaliję abi puses iš $\psi(x,y,z)$, gauname tokią lygtį:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{1}{X}\frac{\partial^2 X}{\partial x^2}+\frac{1}{Y}\frac{\partial^2 Y}{\partial y^2}+\frac{1}{Z}\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2}\right)=E\,. \tag{1.1.22}$$

Kiekvienas iš trijų dėmenų, kurie yra šios lygties kairiojoje pusėje, priklauso tik nuo vieno kintamojo x, y arba z. Kadangi x, y ir z kinta nepriklausomai vienas nuo kito, šie trys dėmenys taip pat kinta nepriklausomai vienas nuo kito. Todėl (1.1.22) lygybė gali būti tiksli esant visoms x, y ir z vertėms tik tuo atveju, kai kiekvienas iš šių trijų dėmenų yra lygus konstantai:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{1}{X}\frac{\partial^2 X}{\partial x^2}\right)=const=E_x\,,\ -\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{1}{Y}\frac{\partial^2 Y}{\partial y^2}\right)=const=E_y\,,\ -\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{1}{Z}\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2}\right)=const=E_z\,, \tag{1.1.23}$$

ir kai visų šių konstantų suma yra lygi E:

$$E_x+E_y+E_z=E. \tag{1.1.24}$$

Kiekviena iš trijų lygčių (1.1.23) yra tokio paties pavidalo kaip vienmatė Šrėdingerio lygtis (1.1.9). Todėl šių lygčių sprendiniai išreiškiami (1.1.15) ir (1.1.18) formulėmis. Taigi, kiekvieną nuostoviąją dalelės būseną kubinėje „dėžėje“ vienareikšmiškai nusako trys sveikieji skaičiai n_x, n_y ir n_z. Tų būsenų energijos lygios

$$E=E_n=\frac{h^2}{8mw^2}\left(n_x^2+n_y^2+n_z^2\right)\qquad (n_x,\,n_y,\,n_z=1,\,2,\,3,\,\ldots), \tag{1.1.25}$$

o atitinkamos banginės funkcijos yra

$$\psi(x,y,z)=\psi_{n_x,n_y,n_z}(x)=\left(\frac{2}{w}\right)^{\frac{3}{2}}\sin k_x x\cdot\sin k_y y\cdot\sin k_z z\,; \tag{1.1.26}$$

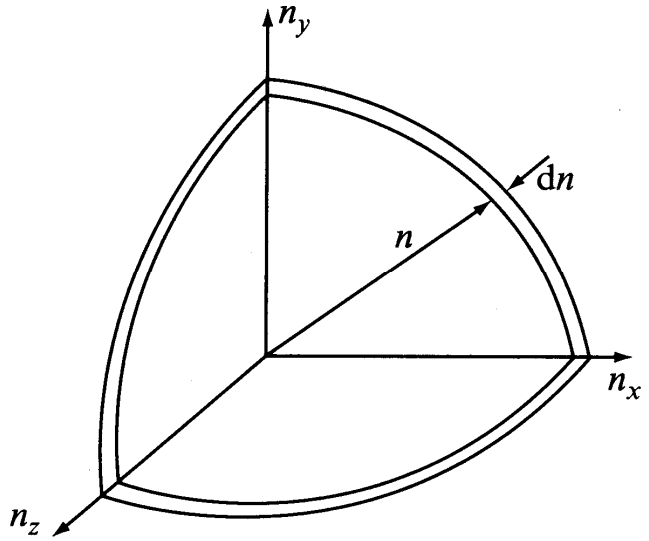
čia

$$k_x=\frac{n_x\pi}{w}\,,\quad k_y=\frac{n_y\pi}{w}\,,\quad k_z=\frac{n_z\pi}{w}\,. \tag{1.1.27}$$

Taigi, bet kurią dalelės, kuri „uždaryta“ kubo formos erdvės srityje, būseną nusako trys teigiamieji sveikieji skaičiai n_x, n_y, n_z (žr. (1.1.27)). Šie sveikieji skaičiai – tai vadinamųjų ***kvantinių skaičių*** pavyzdys. Kvantinėje mechanikoje taip vadinami skaičiai, kurie nusako sistemos ***kvantinę būseną*** (t. y. banginę funkciją). Jų prasmė ir galimos vertės priklauso nuo konkrečios sistemos.

1.2. Laisvų dalelių būsenų tankis

Anksčiau gautą rezultatą, kurį išreiškia (1.1.27) lygybės, panaudosime apibrėždami svarbų dydį, kuris dažnai taikomas sprendžiant įvairius kvantinės fizikos uždavinius. Tas dydis – tai būsenų tankis $\rho(E)$, kuris apibrėžiamas kaip skirtingų kvantinių būsenų skaičius, atitinkantis vienetinį energijos intervalą ir duotą erdvės tūrį V (dažnai energinis būsenų tankis apibrėžiamas šiek tiek kitaip – ne duotam tūriui V, o vienetiniam erdvės tūriui). Būsenas, kurios atitinka įvairius kvantinių skaičių trejetus n_x, n_y, n_z, galima pavaizduoti taškais trimatėje Dekarto koordinačių sistemoje, kaip parodyta 1.4 pav. Kadangi visi teigiamieji sveikieji skaičiai yra leidžiami, tai šioje „n erdvėje“ būsenų tankis yra lygus vienetui.



1.4 pav. Dalelės, kuri uždaryta kubinėje erdvės srityje, kvantines būsenas atitinkantys kvantiniai skaičiai. Kiekvieną būseną atitinka taškas, kurio koordinatės yra sveikieji teigiamieji skaičiai. Visos būsenos, kurios priklauso oktanto sferiniam sluoksniui tarp n ir n + dn, turi apytiksliai vienodą energiją

Nagrinėkime oktanto sferinį sluoksnį, kurio spindulys $n = \sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2}$ ir storis dn. Jeigu $n >> 1$, tada tame sluoksnyje esančių kvantinių būsenų skaičius yra lygus

$$\frac{\pi n^2 \mathrm{d}n}{2}. \tag{1.2.1}$$

n vertė atitinka tam tikrą energijos vertę, nes

$$E = \frac{h^2 n^2}{8mw^2} \tag{1.2.2}$$

(žr. (1.1.25) formulę). Vadinasi, (1.2.1) reiškinys nusako būsenų su energijomis nuo E iki $E + \mathrm{d}E$ skaičių, kuris pagal energinio būsenų tankio apibrėžtį yra lygus būsenų tankio, atitinkančio energiją E, ir nykstamojo energijos pokyčio dE sandaugai. Apskaičiavus lygybės (1.2.2) diferencialą, gauname $n\,\mathrm{d}n \sim \mathrm{d}E$. Be to, iš (1.2.2) galima išreikšti n (taip gauname $n \sim \sqrt{E}$). Abi šias išraiškas įrašius į (1.2.1) (t. y. atsižvelgus į tai, kad $n^2\,\mathrm{d}n = n \cdot (n\,\mathrm{d}n)$), gaunama tokia lygybė:

$$\rho(E)\mathrm{d}E = V\frac{2^{5/2}\pi m^{3/2}}{h^3}\sqrt{E}\mathrm{d}E; \tag{1.2.3}$$

čia $V = w^3$ yra kubo tūris.

Gautąjį rezultatą galima apibendrinti laisvoms dalelėms. Iki šiol buvo kalbama apie dalelę, kuri nėra laisva (už kubo formos erdvės srities ribų dalelės banginė funkcija yra tapačiai lygi nuliui). Todėl banginės funkcijos yra stovinčiųjų bangų pavidalo. Žinome, kad stovinčioji banga susidaro

sudedant dvi priešingų krypčių vienodos amplitudės ir vienodo dažnio bėgančiąsias bangas. Aptariamuoju atveju tos dvi bėgančiosios bangos atitinka dvi laisvosios dalelės kvantines būsenas. Laisvosios dalelės banginė funkcija yra plokščioji bėgančioji banga. Šios bangos kartais vadinamos „de Broilio bangomis“ (prancūzų fiziko *Louis de Broglie*, kuris postulavo jų egzistavimą 1924 m., garbei). De Broilio bangos bendrasis pavidalas – tai kompleksinė eksponentinė funkcija:

$$\psi(\boldsymbol{r}) \sim \exp(\mathrm{i}\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}) = \exp(\mathrm{i}(k_x x + k_y y + k_z z))\,; \tag{1.2.4}$$

čia $\boldsymbol{k}$ yra vadinamasis *bangos vektorius*. Tai yra vektorius, kurio kryptis sutampa su dalelės judėjimo kryptimi, o modulis (***bangos skaičius***) yra lygus $2\pi/\lambda$, kur λ yra dalelės bangos ilgis. Dalelės bangos vektorius yra abipus vienareikšmiškai susijęs su dalelės judesio kiekio (impulso) vektoriumi $\boldsymbol{p}$:

$$\boldsymbol{p} = \hbar\boldsymbol{k}\,, \tag{1.2.5}$$

o de Broilio bangų dažnis yra abipus vienareikšmiškai susijęs su dalelės kinetine energija E:

$$E = \hbar\omega\,; \tag{1.2.6}$$

čia ω yra de Broilio bangų kampinis (ciklinis) dažnis (pastaroji lygybė akivaizdi iš (1.1.5) formulės). Iš (1.2.4) išraiškos aišku, kodėl tuo atveju, kai dalelė yra „uždaryta“ kubinėje „dėžėje“, banginės funkcijos yra realios (žr. (1.1.26)): kadangi stovinčioji banga yra lygi dviejų priešingomis kryptimis sklindančių vienodos amplitudės ir vienodo bangos ilgio bėgančiųjų bangų sumai, tai $\psi(\boldsymbol{r}) \sim \exp(\mathrm{i}\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}) + \exp(-\mathrm{i}\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}) = 2\cos(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r})$, taigi stovinčiosios bangos yra realios funkcijos.

Įrašius eksponentinę funkciją (1.2.4) į Šrėdingerio lygtį (1.1.19), gauname, kad, jeigu bangos skaičius k ir energija E yra susiję (1.1.10) sąryšiu, tada ta eksponentinė funkcija yra tos lygties sprendinys esant *visoms* bangos vektoriaus $\boldsymbol{k}$ vertėms. Tuo pačiu iš (1.1.10) gauname, kad laisvos dalelės kinetinės energija E gali būti lygi *visoms* neneigiamoms vertėms (o ne diskrečioms vertėms (1.1.25), kaip potencinėje duobėje esančios dalelės). Tai reiškia, kad laisvos dalelės būsenų tankis yra be galo didelis. Tačiau visuose uždaviniuose, kuriuose naudojamas būsenų tankis, jis įeina į sandaugą, kurios kitas daugiklis yra proporcingas dalelės banginės funkcijos modulio kvadratui (bendriau – tam tikram banginės funkcijos integralui). Kadangi banginė funkcija turi atitikti normavimo sąlygą (1.1.3), tai dalelės, kuri gali su vienoda tikimybe būti bet kuriame erdvės taške, banginės funkcijos modulis turi artėti į nulį. Taigi, turime „$\infty \cdot 0$“ tipo neapibrėžtumų sandaugą, kuri gali būti ir baigtinis dydis. Todėl vietoj „tikrojo“ būsenų tankio (kuris yra begalinis) galima naudoti apytikslį (baigtinį) būsenų tankį, kuris turi būti apibrėžtas taip, kad atitiktų teisingą minėtos sandaugos vertę. Jis apibrėžiamas, laikant, kad, kaip ir anksčiau, dalelė negali išeiti iš kubo formos srities, tačiau Šrėdingerio lygties kraštinės sąlygos yra tokios, kad atitiktų ne stovinčiąsias bangas, o bėgančiąsias bangas. Tai yra vadinamosios „periodinės“ kraštinės sąlygos. Jeigu tarsime, kad kubo priešingų viršūnių Dekarto koordinatės yra (0, 0, 0) ir (w, w, w), tada periodinės kraštinės sąlygos užrašomos taip:

$$\begin{cases} \psi(0,y,z) = \psi(w,y,z); \\ \psi(x,0,z) = \psi(x,w,z); \\ \psi(x,y,0) = \psi(x,y,w). \end{cases} \tag{1.2.7}$$

(plg. su (1.1.20)). Šios kraštinės sąlygos yra tenkinamos, jeigu dalelės banginio vektoriaus komponentės atitinka šias lygybes:

$$k_x = \frac{2\pi n_x}{w}, \quad k_y = \frac{2\pi n_y}{w}, \quad k_z = \frac{2\pi n_z}{w} \qquad (n_x, n_y, n_z = 0, \pm1, \pm2, \ldots) \tag{1.2.8}$$

Matome, kad šiuo atveju n_x, n_y, n_z gali būti lygūs ne tik teigiamiems sveikiesiems skaičiams, bet visiems sveikiesiems skaičiams (taip yra todėl, kad bet kurios dvi būsenos, kurios skiriasi tik bangos vektoriaus komponenčių k_x, k_y, arba k_z ženklais, bet ne jų moduliais, yra *skirtingos* būsenos, t. y. atitinkamos banginės funkcijos (1.2.4) yra tiesiškai nepriklausomos). Be to, palyginus su (1.1.27), akivaizdu, kad komponenčių k_x, k_y ir k_z išraiškose atsirado daugiklis 2. Apibrėžus skaičių n taip pat kaip anksčiau ($n = \sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2}$), iš (1.2.8) ir (1.2.5) išplaukia:

$$p = \hbar k = \frac{hn}{w}\,. \tag{1.2.9}$$

Kadangi laisvosios dalelės būseną pilnai nusako jos impulsas (arba bangos vektorius), tai nagrinėjant laisvąsias daleles dažnai patogiau vietoj energinio būsenų tankio $\rho(E)$ naudoti impulso būsenų tankį $\rho(p)$, kurio apibrėžtis yra analogiška energinio būsenų tankio apibrėžčiai: $\rho(p)\mathrm{d}p$ nusako

skaičių būsenų, kurios atitinka dalelės impulso modulio vertes nuo p iki $p + \mathrm{d}p$. Išvesime impulso būsenų tankio išraišką. Kaip ir anksčiau, būsenas, kurios atitinka įvairius kvantinių skaičių trejetus n_x, n_y, n_z, vaizduosime taškais trimatėje Dekarto koordinačių sistemoje. Kadangi visos impulso komponentės gali būti ir teigiamos, ir neigiamos, tai būsenos, kurios atitinka impulso modulį nuo p iki $p + \mathrm{d}p$, užpildo visą sferinį sluoksnį, kuris atitinka n vertes nuo n iki $n + \mathrm{d}n$ (o ne vieną oktantą, kuris pavaizduotas 1.4 pav.). Tame sluoksnyje būsenų skaičius yra

$$4\pi n^2 \mathrm{d}n\,. \tag{1.2.10}$$

Išreiškę n iš (1.2.9) ir įrašę į (1.2.10), gauname būsenų skaičiaus išraišką impulso moduliu ir jo diferencialu. Ši išraiška apibrėžia impulso būsenų tankį $\rho(p)$:

$$\rho(p)\mathrm{d}p = V\frac{4\pi p^2 \mathrm{d}p}{h^3}\,. \tag{1.2.11}$$

Naudojantis šiuo rezultatu, nesunku išvesti ir energinio būsenų tankio išraišką. Iš (1.1.10) ir (1.2.5) išplaukia, kad

$$p = \sqrt{2mE} \tag{1.2.12}$$

(tai yra klasikinis nereliatyvistinės dalelės impulso ir kinetinės energijos sąryšis). Vadinasi,

$$p^2\mathrm{d}p = 2^{1/2} m^{3/2}\sqrt{E}\,\mathrm{d}E\,. \tag{1.2.13}$$

Įrašę (1.2.13) į (1.2.11) ir atsižvelgę į tai, kad energinis būsenų tankis $\rho(E)$ atitinka lygybę

$$\rho(E)\mathrm{d}E = \rho(p)\mathrm{d}p\,, \tag{1.2.14}$$

vėl gauname (1.2.3) lygybę. Taigi, naudojant periodines kraštines sąlygas ant kubo paviršiaus, laisvos dalelės energinis būsenų tankis yra toks pats, kaip ir tų pačių matmenų kubinėje potencialo duobėje „uždarytos“ dalelės energinis būsenų tankis. Daugiklis V yra formalios kilmės (jis atsirado iš prielaidos, kad dalelė yra viduje kubo, kurio tūris V, nors iš tikro dalelė gali būti bet kuriame erdvės taške). Tas pats tūris įeina ir į banginės funkcijos normavimo daugiklį. Pritaikius (1.2.4) funkcijai normavimo sąlygą (1.1.3), gaunama tokia banginės funkcijos išraiška:

$$\psi(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}}\exp(\mathrm{i}\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}) \equiv \frac{1}{\sqrt{V}}\exp\left(\frac{\mathrm{i}}{\hbar}\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{r}\right). \tag{1.2.15}$$

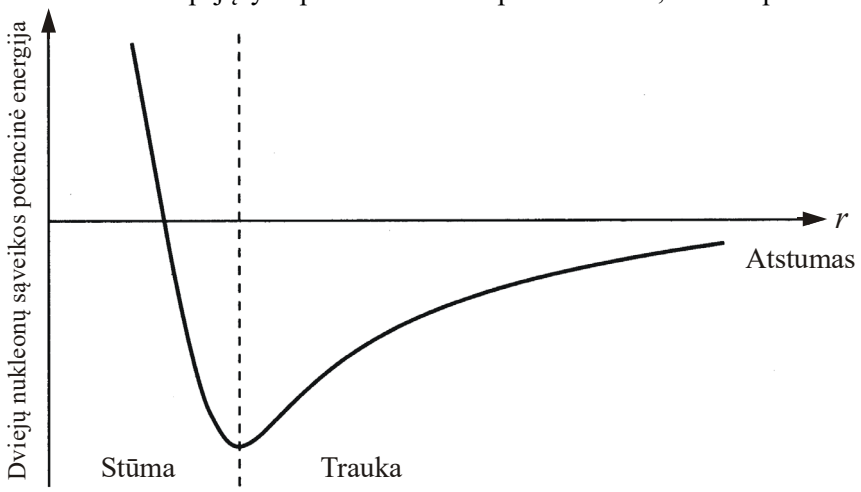
Visuose uždaviniuose, kuriuose naudojamas būsenų tankis, jis įeina į sandaugą su banginės funkcijos normavimo daugiklio modulio kvadratu, t. y. su $1 / V$. Todėl tūris V (kuris laisvos dalelės atveju neturi fizikinės prasmės) susiprastina.

2. Branduolio ryšio energija

2.1. Branduolinės jėgos savybės

Branduolio savybes lemia tarp jo nukleonų veikiančios jėgos. Jau vien iš branduolio egzistavimo aišku, kad tarp branduolio nukleonų veikia stipri traukos jėga, kuri atsveria protonų Kulono stūmą. Šią jėgą, kuri išlaiko branduolio nukleonus vieną šalia kito, vadinsime ***branduoline jėga***. Branduolinės jėgos matematinė išraiška yra labai sudėtinga, todėl branduolio sandaros modeliai dažniausiai remiasi empirinėmis formulėmis. Toliau branduolinės jėgos tikslusis pavidalas nebus svarbus. Paminėsime tik kelias pagrindines branduolinės jėgos savybes, kurios yra svarbios norint suprasti branduolio sandarą:

1. Branduolinė trauka tarp nukleonų yra ***artisiekė***, t. y. ji pasireiškia tik tada, kai atstumas tarp nukleonų yra labai mažas (10^{-15} m eilės).
2. Branduolinė jėga nėra vien tik traukos jėga: ji turi ir stūmos komponentę, kuri pradeda vyrauti, kai atstumas tarp nukleonų sumažėja iki maždaug $0{,}5\cdot10^{-15}$ m. Dviejų nukleonų potencinės energijos priklausomybė nuo atstumo tarp jų yra pavaizduota 2.1 pav. Matome, kad ši priklausomybė turi



2.1 pav. Dviejų nukleonų sąveikos potencinės energijos priklausomybė nuo atstumo tarp jų. Esant pakankamai dideliam atstumui *r*, tarp nukleonų veikia traukos jėga, kuri mažina potencinę energiją mažėjant *r*. Esant mažesniems atstumams ($r \le 0{,}5\cdot10^{-15}$ m), pradeda veikti stūmos jėga, kuri didina potencinę energiją mažėjant *r*. Potencinės energijos minimumas atitinka pusiausvirąjį atstumą, kuriame traukos ir stūmos jėgos tiksliai kompensuoja viena kitą

minimumą. Esant tokiam atstumui tarp nukleonų, branduolinės jėgõs traukos ir stūmos komponentės yra vienodo modulio (tačiau priešingų ženklų). Tai yra pusiausvirasis atstumas tarp gretimų nukleonų. Taigi, atstumai tarp gretimų nukleonų branduolyje yra apytiksliai vienodi. Todėl pasireiškia branduolinės jėgos ***soties*** savybė: kiekvieno nukleono (išskyrus branduolio paviršiuje esančius nukleonus) potencinė energija dėl sąveikos su kitais jį supančiai nukleonais yra apytiksliai vienoda visuose branduoliuose. Taip yra dėl to, kad kiekvienas vidinis branduolio nukleonas yra apsuptas vienodo skaičiaus kitų nukleonų, kurie yra maždaug vienodu atstumu nuo centrinio nukleono. Vienas iš šios soties požymių – apytikslis branduolio medžiagos tankio pastovumas. Šia prasme branduolys yra panašus į skysčio lašą: atstumai tarp skysčio molekulių taip pat yra apytiksliai pastovūs, todėl skysčio molekulių vidutinė potencinė energija ir skysčio tankis nepriklauso nuo lašo dydžio. Dėl šios savybės visų branduolių medžiagos tankis yra apytiksliai vienodas, o branduolio spindulys *R* yra tiesiog proporcingas kubinei šakniai iš masės skaičiaus:

$$R = R_0 A^{1/3}; \quad R_0 \approx 1{,}2\cdot10^{-15}\ \text{m}. \tag{2.1.1}$$

3. Branduolinei jėgai yra būdinga ***krūvinė simetrija***, t. y. dviejų duotos būsenos neutronų branduolinės sąveikos jėga yra tiksliai lygi dviejų tokių pačių būsenų protonų branduolinės sąveikos jėgai. Be to, branduolinė jėga *beveik* nepriklauso nuo krūvio, t. y. *bet kurių* dviejų duotos būsenos nukleonų (dviejų neutronų, dviejų protonų arba neutrono ir protono) sąveikos jėga yra beveik vienoda. Taigi, nepriklausomybė nuo krūvio yra stipresnis reikalavimas negu anksčiau minėta krūvinė simetrija.

4. Branduolinė jėga priklauso nuo kampo tarp nukleonų sukinių. Empiriškai nustatyta, kad neutrono ir protono sukinių kryptys surištojoje neutrono ir protono sistemoje – deuterio branduolyje (deutone) – yra vienodos (sukinio kvantinis skaičius $S = 1$). Surištoji dviejų nukleonų sistema, kurios $S = 0$, neegzistuoja. Tai rodo, kad dviejų vienodos sukinio krypties nukleonų (kai $S = 1$) vidutinė traukos jėga yra stipresnė už dviejų priešingų sukinio krypčių nukleonų (kai $S = 0$) sąveikos jėgą. Neutrono ir protono sukiniai lygūs 1 / 2, todėl jiems galioja Paulio draudimo principas, kuris teigia, kad, jeigu vienoje kvantinėje sistemoje yra *vienodų* dalelių, kurių sukinys yra pusinis (pvz., 1 / 2, 3 / 2 ir t. t.), tada jų visų kvantinės būsenos turi būti skirtingos (šis principas bus smulkiau aptariamas 3.5 skyriuje). Tai reiškia, kad dviejų vienodos erdvinio judėjimo būsenos *vienodų* nukleonų (dviejų neutronų arba dviejų protonų) sukinių kryptys turi būti priešingos ($S = 0$). Dviejų vienodos erdvinio judėjimo būsenos *skirtingų* nukleonų (neutrono ir protono) sukinių kryptys gali būti ir vienodos, ir priešingos, nes Paulio draudimo principas galioja tik tada, kai dalelės yra vienodos. Todėl, atsižvelgus į pirmiau minėtą dviejų nukleonų traukos jėgos priklausomybę nuo kampo tarp jų sukinių, gaunama, kad *vidutinė* neutrono ir protono traukos jėga branduolyje yra didesnė negu vidutinė dviejų neutronų arba dviejų protonų traukos jėga. Šios dvi jėgos skiriasi maždaug du kartus.

5. Dviejų nukleonų branduolinės sąveikos jėga priklauso nuo kampo tarp abiejų nukleonų pilnutinio sukinio vektoriaus $\boldsymbol{L}_S$ ir jų reliatyviojo judėjimo judesio kiekio momento vektoriaus $\boldsymbol{L}$. Jėgos komponentė, kuri nusako šią priklausomybę, yra vadinama sukinio ir orbitos sąveikos jėga. Ji yra proporcinga skaliarinei sandaugai $\boldsymbol{L}\cdot\boldsymbol{L}_S$. Jos įtaka nukleono energijos spektrui bus smulkiau aptarta 3.6 skyriuje.

2.2. Branduolio masės defektas. Veiczekerio formulė

Apie nukleonų tarpusavio ryšio stiprumą galima spręsti iš vadinamosios branduolio ryšio energijos. Branduolio ***ryšio energija*** E_R – tai darbas, kurį reikia atlikti norint suskaldyti branduolį į atskirus nukleonus. Iš energijos tvermės dėsnio išplaukia, kad, susidarant iš atskirų nukleonų branduoliui, turi išsiskirti toks pats energijos kiekis, kokį reikia išeikvoti tam, kad jis būtų suskaldytas į nukleonus.

Tiksliai išmatavus branduolių mases, nustatyta, kad branduolio masė M visada keliomis dešimtosiomis procento mažesnė už jį sudarančių nukleonų masių sumą. T. y. branduolio masę galima išreikšti šitaip:

$$M = Zm_p + (A - Z)m_n - \Delta m; \tag{2.2.1}$$

čia m_p yra protono masė, m_n yra neutrono masė, o Δm yra branduolio ***masės defektas***. Šį branduolio masės sumažėjimą galima paaiškinti ryšio energijos išsiskyrimu susidarant branduoliui. Pagal energijos ir masės sąryšį ($E = mc^2$), jeigu, susidarant branduoliui, išsiskiria ryšio energija E_R, tada branduolio masė sumažėja dydžiu

$$\Delta m = E_R / c^2. \tag{2.2.2}$$

Vadinasi, remiantis išmatuotąja masės defekto Δm verte, galima nustatyti ryšio energiją E_R:

$$E_R = \Delta mc^2. \tag{2.2.3}$$

Išreiškę Δm iš (2.2.1) ir įrašę į (2.2.3), matome:

$$E_R = [Zm_p + (A - Z)m_n - M]c^2. \tag{2.2.4}$$

Praktikoje branduolio ryšio energija dažniausiai matuojama megaelektronvoltais (MeV):

$$1\ \text{MeV} = 10^6\ \text{eV} = 10^6 \cdot 1{,}6022 \cdot 10^{-19}\ \text{J} = 1{,}6022 \cdot 10^{-13}\ \text{J},$$

o elementariųjų dalelių masė dažniausiai išreiškiama ***atominiais masės vienetais*** (a.m.v.):

$$1\ \text{a.m.v.} = 1{,}66057 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}.$$

Tikslios protono, neutrono ir elektrono masės atominiais masės vienetais yra:

$$m_p = 1{,}007285\ \text{a.m.v.},\quad m_n = 1{,}008665\ \text{a.m.v.},\ m_e = 5{,}48578 \cdot 10^{-4}\ \text{a.m.v.}$$

Toliau (2.2.4) formulė užrašyta tokiu pavidalu, kad ji iš karto parodo ryšio energijos vertę megaelektronvoltais, kai protono, neutrono ir branduolio masės išreikštos atominiais masės vienetais:

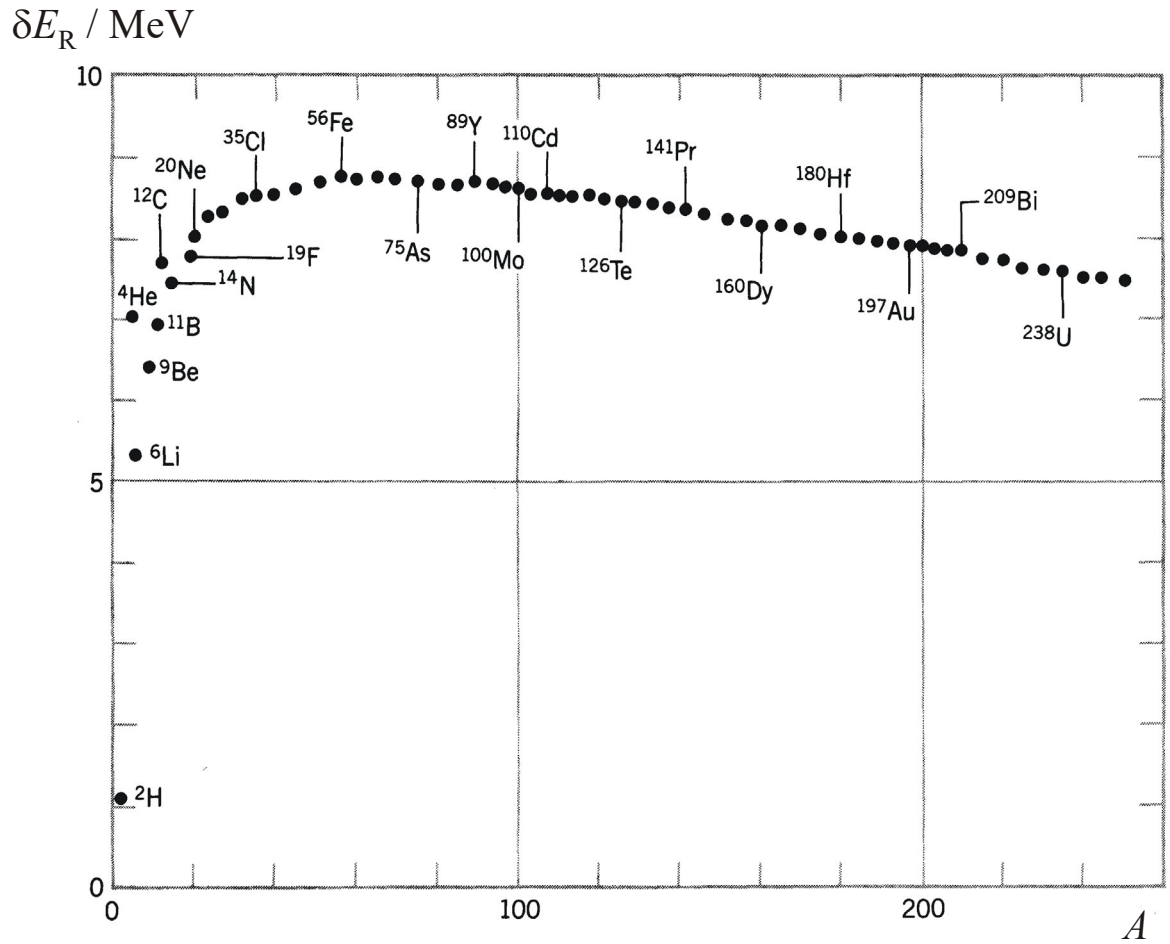
$$E_R = 931{,}1 \cdot [Zm_p + (A - Z)m_n - M]. \tag{2.2.5a}$$

Šioje formulėje vietoj protono masės m_p galima imti vandenilio *atomo* masę m_H = 1,007825 a.m.v., o vietoj branduolio masės M galima įrašyti atomo masę M_a, nes, atlikus šiuos du pakeitimus, Z elektronų masės susiprastina (visų elementų įvairių izotopų atomų masių tikslias vertes galima rasti, pvz., [3] ir [4] knygose ir [14] tinklalapyje). Taigi, kitu pavidalu branduolio ryšio energijos išraišką (2.2.5a) galima užrašyti šitaip:

$$E_R = 931{,}1 \cdot [Zm_H + (A - Z)m_n - M_a]. \qquad (2.2.5b)$$

Kita sąvoka, kuri turi didelę praktinę vertę, yra ***savitoji ryšio energija*** δE_R – ryšio energija, atitinkanti vieną nukleoną:

$$\delta E_R = \frac{E_R}{A} = \frac{931{,}1}{A} \cdot [Zm_p + (A - Z)m_n - M]. \qquad (2.2.6)$$



2.2 pav. Savitosios ryšio energijos priklausomybė nuo branduolio masės skaičiaus A

2.2 pav. matome, kad skirtingų branduolių savitosios ryšio energijos šiek tiek skiriasi. Didėjant branduolio masės skaičiui A, savitoji ryšio energija iš pradžių padidėja, o paskui pradeda lėtai mažėti. Didžiausia savitoji ryšio energija yra elementų sistemos viduryje esančių elementų atomų branduolių (šių elementų atominiai numeriai Z yra tarp 40 ir 60). Šie branduoliai yra stabiliausi. Be to, akivaizdu, kad vidutiniųjų ir sunkiųjų branduolių ($A > 20$) savitosios ryšio energijos kitimo ribos yra palyginti siauros: δE_R = (7,5–9) MeV. Šis apytikslis δE_R pastovumas rodo, kad traukos jėgai, kuri veikia tarp nukleonų, yra būdinga ***soties*** savybė: kiekvienas branduolio nukleonas sąveikauja tik su gretimais nukleonais, įsotindamas savo ryšius (jeigu nukleonas sąveikautų su visais likusiais branduolio nukleonais, tada ryšio energija būtų apytiksliai proporcinga nukleonų *porų* skaičiui, t. y. $A(A-1)/2 \approx A^2/2$, todėl savitoji ryšio energija būtų proporcinga A). Vadinasi, branduolinės traukos jėga yra ***artisiekė***: jos veikimo atstumas yra nukleono matmenų eilės, t. y. 10^{-15} m.

Staigus δE_R sumažėjimas mažėjant A (žr. 2.2 pav.) aiškinamas tuo, kad branduolio paviršiuje esantys nukleonai nepilnai įsotina savo ryšius. Aišku, kad šis savitosios ryšio energijos sumažėjimas yra tuo ryškesnis, kuo didesnė nukleonų dalis yra branduolio paviršiuje, t. y. kuo lengvesnis

branduolys. Tačiau greitas δE_R mažėjimas mažėjant A yra tik apytikslis. Mažų A srityje yra keli maksimumai, kurie siekia (7–8) MeV. Šie maksimumai atitinka branduolius, kurių masės skaičius A dalijasi iš 4, o krūvio skaičius Z yra dvigubai mažesnis: ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$, ${}^{8}_{4}\mathrm{Be}$, ${}^{12}_{6}\mathrm{Be}$, ${}^{16}_{8}\mathrm{O}$. Taigi, nukleonams branduolyje „energiškai naudinga“ jungtis į ketvertus „2 protonai + 2 neutronai“ (ši keturių nukleonų sistema – tai ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$ branduolys).

Didėjant A, savitoji ryšio energija δE_R lėtai mažėja (žr. 2.2 pav.). Sunkiausio gamtinio elemento ${}^{238}_{92}\mathrm{U}$ δE_R vertė lygi 7,5 MeV. Šis nedidelis sumažėjimas aiškinamas protonų elektrostatine (Kulono) stūma. Kadangi Kulono jėga yra toliasiekė, kiekvienas protonas sąveikauja su visais likusiais branduolio protonais, todėl šios sąveikos energija proporcinga protonų porų skaičiui $Z(Z-1)/2 \approx Z^2/2$, t. y. ji didėja greičiau negu protonų traukos energija, kuri proporcinga Z. Protonų Kulono stūmos energija yra teigiama, t. y. ji didina branduolio masę ir mažina masės defektą Δm bei ryšio energiją E_R.

Atsižvelgus į visus veiksnius, nuo kurių priklauso branduolio ryšio energija E_R, gaunama pusempirė branduolio ryšio energijos formulė, kurią 1935 m. suformulavo vokiečių fizikas Karlas fon Veiczekeris (*Weizsäcker*):

$$E_R = \alpha A - \beta A^{2/3} - \gamma Z(Z-1)A^{-1/3} - \eta(N-Z)^2 A^{-1} + C. \qquad (2.2.7)$$

Ši formulė vadinama ***Veiczekerio formule***. Koeficientų vertės šioje formulėje buvo nustatytos empiriškai:

$$\alpha = 15{,}5 \text{ MeV},\ \beta = 16{,}8 \text{ MeV},\ \gamma = 0{,}72 \text{ MeV},\ \eta = 23 \text{ MeV},$$

$$C = \begin{cases} +\Delta & \text{jeigu } Z \text{ ir } N \text{ lyginiai,} \\ 0 & \text{jeigu } A \text{ nelyginis,} \\ -\Delta & \text{jeigu } Z \text{ ir } N \text{ nelyginiai;} \end{cases} \qquad \Delta \approx \frac{34}{A^{3/4}} \text{ MeV}.$$

Ši formulė yra apytikslė, ir pagal ją apskaičiuota savitosios ryšio energijos vertė gali skirtis nuo tikrosios keliomis dešimtosiomis MeV. Toliau paaiškintas kiekvieno Veiczekerio formulės (2.2.7) dėmens vaidmuo:

1) Pirmasis dėmuo nusako ryšio energijos dalį, kurią lemia įsotinti ryšiai. Šis dėmuo proporcingas nukleonų skaičiui A, nes manoma, kad kiekvienas nukleonas yra apsuptas vienodo skaičiaus gretimų nukleonų.
2) Antrasis dėmuo atspindi paviršinius efektus: branduolio paviršiuje esantys nukleonai nevisiškai įsotina savo ryšius, todėl iš energijos, kurią numato pirmasis dėmuo, reikia atimti energiją, kuri atitinka „laisvuosius“ ryšius. Ši pataisa yra proporcinga branduolio paviršiuje esančių nukleonų skaičiui. Šis skaičius yra proporcingas branduolio paviršiaus plotui. Kadangi branduolys yra apytiksliai rutulio formos, jo paviršiaus plotas yra proporcingas $A^{2/3}$.
3) Trečiasis dėmuo nusako protonų Kulono stūmos energiją. Ši energija yra proporcinga protonų porų skaičiui $Z(Z-1)/2$, ir atvirkščiai proporcinga vidutiniam atstumui tarp dviejų protonų vienoje poroje (žr. (4.3.2)), t. y. branduolio matmenims. Pagal (2.1.1) branduolio matmenys yra proporcingi $A^{1/3}$.
4) Ketvirtasis dėmuo – tai ***simetrijos dėmuo***. Jis atspindi nukleonų energijos pataisą, kuri atsiranda dėl dviejų veiksnių: (a) protono ir neutrono vidutinės potencinės energijos (kuri yra neigiama) modulis yra didesnis už dviejų vienodų nukleonų sąveikos vidutinės potencinės energijos modulį (žr. 2.1 skyrius, branduolinės jėgos savybė Nr. 4); (b) didėjant skirtumui tarp protonų skaičiaus Z ir neutronų skaičiaus N ir esant tam pačiam A, didėja nukleonų pilnutinė kinetinė energija (tai išplaukia iš Paulio draudimo principo ir branduolio sluoksninio modelio, kuris bus aprašytas 3 skyriuje). Kadangi branduolio ryšio energija yra priešinga nukleonų pilnutinės potencinės energijos ir pilnutinės kinetinės energijos sumai, tai potencinės arba kinetinės energijos padidėjimas pasireiškia ryšio energijos sumažėjimu.

   Pirmojo iš anksčiau minėtų veiksnių (nukleonų potencinės energijos) įtaką galima apskaičiuoti šitaip. Nukleono potencinę energiją sąlygoja nukleono sąveika su branduolio medžiaga, kurios dalį $f_n = N/A$ sudaro neutronai, o dalį $f_p = Z/A$ sudaro protonai. Pažymėkime vidutinę dviejų neutronų sąveikos energiją u_{nn}, dviejų protonų – u_{pp}, o neutrono ir protono – u_{np}. Tada N neutronų potencinė

energija yra lygi $N(u_{nn}f_n + u_{np}f_p)$, o Z protonų potencinė energija yra lygi $Z(u_{np}f_n + u_{pp}f_p)$. Kadangi $u_{nn} = u_{pp} = u$, o $u_{np} \approx 2u$, tai pilnutinė nukleonų potencinė energija yra lygi

$$N(uf_n + 2uf_p) + Z(2uf_n + uf_p) = \frac{u}{A}(N^2 + 4NZ + Z^2) = \frac{u}{2}\left[3A - \frac{(N-Z)^2}{A}\right];$$

čia $u < 0$. Taigi, nukleonų potencinė energija pasireiškia dviem ryšio energijos komponentėmis: viena proporcinga A (ši komponentė įeina į pirmąjį Veiczekerio formulės dėmenį), o kita proporcinga $-(N - Z)^2 / A$. Pastaroji ryšio energijos komponentė įeina į simetrijos dėmenį.

Nukleonų kinetinės energijos įtaka simetrijos dėmens pavidalui bus aiškinama 3.1 skyriuje.

5) Penktasis dėmuo („porų dėmuo“) atspindi vienodų nukleonų tendenciją jungtis į poras, kuriose abiejų nukleonų orbitinio judėjimo būsenos yra vienodos, o sukiniai yra priešingi. Susidarius tokiai porai, nukleonų orbitinės banginės funkcijos labiau persikloja negu tuo atveju, kai nukleonų orbitinės banginės funkcijos yra skirtingos, todėl nukleonai daugiau laiko praleidžia arti vienas kito ir ryšio energija padidėja (šiek tiek kitoks to paties efekto aiškinimas bus pateiktas 3.1 skyriuje). Stabiliausi yra branduoliai, kurių abu skaičiai Z ir N yra lyginiai (tada visi nukleonai yra „susiporavę“), ne tokie stabilūs yra branduoliai, kurių A nelyginis (tada, kad būtų optimali konfigūracija, trūksta vieno nukleono arba vienas nukleonas yra atliekamas) ir dar nestabilesni yra branduoliai, kurių abu skaičiai Z ir N yra nelyginiai (tada, kad būtų optimali konfigūracija, trūksta vieno protono ir vieno neutrono).

Savitosios ryšio energijos mažėjimas didėjant A didelių A srityje reiškia, kad, susidarant branduoliui iš didelio skaičiaus nukleonų ($A \geq 200$), išsiskiria mažesnė energija negu tuo atveju, kai tas pats nukleonų skaičius susijungia į du mažesnius vienodos masės branduolius. Kitaip sakant, dviejų branduolių, turinčių po $A/2$ nukleonų, pilnutinė rimties energija yra mažesnė už vieno branduolio, turinčio A nukleonų, rimties energiją, jeigu $A \geq 200$. Todėl, kai toks branduolys dalijasi į dvi apytiksliai vienodų masių M_1 ir M_2 skeveldras, išsiskiria energija, kuri lygi pradinio branduolio rimties energijos Mc^2 ir skeveldrų rimties energijos $(M_1 + M_2)c^2$ skirtumui. Išsiskyrusi energija virsta skeveldrų kinetine energija, kuri savo ruožtu virsta aplinkinės medžiagos vidine energija (t. y. šiluma). Tuo paremtas branduolinių reaktorių veikimas: šiuose reaktoriuose energija gaunama dalijantis nuklidų ^{235}U, ^{233}U arba ^{239}Pu branduoliams (apie tai bus smulkiau kalbama 8.2 skyriuje).

Savitosios ryšio energijos mažėjimas mažėjant A mažų A srityje reiškia, kad, susidarant branduoliui iš mažo skaičiaus nukleonų ($A < 70$), išsiskiria didesnė energija negu tuo atveju, kai tas pats skaičius nukleonų susijungia į du mažesnius branduolius. Kitaip sakant, dviejų branduolių, turinčių po A_1 ir A_2 nukleonų, pilnutinė rimties energija yra didesnė už vieno branduolio, turinčio $A = A_1 + A_2$ nukleonų, rimties energiją, jeigu $A < 70$. Todėl, kai du lengvi branduoliai susijungia į vieną branduolį, išsiskiria energija, kuri lygi pradinių branduolių pilnutinės rimties energijos rimties $(M_1 + M_2)c^2$ ir galutinio branduolio rimties energijos Mc^2 skirtumui. Pvz., susijungiant $^2_1$H ir $^3_1$H branduoliams, susidaro $^4_2$He branduolys ir neutronas ir šios branduolinės reakcijos metu išsiskiria energija. Kaip ir branduolių dalijimosi atveju, išsiskyrusi energija virsta susidariusių dalelių kinetine energija, kuri savo ruožtu virsta šiluma. Vadinasi, lengvųjų branduolių sintezę, kaip ir sunkiųjų branduolių dalijimąsi, galima panaudoti energijai gaminti. Ateityje šiuo principu veiks termobranduoliniai reaktoriai.

2.3. Izobarų stabilumo palyginimas

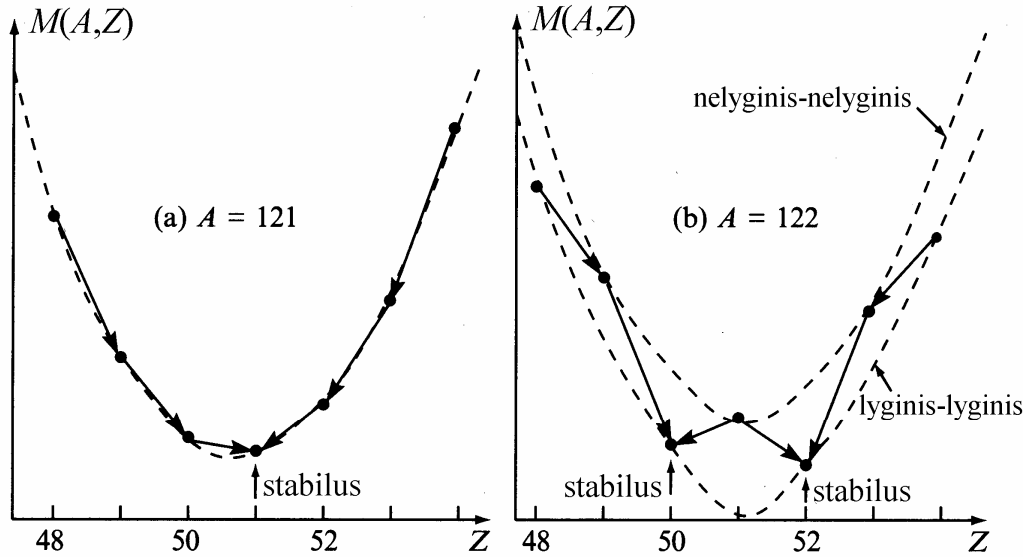
Kadangi bet kuris savaiminis vyksmas turi mažinti sistemos rimties energiją, tai pagal energijos ir masės ekvivalentumo principą bet kurio savaiminio branduolio virsmo kryptis turi būti tokia, kad branduolio masė sumažėtų (t. y. kad susidarytų stabilesnis branduolys). Atomo masės M ir ryšio energijos E_R sąryšis:

$$M(A,Z) = ZM_{\mathrm{H}} + Nm_{\mathrm{n}} - E_R / c^2; \qquad (2.3.1)$$

čia Z ir N yra atitinkamai protonų ir neutronų skaičiai branduolyje, $A = Z + N$, M_{H} ir m_{n} yra atitinkamai vandenilio atomo ir neutrono masės, c^2 yra šviesos greitis. Įrašius ryšio energijos išraišką (2.2.7) į (2.3.1), gaunama, kad duotojo masės skaičiaus A izobarų (t. y. atomų su vienodu A, tačiau skirtingais Z) masė yra kvadratinė Z funkcija. Vadinasi, tam tikra Z vertė atitinka stabiliausią izobarą, t. y. atomą, kurio masė yra mažesnė negu visų kitų tokio paties A izobarų. Jeigu A yra nelyginis, tada minėtąją priklausomybę sudarys viena parabolė (žr. 2.3 pav., kairysis grafikas), nes porų dėmuo Δ yra lygus nuliui. Jeigu A yra lyginis, tada bus dvi parabolės, tarp kurių yra tarpas 2Δ, nes Veiczekerio formulėje (2.2.7) ženklas prieš Δ priklauso nuo to, ar N ir Z yra abu lyginiai, ar abu nelyginiai (žr. 2.3 pav., dešinysis grafikas).

Kai A yra nelyginis, tada tik vienas izobaras yra stabilus. Visi kiti izobarai yra nestabilūs: jie savaime virsta mažesnės masės izobaru. Toks savaiminis branduolio virsmas, kai branduolys virsta kitu izobaru, yra vadinamas „beta skilimu“ (jis bus smulkiau aptartas vėliau). Įvairių beta skilimų kryptys parodytos 2.3 pav. rodyklėmis. Iš nestabilių izobarų gamtoje egzistuoja tik tie, kurių skilimo pusamžis yra ypač didelis. Pavyzdžiai: $^{113}_{48}$Cd (kadmis-113, pusamžis $7{,}7 \cdot 10^{15}$ metų), $^{115}_{49}$In (indis-115, pusamžis $4{,}4 \cdot 10^{14}$ metų), $^{123}_{52}$Te (telūras-123, pusamžis $> 6 \cdot 10^{14}$ metų). Kai A yra lyginis, tada dažniausiai egzistuoja du stabilūs lyginiai-lyginiai branduoliai (žr. 2.3 pav.), nes tarp jų esantis nelyginis-nelyginis branduolys yra sunkesnis už juos abu. Dėl tos pačios priežasties tas nelyginis-nelyginis branduolys gali skilti abiem kryptim, t. y. vienas jo protonas gali virsti neutronu arba atvirkščiai. Tokio nelyginio-nelyginio branduolio pavyzdys yra $^{64}_{29}$Cu (varis-64, pusamžis 12,7 val.).

Taigi, pagal Veiczekerio formulę visi nelyginiai-nelyginiai branduoliai turėtų būti nestabilūs. Tačiau iš tikro egzistuoja keturi stabilūs nelyginiai-nelyginiai branduoliai: ^{2}H, ^{6}Li, ^{10}B ir ^{14}N. Šie branduoliai yra lengvi, o Veiczekerio formulė nėra patikima lengviems branduoliams. Taip yra todėl, kad kai kurie Veiczekerio formulės dėmenys išvedami iš analogijos tarp branduolio ir nespūdaus įelektrinto skysčio lašo, o ši analogija gali būti teisinga tik tada, kai branduolį sudaro pakankamai daug nukleonų.



2.3 pav. Izobarų branduolių stabilumo palyginimas. Atomo masė $M(A,Z)$ apskaičiuota pagal Veiczekerio formulę. Masė M atidėta kaip atominio numerio Z funkcija, esant pastoviam branduolio masės skaičiui A

2.4. Sunkiųjų branduolių nestabilumas

Didėjant A, didėja trečiojo Veiczekerio formulės dėmens (Kulono dėmens) santykinis įnašas į ryšio energiją. Kadangi tas dėmuo yra neigiamas, tai savitoji ryšio energija E_R / A pradeda mažėti didėjant A, kai A viršija maždaug 60. Toliau didėjant A, tampa galimas branduolio dalijimasis į dvi apylyges skeveldras. Pvz., jeigu $^{238}_{92}$U (uranas-238) dalytųsi į dvi vienodas skeveldras, kurių kiekvienos masės skaičius yra 119, tada išsiskirtų maždaug 200 MeV energija, nes branduolio, kurio A = 119, savitoji ryšio energija yra maždaug vienu megaelektronvoltu didesnė negu ^{238}U. Šis procesas nevyksta savaime, nes, kad branduolys dalytųsi, jis turi visų pirma deformuotis. Ši deformacija didina paviršiaus plotą ir tuo pačiu – paviršiaus laisvąją energiją (ją nusako antrasis Veiczekerio formulės dėmuo). Vadinasi, didėjant deformacijos laipsniui, didėja branduolio paviršiaus energija. Šį energijos didėjimą iš dalies kompensuoja protonų atostūmio vidutinės potencinės energijos mažėjimas: ši energija yra didžiausia, kai branduolys yra rutulio formos, nes tada yra mažiausias vidutinis atstumas tarp bet kurių dviejų protonų. Sunkiojo branduolio stabilumą lemia šių dviejų tendencijų balansas.

Visų branduolių, kurie egzistuoja gamtoje, paviršiaus energijos didėjimas augant deformacijai yra spartesnis negu Kulono energijos mažėjimas. Todėl tie branduoliai yra stabilūs. 2.4 pav. pavaizduota sunkiojo branduolio potencinės energijos priklausomybė nuo deformacijos. Iš pradžių, kad branduolys deformuotųsi, branduoliui reikia suteikti energiją. Šiame etape egzistuoja stipri jėga, kuri stengiasi atkurti pusiausvirąją branduolio formą (ta forma yra artima sferai). Tačiau, kai deformacija tampa pakankamai didelė, paviršiaus energijos didėjimas tampa lėtesnis už Kulono energijos mažėjimą. T. y. pradeda vyrauti Kulono stūma ir branduolys dalijasi savaime. Tada skeveldrų atostūmio potencinė energija virsta jų kinetine energija.

Kaip matome 2.4 pav., egzistuoja ***potencialo barjeras***, kurį turi įveikti branduolys, kad dalytųsi (potencialo barjeras, kaip ir anksčiau išnagrinėta potencialo duobė, yra viena iš standartinių potencinės energijos priklausomybių nuo koordinatės). Energija, kurią reikia suteikti branduoliui, kad įveikti potencialo barjerą, yra vadinama ***dalijimosi aktyvacijos energija***. Kai A = 240, šis barjeras yra maždaug 6 MeV. Yra nustatyta, kad branduolio aktyvacijos energija mažėja didėjant masės skaičiui A. Esant pakankamai didelėms A vertėms, šio potencialo barjero nelieka, t. y. ypač sunkūs branduoliai neturi stabilios pusiausvyros būsenos. Net jeigu pavyktų suformuoti tokį branduolį, jis labai greitai savaime dalytųsi. Taikant Veiczekerio formulę, galima apskaičiuoti sąlygas, kurios reikalingos, kad sunkusis branduolys dalytųsi savaime. Tam reikia remtis prielaida, kad branduolys yra ištempto sukimosi elipsoido formos ir pasinaudoti elipsoido tūrio, paviršiaus ploto ir pusašių išraiškomis. Elipsoido ilgasis pusašis yra

$$a = R(1+\varepsilon), \tag{2.4.1}$$

o trumpasis pusašis yra

$$b = R(1+\varepsilon)^{-1/2}, \tag{2.4.2}$$

Čia ε yra vadinamasis elipsoido ekscentricitetas, kuris nusako nuokrypį nuo sferos (branduolio deformaciją). Elipsoido tūris yra

$$V = \frac{4}{3}\pi a b^2 . \tag{2.4.3}$$

Deformuojantis branduoliui, jo a didėja, o b mažėja, tačiau, kaip matome iš ankstesnių formulių, branduolio tūris nesikeičia. Kadangi nagrinėjame branduolio būseną esant mažiausiems nuokrypiams nuo sferos, tai visose formulėse dydį ε galima laikyti nykstamai mažu, o tai reiškia, kad visus dydžius, kurie priklauso nuo ε, galima skleisti Teiloro eilute ir joje palikti tik pirmąjį dėmenį, kuris priklauso nuo ε. Tada branduolio paviršiaus plotas yra

$$S = 4\pi R^2 (1 + \tfrac{2}{5}\varepsilon^2 + ...) , \tag{2.4.4}$$

o Kulono energija yra proporcinga

$$E_C \sim (1 - \tfrac{1}{5}\varepsilon^2 + ...) \tag{2.4.5}$$

Vadinasi, branduolio ryšio energijos energijos pokytis dėl antrojo Veiczekerio formulės dėmens (kuris proporcingas branduolio paviršiaus plotui) pokyčio yra lygus

$$-\frac{2}{5}\beta A^{2/3}\varepsilon^2 \tag{2.4.6}$$

o ryšio energijos pokytis dėl trečiojo Veiczekerio formulės dėmens pokyčio yra lygus

$$\frac{1}{5}\gamma Z^2 A^{-1/3}\varepsilon^2 . \qquad (2.4.7)$$

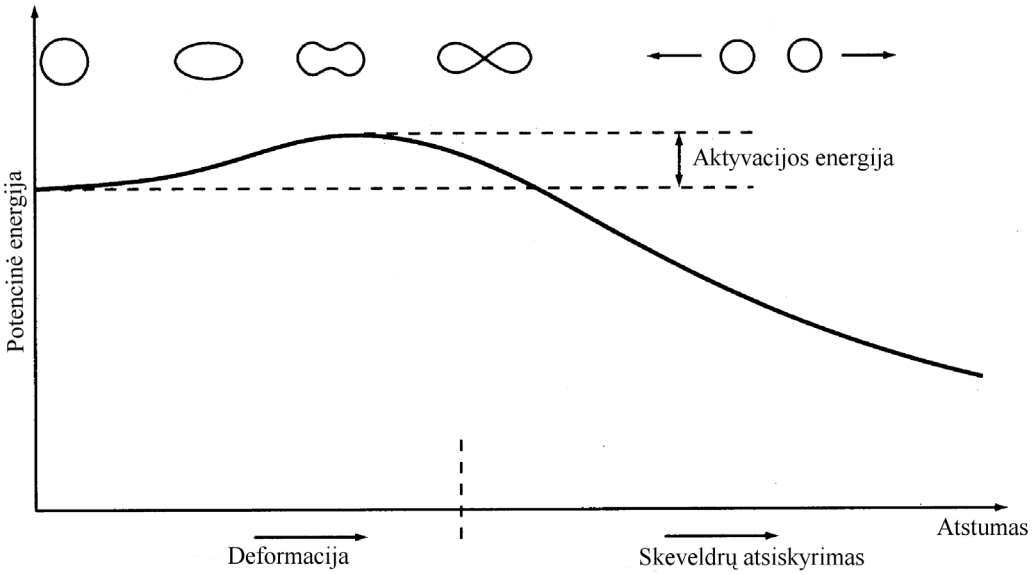
Pilnutinis branduolio ryšio energijos pokytis esant mažai branduolio deformacijai yra lygus pastarųjų dviejų reiškinių sumai:

$$\Delta E_{\mathrm{R}} = -\frac{2}{5}\beta A^{2/3}\varepsilon^2 + \frac{1}{5}\gamma Z^2 A^{-1/3}\varepsilon^2 . \qquad (2.4.8)$$

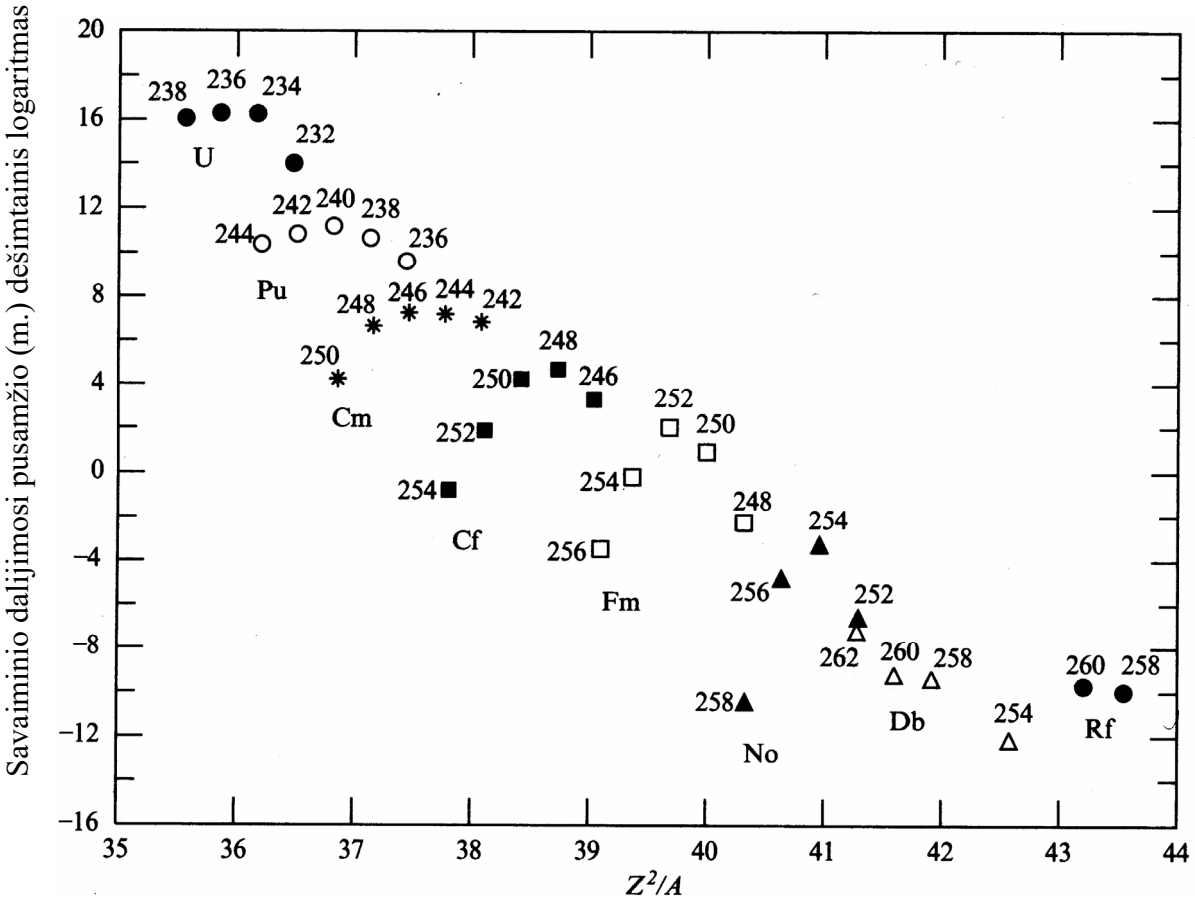
Jeigu antrasis dėmuo yra didesnis už pirmojo dėmens modulį, tada bet koks nuokrypis nuo sferinės formos padidina branduolio ryšio energiją, t. y. sumažina pilnutinę branduolio energiją. Toks branduolys būtų nestabilus ir labai greitai savaime dalytųsi. Ribinė būsena yra tokia, kai $\Delta E_{\mathrm{R}} = 0$, t. y.

$$\frac{Z^2}{A} = \frac{2\beta}{\gamma} \approx 49 . \qquad (2.4.9)$$

Šis rezultatas yra apytikslis, nes nebuvo atsižvelgta į kvantinius efektus. Be to, kai kurie sunkieji branduoliai nėra sferiniai net ir mažiausios energijos būsenoje. Kaip matome 2.5 pav., net ir branduoliai, kurių $Z^2 / A = 35$, dalijasi savaime. Tačiau, pratęsus priklausomybę, kuri pavaizduota 2.5 pav., iki ypač mažų laikų ($\approx 10^{-20}$ s), gaunama Z^2 / A vertė, kuri yra artima (2.4.9) vertei.



2.4 pav. Sunkiojo branduolio potencinės energijos priklausomybė nuo branduolio deformacijos (iki dalijimosi) ir nuo atstumo tarp skeveldrų (po dalijimosi)



2.5 pav. Sunkiųjų branduolių savaiminio dalijimosi pusamžio logaritmo priklausomybė nuo parametro Z^2 / A

3. Sluoksninis branduolio modelis

Branduolio fizikoje naudojamus teorinius branduolio modelius galima suskirstyti į dvi grupes: viendaleliai modeliai ir kolektyviniai modeliai. Viendaleliuose modeliuose laikoma, kad kiekvienas branduolio nukleonas juda efektiniame visų kitų nukleonų jėgų lauke. Kolektyviniai modeliai aprašo didelio skaičiaus tarpusavyje susijusių dalelių judėjimą.

Labiausiai paplitęs viendalelis branduolio modelis yra sluoksninis modelis, o labiausiai paplitęs kolektyvinis modelis yra lašelinis modelis. ***Lašelinis branduolio modelis*** grindžiamas kai kuriais branduolio ir įelektrinto skysčio lašo panašumais. Šie panašumai atsiranda dėl to, kad jėga, kuri sieja branduolio nukleonus vieną su kitu, yra artisiekė kaip ir skysčio molekulių sąveikos jėga. Be to skirtingų branduolių medžiagos tankis yra vienodas, t. y. branduolio medžiaga kaip ir skystis yra praktiškai nespūdi.

Remiantis lašeliniu branduolio modeliu, galima paprastai paaiškinti pirmuosius tris Veiczekerio formulės dėmenis. Pvz., antrasis dėmuo, kuris proporcingas branduolio paviršiaus plotui, gali būti laikomas paviršiaus laisvąja energija, kuri atsiranda dėl paviršiaus įtempio (***paviršiaus įtempis*** – tai darbas, kurį reikia atlikti padidinant paviršiaus plotą vienetu, o ***paviršiaus laisvoji energija*** – tai paviršiaus įtempio ir paviršiaus ploto sandauga).

Lašelinis modelis taikomas branduolinių reakcijų teorijoje bei aiškinant sunkiųjų branduolių dalijimosi procesą. Įsiskverbus nukleonui į branduolį, dėl branduolio medžiagos mažo spūdumo prasideda nukleonų kolektyvinis judėjimas, kurio metu branduolys deformuojasi nekintant jo tūriui. Protonų Kulono stūmos jėga stengiasi padidinti deformaciją, o paviršiaus įtempio jėga stengiasi grąžinti branduoliui rutulio formą. Kuo didesnis branduolio krūvio skaičius Z, tuo didesnis Kulono jėgų vaidmuo ir tuo lengviau branduoliui dalytis.

Sluoksninis branduolio modelis remiasi prielaida, kad tikrąsias jėgas, kurios veikia tarp nukleonų, galima pakeisti viena centrine jėga, kuri yra bendra visiems nukleonams. Šis jėgų laukas priklauso nuo visų nukleonų būsenų ir koordinačių, o nukleonų būsenos savo ruožtu priklauso nuo juos veikiančių jėgų. Taigi, tarp nukleonus veikiančio jėgų lauko ir nukleonų būsenų egzistuoja „grįžtamasis ryšys“. Tokiais atvejais jėgų laukas vadinamas „suderintiniu lauku“. Apibrėžus suderintinį lauką, daugelio dalelių judėjimo uždavinys virsta vienos dalelės judėjimo uždaviniu.

Toliau bus aptariamas tik sluoksninis branduolio modelis. Pagal šį modelį branduolio nukleonų orbitinio judėjimo kvantinės būsenos („orbitos“) sudaro sluoksnius taip pat kaip ir atomo elektronų orbitos. Kiekvieną sluoksnį atitinka grupė artimų energijos lygmenų. Skiriami ***protonų sluoksniai*** ir ***neutronų sluoksniai***. Gretimų sluoksnių energijų skirtumas yra ~10 MeV. Palyginimas – atstumas tarp bet kurių dviejų vandenilio atomo energijos lygmenų visada yra mažesnis už 13,6 eV. Taigi, atstumai tarp branduolio energijos lygmenų yra daug kartų (3–6 eilėmis) didesni už atstumus tarp atomo energijos lygmenų. Taip yra dėl to, kad branduolio matmenys yra daug mažesni už atomo matmenis, o tipiški intervalai tarp potencialo duobėje esančios dalelės energijos lygmenų yra apytiksliai atvirkščiai proporcingi potencialo duobės matmenų kvadratui. Tokią energijos lygmenų priklausomybę nuo potencialo duobės matmenų iliustruoja, pvz., be galo gilios vienmatės stačiakampės potencialo duobės energijos lygmenų išraiška (1.1.15) ir kubinės potencialo duobės energijos lygmenų išraiška (1.1.25).

Kadangi, taikant sluoksninį branduolio modelį, yra teigiama, kad visi nukleonai juda stacionariame centriniame jėgų lauke, tai nukleonų būsenos klasifikuojamos naudojant centriniame jėgų lauke judančios dalelės kvantinius skaičius (kaip ir elektrono kvantinės būsenos atome). Tie skaičiai yra apibrėžti 3.2 skyriuje.

3.1. Branduolys kaip daugelio nepriklausomų fermionų sistema

Kadangi visi branduoliai išskyrus vandenilio branduolį yra sudaryti iš kelių nukleonų, tai tiriant branduolių savybes būtina atsižvelgti į du reiškinius, kurie nepasireiškia vieno nukleono sistemose: nukleonų tapatingumas ir jų tarpusavio sąveika. Šiame skyriuje bus aptariamas tik nukleonų tapatingumas. Kvantinėje sistemoje dviejų vienodų dalelių (pvz., dviejų protonų) sukeitimas vietomis nėra susijęs su jokiais pastebimais sistemos būsenos pokyčiais: vienodos dalelės yra visiškai neatskiriamos viena nuo kitos. Branduolyje yra dviejų rūšių tapatingos dalelės: protonai ir neutronai. T. y. visi protonai yra neatskiriami vienas nuo kito ir visi neutronai yra neatskiriami vienas nuo kito (tačiau protonai nėra tapatingi neutronams). Kvantinė mechanika įrodo, kad tapatingų dalelių sistemos

savybės priklauso nuo jų sukinio kvantinio skaičiaus. Dalelės ***sukinys*** – tai tos dalelės vidinis judesio kiekio momentas. Jo vertę nusako vadinamasis ***sukinio kvantinis skaičius*** s (jis taip pat dažnai vadinamas tiesiog „sukiniu“). Sukinio sąvoka bus smulkiau aptarta 3.2 skyriuje. Čia paminėsime tik tą nukleono savybę, kad jo sukinio kvantinis skaičius (trumpiau – „sukinys“) yra lygus 1 / 2, todėl kiekvieną nukleono erdvinio kudėjimo būseną atitinka dvi galimos sukinio kryptys. Apskritai dalelės sukinys gali būti pusinis (t. y. 1/2, 3/2, 5/2 ir t. t.) arba sveikasis skaičius (t. y., 0, 1, 2 ir t. t.). Dalelės, kurių sukinys yra pusinis, vadinamos ***fermionais***, o dalelės, kurių sukinys yra sveikasis skaičius, vadinamos ***bozonais***. Kadangi nukleono sukinys yra 1/2, tai nukleonai yra fermionai. Vienodų fermionų sistemoms galioja vadinamasis ***Paulio draudimo principas***: vienodų fermionų sistemoje negali būti dviejų vienodos būsenos fermionų. Vadinasi, branduolio mažiausios energijos būsena yra tokia būsena, kurioje visi protonai užpildo žemiausių energijų kvantines būsenas, po vieną protoną kiekvienai būsenai, ir taip pat visi neutronai užpildo žemiausių energijų kvantines būsenas, po vieną neutroną kiekvienai būsenai. Didžiausia duotos rūšies (protoninių arba neutroninių) užpildytų būsenų energija, kai branduolys yra mažiausios energijos būsenos, yra vadinama protonų arba neutronų ***Fermio energija***. Ją žymėsime E_F. Fermio energijos vertę paprasčiausia apskaičiuoti taikant supaprastintą branduolio modelį, kuris remiasi prielaida, kad branduolio nukleonai elgiasi kaip nesąveikaujančios daleles, kurios „uždarytos“ branduolio tūryje V. Šiame modelyje kiekvieno energijos lygmens didžiausia galima užpilda (t. y. didžiausias galimas tos energijos tapačių nukleonų skaičius) yra 2, nes tiek yra galimų sukinio orientacijų. Be to, yra po du kiekvienos energijos lygmenis: vienas lygmuo atitinka protonus, o kitas – neutronus (žr. 3.1 pav.). Todėl pilnutinio būsenų tankio išraiškoje atsiranda daugiklis 4. Tarkime, kad protonų skaičius yra lygus neutronų skaičiui (ši prielaida yra apytiksliai teisinga lengviesiems ir vidutiniesiems branduoliams). Tada protonų Fermio energija yra lygi neutronų Fermio energijai (žr. 3.1 pav.), o pagal energinio būsenų tankio $\rho(E)$ ir Fermio energijos apibrėžtį pilnutinis nukleonų skaičius branduolyje (branduolio masės skaičius) yra lygus

$$A = 4\int_0^{E_F} \rho(E)dE = V\frac{16\pi(2mE_F)^{3/2}}{3h^3}; \tag{3.1.1}$$

čia pasinaudota energinio būsenų tankio išraiška (1.2.3). Išreiškus Fermio energiją E_F iš (3.1.1), gaunama:

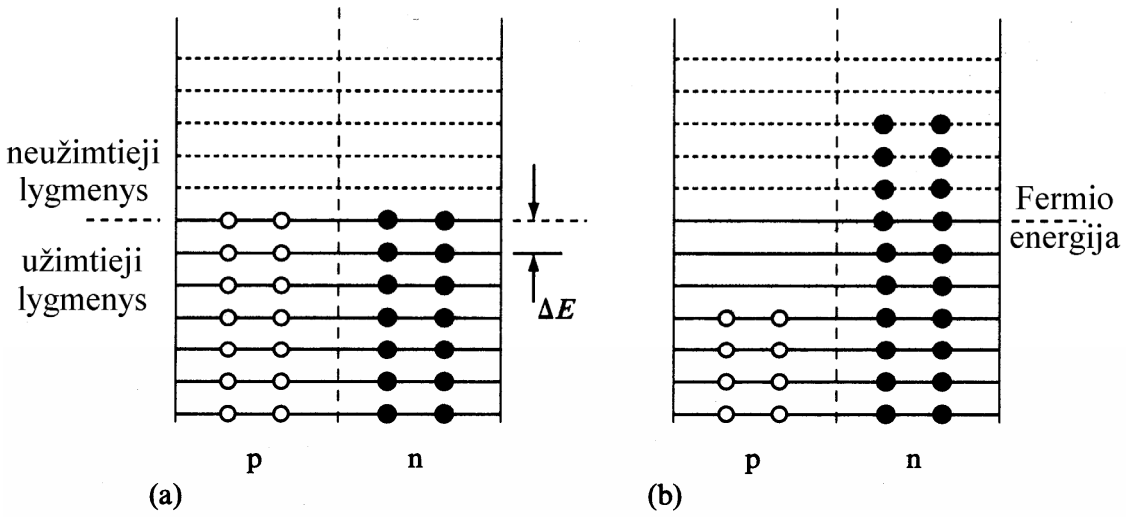
$$E_F = \frac{h^2}{2m}\left(\frac{3A}{16\pi V}\right)^{2/3}. \tag{3.1.2}$$

Kadangi branduolio medžiagos tankis yra apytiksliai pastovus ir vienodas visiems branduoliams, tai A / V yra tam tikra konstanta. Vadinasi, galima teigti, kad:

1. Branduolio Fermio energija nepriklauso nuo A.
2. Pagal energinio būsenų tankio išraišką (1.2.3) jo vertė ties Fermio energija ($\rho(E_F)$) yra tiesiog proporcinga V ir tuo pačiu – branduolio masės skaičiui A.

Antrąją išvadą galima suformuluoti šiek tiek kitaip: naudojant vidutinio energijos intervalo tarp gretimų lygmenų (ΔE) sąvoką. Būsenų tankis, kurį nusako (1.2.3) formulė yra atvirkštinis dydis minėtajam intervalui. Kadangi $\rho(E_F) \sim A$, tai ties Fermio energija vidutinis intervalas tarp energijos lygmenų yra atvirkščiai proporcingas branduolio masės skaičiui:

$$\Delta E(E_F) \sim 1 / A. \tag{3.1.3}$$



3.1 pav. Energijos lygmenų užpilda arti Fermio energijos: (a) protonų skaičius lygus neutronų skaičiui, (b) dalis protonų yra pakeisti neutronais

Branduolio sluoksninio modelio variantas, kuriame nėra atsižvelgiama į nukleonų sukinio ir orbitos sąveiką, yra vadinamas ***Fermio dujų modeliu***. Apskritai ***Fermio dujomis*** vadinama nesąveikaujančių fermionų sistema. Tai yra kvantinis idealiųjų dujų analogas (kai dalelės yra fermionai). Remiantis Fermio dujų modeliu, galima nustatyti Veiczekerio formulės (2.2.7) simetrijos dėmens dalį, kurią lemia nukleonų kinetinė energija (potencinės energijos vaidmuo buvo paaiškintas 2.2 skyriuje). Branduolio mažiausios energijos būsena yra tokia, kai visi protonai ir neutronai poromis užpildo mažiausios energijos orbitinio judėjimo būsenas iki Fermio energijos E_F, kuri yra apytiksliai vienoda protonams ir neutronams. Tokio nukleonų pasiskirstymo supaprastinta schema pavaizduota 3.1 pav. Fermio dujų modelyje kiekvieną energijos lygmenį atitinka tik viena orbitinio judėjimo būsena. Vadinasi, kiekviename lygmenyje gali būti ne daugiau kaip du vienos rūšies nukleonai. Pakeitus $(N - Z) / 2$ protonų neutronais arba atvirkščiai, pilnutinė energija turi padidėti. Taip yra todėl, kad pagal Paulio draudimo principą šie $(N - Z) / 2$ nukleonų turi būti perkelti į laisvus energijos lygmenis, kurie yra virš Fermio lygmens. T. y. jie turi būti paimti iš $(N - Z) / 4$ lygmenų, kurių vidutinis gylis žemiau Fermio lygmens yra $(N - Z)\Delta E / 8$, ir perkelti į lygmenis, kurių vidutinis aukštis virš Fermio lygmens taip pat yra $(N - Z)\Delta E / 8$; čia ΔE yra vidutinis intervalas tarp energijos lygmenų (žr. 3.1b pav.). Todėl pilnutinis darbas, kurį reikia atlikti perkeliant, yra proporcingas $(N - Z)^2\Delta E$. Šis darbas – tai branduolio nukleonų pilnutinės kinetinės energijos padidėjimas (ir ryšio energijos sumažėjimas), kuris susijęs su protonų ir neutronų skaičiaus asimetrija. Antra vertus, anksčiau įrodyta, kad intervalas tarp energijos lygmenų ties Fermio energija yra atvirkščiai proporcingas branduolio masės skaičiui A (žr. (3.1.3)). Vadinasi, branduolio nukleonų pilnutinės kinetinės energijos pokytis dėl protonų ir neutronų skaičiaus asimetrijos yra proporcingas $(N - Z)^2 / A$. Taigi, kinetinės energijos pokytis, kuris susijęs su protonų ir neutronų skaičiaus asimetrija, yra tokio paties pavidalo kaip ir potencinės energijos pokytis (žr. 2.2 skyrių).

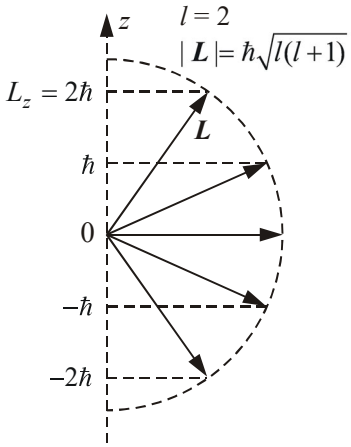
Remiantis sluoksniniu branduolio modeliu, galima paaiškinti ir paskutinįjį dėmenį – porų dėmenį – Veiczekerio formulėje (2.2.7). Aukščiausias užpildytas protonų energijos lygmuo nėra tiksliai lygus aukščiausiam užpildytam neutronų energijos lygmeniui (ne taip kaip pavaizduota 3.1 pav.). Jeigu protonų ir neutronų skaičiai (Z ir N) yra nelyginiai, o aukščiausias užpildytas protonų lygmuo yra *aukščiau* aukščiausio užpildyto neutronų energijos lygmens, tada branduolio pilnutinę energiją galima sumažinti (o ryšio energiją – padidinti) pašalinus vieną protoną ir pridėjus vieną neutroną. Analogiškai, jeigu Z ir N yra nelyginiai, o aukščiausias užpildytas protonų lygmuo yra *žemiau* aukščiausio užpildyto neutronų energijos lygmens, tada ryšio energiją galima padidinti pašalinus vieną neutroną ir pridėjus vieną protoną. Šitaip pakeitę gauname branduolį, kuriame Z ir N yra lyginiai. Taigi, branduolio su lyginiais Z ir N ryšio energija dažniausiai yra didesnė už to paties masės skaičiaus branduolio su nelyginiais Z ir N ryšio energiją. Branduolyje, kuriame vienas iš skaičių Z arba N yra lyginis, o kitas – nelyginis, vieno neutrono pakeitimas protonu (arba atvirkščiai) gali ir

padidinti, ir sumažinti ryšio energiją (priklausomai nuo konkretaus branduolio), todėl aproksimuojant gaunama, kad tokių branduolių porų dėmuo yra lygus nuliui.

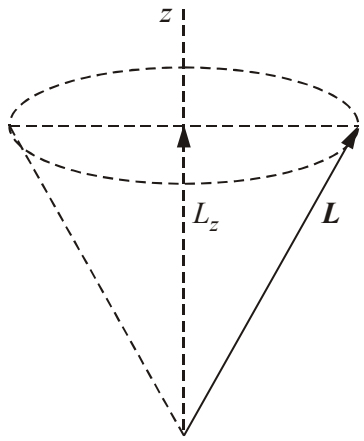
Ankstyvajame branduolio fizikos raidos etape buvo manoma, kad nepriklausomų nukleonų artinys negali tikti branduoliui, nes nukleonų matmenys nedaug mažesni už branduolio matmenis. Buvo manoma, kad branduolyje nukleonai turėtų nuolat susidurti vienas su kitu, todėl negalima laikyti, kad visus nukleonus veikia vienodo pavidalo centrinė jėga. Tačiau toks požiūris remiasi klasikinės fizikos įvaizdžiais, o branduolys yra kvantinė sistema. Viena iš branduolio kvantinės prigimties pasekmių yra ta, kad Paulio draudimo principas labai apriboja nukleonų galimų susidūrimų skaičių. Susidūrimas pasireiškia tuo, kad pasikeičia nukleonų būsenos, t. y. nukleonai pereina į kitus energijos lygmenis. Tačiau pagrindinės būsenos branduolio nukleonai užpildo visas mažiausios energijos būsenas iki Fermio energijos (žr. 3.1 pav.). Todėl nukleonas negali pereiti į žemesnius energijos lygmenis (jie jau yra užimti). Kad nukleonas galėtų pereiti į aukštesnį energijos lygmenį, jis turi gauti energijos. Energija, kuri reikalinga nukleono perkėlimui į aukščiau esantį laisvąjį lygmenį, gali atsirasti tik dėl kitų nukleonų energijos arba dėl išorinio energijos šaltinio. Jeigu nukleonas gautų energiją iš kitų to paties branduolio nukleonų, tada iš energijos tvermės dėsnio išplauktų, kad pastarųjų nukleonų energija turėtų sumažėti (nes branduolio energija, kuri lygi visų nukleonų energijų sumai, turi nepakisti). Vadinasi, tą energiją gali suteikti tik išorinis poveikis (pvz., branduolio susidūrimas su kitu branduoliu). Jeigu išorinio poveikio nėra, tada nukleonų būsenos nesikeičia. T. y. susidūrimų nebūna ir nukleonai juda branduolyje taip lyg jie būtų „skaidrūs“ vienas kitam.

3.2. Branduolio nukleono kvantiniai skaičiai

Kvantinė sistema, kuri aptarta ankstesniuose skyriuose (laisvos dalelės kubinėje „dėžėje“), tinka aiškinant tik kai kurias bendriausias branduolio nukleonų savybes (tokias kaip jų energijos diskretumas), tačiau netinka kiekybinei analizei, nes neatspindi esminių branduolio ypatybių. Viena iš tokių ypatybių yra branduolio sferinė simetrija. Jeigu nėra išorinių laukų, tada branduolio nukleonas juda centriniame jėgų lauke, t. y. nukleono potencinė energija priklauso tik nuo atstumo iki branduolio centro. Kvantinėje mechanikoje įrodoma, kad, norint pilnai nusakyti centriniame jėgų lauke judančios dalelės erdvinio judėjimo būseną, reikia nurodyti trijų fizikinių dydžių vertes:



3.2 pav. Galimi kampai tarp judesio kiekio momento ir išskirtosios krypties



3.3 pav. Judesio kiekio momento vektoriaus precesija aplink išskirtąją kryptį

1) dalelės energiją,
2) dalelės judesio kiekio momento (taip pat vadinamo impulso momentu) modulį,
3) dalelės judesio kiekio momento projekciją į laisvai pasirinktą kryptį.

Taigi, nukleono judėjimo branduolio viduje būseną nusako trys kvantiniai skaičiai. Orbitinio judesio kiekio momento modulį nusako ***orbitinis kvantinis skaičius*** l. Kitas jo pavadinimas – ***šalutinis kvantinis skaičius***. Judesio kiekio momentas – tai vektorinis dydis, kuris klasikinėje mechanikoje apibrėžiamas šitaip:

$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{p}; \tag{3.2.1}$$

čia $\boldsymbol{r}$ yra vektorius, kuris jungia atskaitos tašką ir dalelę, $\boldsymbol{p}$ yra dalelės judesio kiekio (kitaip vadinamo dalelės impulsu) vektorius, $\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{p}$ yra tų dviejų vektorių vektorinė sandauga. Jeigu dalelė juda apskrita orbita, kurios spindulys yra r, o judesio kiekio momentas matuojamas atžvilgiu orbitos centro, tada vektoriai $\boldsymbol{r}$ ir $\boldsymbol{p}$ yra statmeni, todėl vektoriaus $\boldsymbol{L}$ modulis yra lygus vektorių $\boldsymbol{r}$ ir $\boldsymbol{p}$ modulių sandaugai:

$$|\boldsymbol{L}| = rp = rm\upsilon\,; \tag{3.2.2}$$

čia $p = m\upsilon$ yra dalelės judesio kiekio modulis, m yra jos masė, υ yra greitis. Kvantinėje mechanikoje įrodoma, kad centriniame jėgų lauke judančios dalelės judesio kiekio momento leistinosios vertės yra šios:

$$|\boldsymbol{L}| = \hbar\sqrt{l(l+1)} \qquad (l = 0, 1, 2, ...), \tag{3.2.3}$$

o vektoriaus $\boldsymbol{L}$ projekcijos į bet kurią ašį z leistinosios vertės yra šios:

$$L_z = m_l\hbar \qquad (m_l = -l, -l+1, ..., l-1, l). \tag{3.2.4}$$

m_l yra vadinamasis ***magnetinis kvantinis skaičius***.

Taigi, judesio kiekio momento projekcija į duotąją kryptį Z gali įgyti tik kelias vertes, t. y. galimi tik keli kampai tarp judesio kiekio momento vektoriaus $\boldsymbol{L}$ ir išskirtosios krypties z. Pvz., kai $l = 2$, kampas tarp $\boldsymbol{L}$ ir z ašies gali būti lygus penkioms vertėms. Šie penki kampai tarp vektoriaus $\boldsymbol{L}$ ir z ašies parodyti 3.2 pav. Be to, judesio kiekio momento vektoriaus projekcijos modulis visada yra mažesnis už to vektoriaus modulį (3.2.3), išskyrus tą atvejį, kai $|\boldsymbol{L}| = 0$ (t. y. $l = 0$). Taigi, judesio kiekio momento vektorius visada sudaro tam tikrą nenulinį kampą su išskirtąja kryptimi. Tai galima įsivaizduoti šitaip. Jeigu L_z ir $|\boldsymbol{L}|$ vertės yra tiksliai apibrėžtos, tada judesio kiekio momento vektorius $\boldsymbol{L}$ precesuoja apie z ašį (žr. 3.3 pav.). Todėl komponentės L_x ir L_y nuolat kinta (yra neapibrėžtos). Būtent todėl pastarosios dvi komponentės netinka, apibūdinant nukleono judėjimo būseną.

Kiekvieną l ir m_l porą atitinka kelios skirtingų energijų erdvinio judėjimo būsenos. Tos būsenos numeruojamos energijos didėjimo tvarka. Šitaip apibrėžtą numerį žymėsime n ir vadinsime „pagrindiniu kvantiniu skaičiumi“. Apibūdinant nukleono orbitinio judėjimo būseną branduolyje,

vietoj l verčių 0, 1, 2, 3, 4, ... vartojamos raidės s, p, d, f, g, ... Pvz., nukleonas, kurio pagrindinis kvantinis skaičius yra $n = 2$, o šalutinis $l = 1$, vadinamas 2p nukleonu.

Centriniame jėgų lauke judančios dalelės (pvz., branduolio nukleono, kai nėra išorinių laukų ir nepaisoma nukleono sukinio) energija priklauso tik nuo kvantinių skaičių n ir l. T. y. kiekvieną tokios dalelės energijos lygmenį atitinka $2l + 1$ skirtingų judėjimo būsenų, kurių kiekviena atitinka vieną iš galimųjų magnetinio kvantinio skaičiaus m_l verčių (žr. (3.2.4)).

Anksčiau apibrėžti kvantiniai skaičiai n, l ir m_l nėra pakankami nusakant nukleono būseną branduolyje, nes nukleonas turi ir vidinį judesio kiekio momentą (***sukinį***). Taip pat kaip nukleono orbitinio judesio kiekio momento modulis, kuris apibūdinamas orbitiniu kvantiniu skaičiumi l, nukleono sukinio modulis apibūdinamas ***sukinio kvantiniu skaičiumi*** s. Nukleono sukinio kvantinis skaičius visada lygus 1/2:

$$s = \frac{1}{2}. \tag{3.2.5}$$

Sukinio modulis $|\boldsymbol{L}_s|$ susijęs su sukinio kvantiniu skaičiumi s taip pat kaip orbitinio judesio kiekio momento modulis $|\boldsymbol{L}|$ susijęs su orbitiniu kvantiniu skaičiumi l (žr. (3.2.3)):

$$|\boldsymbol{L}_s| = \hbar\sqrt{s(s+1)} = \frac{\sqrt{3}}{2}\hbar, \tag{3.2.6}$$

o sukinio projekcija į laisvai pasirinktą koordinačių z ašį išreiškiama sąryšiu, kuris analogiškas (3.2.4):

$$L_{sz} = m_s\hbar \qquad (m_s = \pm s = \pm 1/2). \tag{3.2.7}$$

Skaičius m_s vadinamas ***sukinio magnetiniu kvantiniu skaičiumi***.

Atomo ir branduolio fizikoje sukinio kvantinis skaičius dažniausiai vadinamas tiesiog sukiniu, o sukinio magnetinis kvantinis skaičius – tiesiog sukinio projekcija. Pvz., sakoma „nukleono sukinys lygus 1/2“ (nors tikroji vertė yra $\hbar\sqrt{3}/2$), „nukleono sukinio projekcija lygi ±1/2“ ir kt.

Neatsižvelgiant į palyginti silpnas sąveikas, kurias lemia nukleono sukinys, branduolio nukleono būseną pilnai nusako keturi minėtieji kvantiniai skaičiai

$$n,\ l,\ m_l,\ m_s. \tag{3.2.8}$$

Kvantiniai skaičiai m_l ir m_s nusako orbitinio ir sukininio judesio kiekio momentų vektorių $\boldsymbol{L}$ ir $\boldsymbol{L}_s$ orientacijas atžvilgiu laisvai pasirinktos krypties, tačiau nieko nesako apie kampą tarp tų vektorių. Atsižvelgus į sąveikas, kurias lemia nukleono sukinys (pvz., į vadinamąją sukinio ir orbitos sąveiką), kampas tarp $\boldsymbol{L}$ ir $\boldsymbol{L}_s$ gali turėti įtaką nukleono energijai. Tokiu atveju kvantiniai skaičiai m_l ir m_s netinka apibrėžtos energijos nukleono būsenų klasifikavimui, ir vietoj jų naudojami kiti du kvantiniai skaičiai – pilnutinio judesio kiekio momento kvantinis skaičius j ir pilnutinio judesio kiekio projekcijos kvantinis skaičius m_j. Pilnutinis judesio kiekio momentas $\boldsymbol{L}_j$ – tai orbitinio ir sukininio judesio kiekio momentų vektorių suma:

$$\boldsymbol{L}_j = \boldsymbol{L} + \boldsymbol{L}_s. \tag{3.2.9}$$

Pilnutinio judesio kiekio momento $\boldsymbol{L}_j$ modulį galima apskaičiuoti pasinaudojus šia bendrąja momentų sudėties taisykle: sudėjus du judesio kiekio momentus $\boldsymbol{L}_1$ ir $\boldsymbol{L}_2$, kurių moduliai lygūs

$$L_1 = \hbar\sqrt{l_1(l_1+1)} \quad \text{ir} \quad L_2 = \hbar\sqrt{l_2(l_2+1)},$$

suminio momento $\boldsymbol{L}_\Sigma = \boldsymbol{L}_1 + \boldsymbol{L}_2$ modulio galimosios vertės yra

$$L_\Sigma = \hbar\sqrt{l_\Sigma(l_\Sigma+1)} \qquad (l_\Sigma = |l_1 - l_2|,\ |l_1 - l_2| + 1,\ \ldots,\ l_1 + l_2). \tag{3.2.10}$$

Jeigu abu sudedamieji momentai turi apibrėžtas projekcijas į z ašį, tada suminio momento projekcija į z ašį yra lygi jų sumai:

$$L_{\Sigma z} = L_{1z} + L_{2z} = m_\Sigma\hbar \qquad (m_\Sigma = m_1 + m_2); \tag{3.2.11}$$

čia kvantiniai skaičiai m_1 ir m_2 nusako momentų $\boldsymbol{L}_1$ ir $\boldsymbol{L}_2$ projekcijas ($L_{1z} = m_1\hbar$, $L_{2z} = m_2\hbar$). Sudedant nukleono orbitinį ir sukininį judesio kiekio momentus pagal šias taisykles, kvantinį skaičių l_1 reikia pakeisti šalutiniu kvantiniu skaičiumi l, o kvantinį skaičių l_2 – sukinio kvantiniu skaičiumi $s = 1/2$. Šitaip gauname, kad pilnutinio momento $\boldsymbol{L}_j$ modulio galimosios vertės yra

$$|\boldsymbol{L}_j| = \hbar\sqrt{j(j+1)}, \tag{3.2.12}$$

kur kvantinis skaičius j gali būti lygus tik šioms vertėms:

a) jeigu $l > 0$, $j = l \pm \frac{1}{2}$; (3.2.13a)

b) jeigu $l = 0$, $j = \frac{1}{2}$ (3.2.13b)

(žr. 3.4 pav.). Pilnutinio judesio kiekio momento projekcija į laisvai pasirinktąją z ašį atitinka tą pačią sąlygą kaip ir bet kurios kitos prigimties judesio kiekio momento projekcija:

$$L_{jz} = m_j\hbar \qquad (m_j = -j, -j+1, ..., j-1, j). \qquad (3.2.14)$$

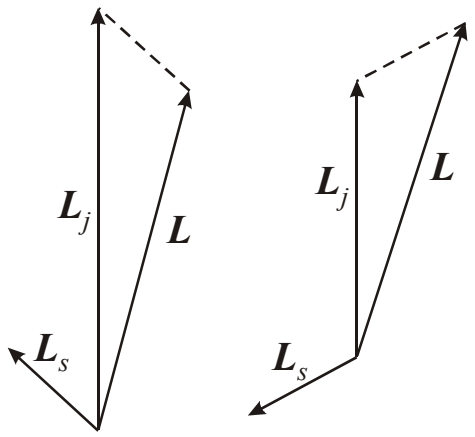
Gali kilti klausimas, kaip galima kalbėti apie apibrėžtą kampą tarp vektorių $\boldsymbol{L}$ ir $\boldsymbol{L}_s$, jeigu šių vektorių kryptys yra neapibrėžtos (jie precesuoja apie išskirtąją kryptį). Atsakymą į šį klausimą iliustruoja 3.5 pav. Kai nukleonas yra būsenos, kurios l ir j yra apibrėžti, abu vektoriai $\boldsymbol{L}$ ir $\boldsymbol{L}_s$ precesuoja apie pilnutinio judesio kiekio momento vektorių $\boldsymbol{L}_j$ taip, kad kampas tarp jų išlieka pastovus.

Vektorius $\boldsymbol{L}_j$, kaip ir bet kuris kitas judesio kiekio momentas, precesuoja aplink išskirtąją kryptį Z. Kaip matome 3.5 pav., vektorių $\boldsymbol{L}$ ir $\boldsymbol{L}_s$ projekcijos į tą kryptį yra neapibrėžtos. Todėl, apibūdinant nukleono būseną branduolyje, dažniausiai vartojami kvantiniai skaičiai

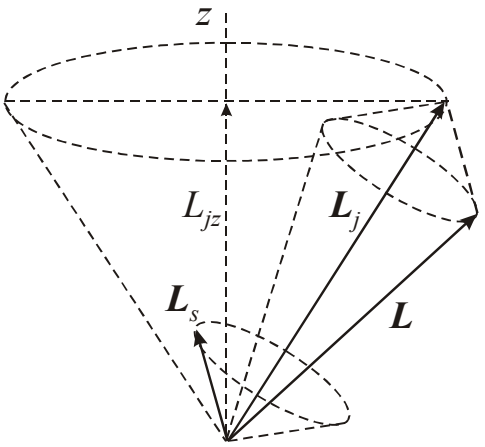
$$n, l, j, m_j \qquad (3.2.15)$$

(plg. su (3.2.8)).

Branduolio nukleono būsenas, kai nukleono energija, orbitinio judesio kiekio momento modulis, pilnutinio judesio kiekio momento modulis ir šio momento projekcija vienu metu turi tiksliai apibrėžtas vertes, vadinsime nukleono ***kvantinėmis būsenomis***. Bendruoju atveju energijos lygmens negalima tapatinti su kvantine būsena, nes dažnai energija nepriklauso nuo kai kurių kvantinių skaičių. Pvz., jeigu nėra išorinio magnetinio lauko, tada nukleono energija nepriklauso nuo kvantinio skaičiaus m_j. T. y. energijos lygmenį su apibrėžtu kvantiniu skaičiumi j atitinka $2j + 1$ kvantinių būsenų, kurios skiriasi tik kvantiniu skaičiumi m_j (žr. (3.2.14)). Todėl, norint apibūdinti nukleono energijos lygmenį, kai išorinis magnetinis laukas lygus nuliui, pakanka nurodyti tik kvantinius skaičius n, l ir j. Kvantinis skaičius j nurodomas apatinio indekso pavidalu. Pvz., nukleono energijos lygmuo, kuris atitinka kvantinių skaičių vertes $n = 2$, $l = 1$ ir $j = 3/2$, žymimas $2p_{3/2}$.



3.4 pav. Du galimi kampai tarp nukleono sukinio vektoriaus $\boldsymbol{L}_s$ ir nukleono orbitinio judesio kiekio momento vektoriaus $\boldsymbol{L}$ bei atitinkami nukleono pilnutinio judesio kiekio momento vektoriai $\boldsymbol{L}_j$



3.5 pav. Nukleono sukininio judesio kiekio momento vektoriaus $\boldsymbol{L}_s$ ir orbitinio judesio kiekio momento vektoriaus $\boldsymbol{L}$ precesija aplink pilnutinio judesio kiekio momento vektorių $\boldsymbol{L}_j$ ir pastarojo vektoriaus precesija aplink išskirtąją kryptį Z

3.3. Nukleono banginė funkcija. Būsenos lyginumas. s nukleonų energijos lygmenys

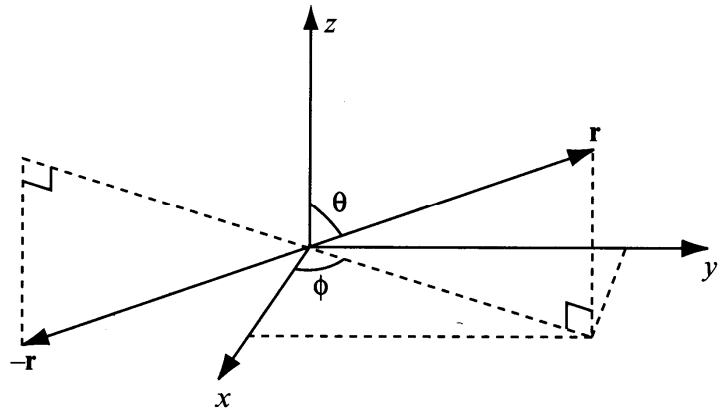
Kaip minėta, dalelės, kuri juda centriniame potencialiniame jėgų lauke, banginės funkcijos yra Šrėdingerio lygties

$$\nabla^2\psi + \frac{2m}{\hbar^2}\left(E - U(r)\right)\psi = 0 \qquad (3.3.1)$$

sprendiniai. Nors ši lygtis neatsižvelgia į dalelės sukinį, tačiau ją galima naudoti apytiksliai nusakant nukleono erdvinį („orbitinį“) judėjimą branduolyje. Taip yra todėl, kad nukleono sukininė būsena (t. y. jo sukinio projekcija į pasirinktąją kryptį Z) palyginti silpnai priklauso nuo erdvinio judėjimo būsenos (kurią nusako kvantiniai skaičiai l, m_l ir n). Atomo elektrono Šrėdingerio lygtis taip pat yra (3.3.1) pavidalo, o vandeniliškojo atomo atveju $U(r)$ yra dviejų taškinių krūvių Kulono traukos potencinės energija. Šiuo atveju galima gauti tikslų (3.3.1) lygties sprendinį. Šis uždavinys yra smulkiai nagrinėjamas kvantinės mechanikos kurse. Branduolio nukleono potencinės energijos priklausomybė

nuo koordinatės $U(r)$ yra kitokio pavidalo, negu vandeniliškojo atomo elektrono, todėl ir banginės funkcijos yra kitokio pavidalo. Tačiau, kadangi bendrasis lygties pavidalas (3.3.1) abiem atvejais yra vienodas, tai ir sprendiniai turi kai kurių panašumų. Toliau (3.3.1) lygties nuosekliai nespręsime, o tik aptarsime pagrindines jos sprendinių savybes. (3.3.1) lygties sprendinius yra įprasta nagrinėti sferinėje koordinačių sistemoje. Sferinės koordinačių sistemų koordinatės yra radialioji koordinatė r, kuri nusako atstumą iki branduolio centro, ir dvi kampinės koordinatės – polinis kampas θ ir azimutinis kampas ϕ (žr. 3.6 pav.). Polinio kampo galimos vertės yra nuo 0 iki π, o azimutinio kampo – nuo 0 iki 2π (žr. 3.6 pav.). Sferinės koordinatės yra patogios todėl, kad jas taikant (3.3.1) lygtį galima išspręsti kintamųjų atskyrimo metodu, t. y. visus jos sprendinius galima išreikšti trijų nepriklausomų funkcijų sandauga:

$$\psi(r,\theta,\phi) = X(r)P(\theta)\Phi(\phi) \equiv X(r)Y(\theta,\phi)\,. \tag{3.3.2}$$



3.6 pav. Dekarto ir sferinių koordinačių sąryšis

Toks sprendinio pavidalas išplaukia iš nagrinėjamos sistemos sferinės simetrijos, t. y. iš to fakto, kad potencinė energija U priklauso tik nuo r (žr. (3.3.1) lygtį). Funkciją $X(r)$ vadinsime „radialiąja bangine funkcija“, o kampinių koordinačių funkciją $Y(\theta,\phi) = P(\theta)\Phi(\phi)$ vadinsime „kampine bangine funkcija“. Radialiosios ir kampinės banginių funkcijų prasmę galima aiškinti remiantis statistine banginės funkcijos samprata. Tūrio elementas, kuris atitinka nykstamai mažus sferinių koordinačių pokyčius dr, dθ ir dϕ, yra lygus

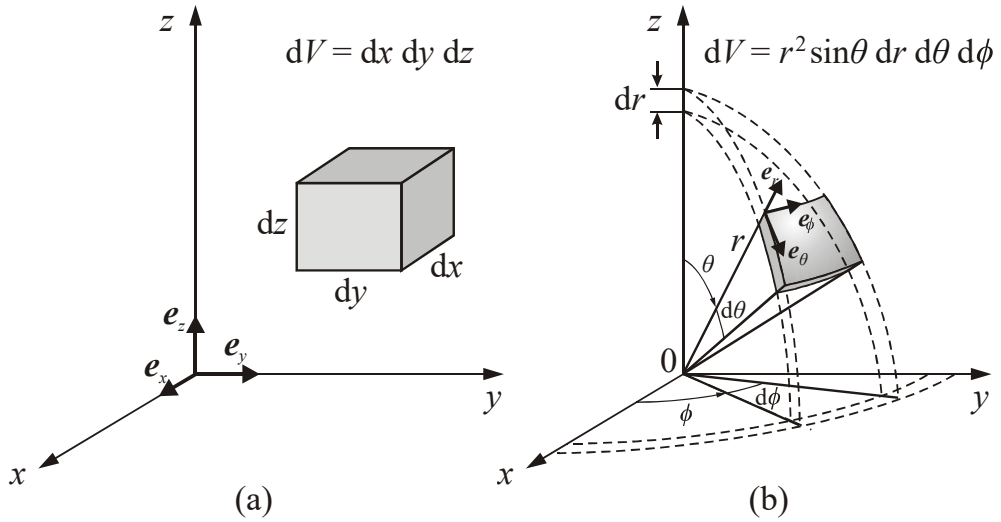
$$\mathrm{d}V = r^2 \sin\theta\, \mathrm{d}r\, \mathrm{d}\theta\, \mathrm{d}\phi\,. \tag{3.3.3}$$

Vadinasi, tikimybė, kad nukleonas priklausys tam tūrio elementui, yra lygi

$$|\psi(r,\theta,\phi)|^2\, \mathrm{d}V = \left[|X(r)|^2\, r^2 \mathrm{d}r\right]\cdot\left[|Y(\theta,\phi)|^2 \sin\theta\, \mathrm{d}\theta\, \mathrm{d}\phi\right]. \tag{3.3.4}$$

Pirmasis reiškinys laužtiniuose skliaustuose yra tikimybė, kad nukleonas priklausys sferiniam sluoksniui, kurio spindulys r, o storis dr. Antrasis reiškinys laužtiniuose skliaustuose yra tikimybė, kad nukleonas bus erdvės srityje, kuri yra tarp keturių artimų spindulių, išeinančių iš taško $r = 0$ kryptimi, kurią nusako duotoji kampinių koordinačių pora (θ, ϕ) (trys iš tų keturių spindulių yra matomi 3.7b pav.). Integravus pirmąjį reiškinį laužtiniuose skliaustuose r atžvilgiu nuo 0 iki ∞ arba integravus antrąjį reiškinį θ ir ϕ atžvilgiu visame tų kampų apibrėžties intervale, gaunamas vienetas. Taigi, $|Y(\theta,\phi)|^2$ yra kampinis tikimybės tankis[1].

[1] “Tikimybės tankio” apibrėžtis yra susijusi su tūrio elemento, iš kurio dauginamas tikimybės tankis apskaičiuojant tikimybę, apibrėžtimi. Vienmačiu atveju „tūrio elementas“ yra nykstamasis duotojo dydžio verčių intervalas. Todėl, pvz., apibrėžiant „radialinį tikimybės tankį“, prie jo reikia prijungti ir daugiklį r^2 (žr. (3.3.4)). Tačiau kai dimensijų skaičius yra didesnis už 1, tada tūrio elemento apibrėžtis priklauso nuo pasirinktos koordinačių sistemos. Pvz., apibrėžiant kampinį tikimybės tankį sferinėje koordinačių sistemoje, „tūrio elementas“ reiškia vienetinio spindulio sferos ploto elementą, kuris atitinka duotąsias θ ir ϕ reikšmes. Šis ploto elementas yra $\sin\theta \cdot \mathrm{d}\theta \cdot \mathrm{d}\phi$. Taigi, daugiklis $\sin\theta$ priklauso ploto elementui, o ne kampiniam tikimybės tankiui.



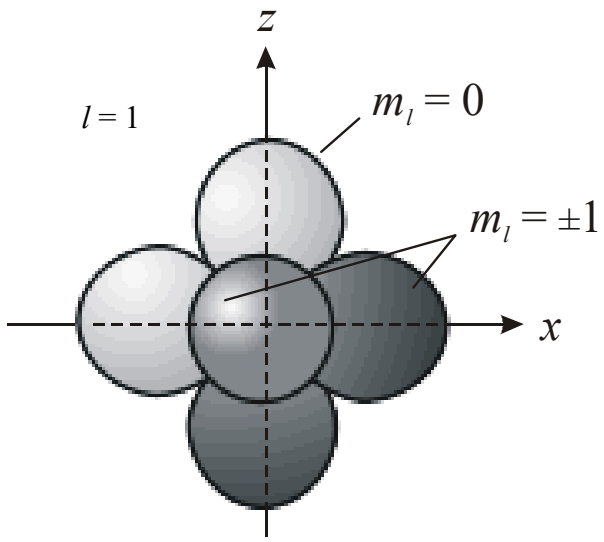
3.7 pav. Baziniai vektoriai ir tūrio elementai Dekarto koordinačių sistemoje (a) ir sferinėje koordinačių sistemoje (b)

Konkretus $U(r)$ pavidalas neturi įtakos kampinės funkcijos $Y(\theta, \phi)$ pavidalui; nuo $U(r)$ pavidalo priklauso tik radialiosios funkcijos $X(r)$ pavidalas. Taigi, branduolio nukleono kampinės banginės funkcijos yra tokios pačios, kaip ir atomo elektrono. Tos funkcijos – tai vadinamosios sferinės harmonikos. Kiekvieną kvantinių skaičių l ir m_l porą atitinka tam tikra sferinė harmonika. Tuos du kvantinius skaičius įprasta nurodyti apatinių indeksų pavidalu: $Y_{lm_l}(\theta,\phi)$. Konkretus šių funkcijų pavidalas neturi reikšmės tolimesniam aptarimui. Paminėsime tik, kad sferinės harmonikos, kurios atitinka $l = 0$ (t. y. s nukleonus), yra paprasčiausios. Tos funkcijos yra lygios konstantai

$$Y_{00} = \frac{1}{2\sqrt{\pi}}. \tag{3.3.5}$$

Vadinasi, kai nukleonas yra s būsenos, tada jo pasiskirstymas erdvėje yra sferiškai simetriškas: visos kryptys erdvėje yra lygiavertės. Palyginimui 3.8 pav. pavaizduoti trys kampiniai tikimybės tankiai $|Y_{lm_l}(\theta,\phi)|^2$, kurie atitinka $l = 1$ ir visas galimas m_l vertes, t. y. $m_l = -1, 0, 1$ (kampinių koordinačių funkcijas įprasta atvaizduoti polinėje koordinačių sistemoje). Kaip matome, šiuo atveju skirtingos kryptys nėra lygiavertės: kai kuriomis kryptimis yra didesnė tikimybė aptikti nukleoną, negu kitomis kryptimis.

Sferinių harmonikų savybės yra reikalingos nagrinėjant dar vieną svarbų nukleono būsenos parametrą – vadinamąjį būsenos lyginumą. Būsenos (arba banginės funkcijos) lyginumas yra banginės funkcijos savybė, kuri nusako kaip keičiasi banginės funkcijos vertė atlikus koordinačių inversiją, t. y.



3.8 pav. p nukleonų erdvinio tikimybės tankio kampinė dalis $|Y(\theta,\phi)|^2$, atitinkanti tris kvantinio skaičiaus m_l vertes. $|Y(\theta,\phi)|^2$ vertę įvairiomis kryptimis nusako atstumai nuo koordinačių centro iki pavaizduotų paviršių

pakeitus visų dalelių spindulių vektorių kryptis į priešingą. Dekarto koordinačių sistemoje inversijos operacija apibrėžiama šitaip:

$$x \to -x; \quad y \to -y; \quad z \to -z,$$

o sferinėje koordinačių sistemoje

$$r \to r; \quad \theta \to \pi - \theta; \quad \phi \to \phi + \pi$$

(Dekarto ir sferinių koordinačių sąryšis parodytas 3.6 pav.). Jeigu funkcija nesikeičia atlikus inversiją, tada ji vadinama ***lygine funkcija***, o jeigu keičia tik savo ženklą, tada ji vadinama ***nelygine funkcija***. Banginės funkcijos lyginumas yra susijęs su sistemos simetrija inversijos atžvilgiu. Jeigu sistema yra simetriška inversijos atžvilgiu (pvz., branduolys, kuriam yra būdinga sferinė simetrija), tada sistemos banginės funkcijos yra lyginės arba nelyginės. Vadinasi, branduolio nukleonų banginės funkcijos yra lyginės arba nelyginės. Atitinkamai galima apibrėžti dar vieną nukleono kvantinį skaičių, kuris gali būti lygus tik dviem vertėms ir kuris nusako būsenos (banginės funkcijos) ***lyginumą***: lygines bangines funkcijas atitinka lyginumo vertė +1, o nelygines bangines funkcijas atitinka lyginumo vertė −1.

Pvz., jeigu nagrinėjama dalelė, kuri yra vienmatėje stačiakampėje begalinio gylio potencialo duobėje, tada jos banginės funkcijos yra tokios kaip parodyta 1.3 pav. Jeigu koordinatė atskaitoma nuo potencialo duobės centro, tada ši sistema yra simetriška inversijos atžvilgiu. Todėl, kaip akivaizdu 1.3 pav., banginės funkcijos yra lyginės arba nelyginės sistemos centro atžvilgiu (1.3 pav. atveju sistemos centrą atitinka $x = w / 2$). Šiame pavyzdyje būsenos lyginumas yra lygus $(-1)^{n-1}$, kur n yra energijos lygmens numeris. T. y. šiuo atveju lygines n vertes atitinka nelyginės būsenos, o nelygines n vertes atitinka lyginės būsenos. Jeigu nagrinėjama dalelė, kuri juda centriniame jėgų lauke (pvz., branduolio nukleonas), tada jos banginė funkcija yra lygi sandaugai $X(r)Y_{lm_l}(\theta,\phi)$, kur Y yra sferinė harmonika. Banginės funkcijos radialinė dalis $X(r)$ nesikeičia atlikus inversiją, tačiau kampinė dalis $Y_l^{m_l}(\theta,\phi)$ keičiasi:

$$Y_{lm_l}(\pi-\theta,\pi+\phi) = (-1)^l Y_{lm_l}(\theta,\phi)\,. \tag{3.3.6}$$

Vadinasi, nukleono banginės funkcijos lyginumas sutampa su šalutinio kvantinio skaičiaus l lyginumu: lyginės l vertės atitinka lygines būsenas, o nelyginės l vertės atitinka nelygines būsenas.

Aptariant nukleono radialinę banginę funkciją $X(r)$, patogiau ją išreikšti šitaip:

$$X(r) \equiv \frac{\xi(r)}{r}\,. \tag{3.3.7}$$

Lygtis, kurios sprendinys yra šitaip apibrėžta pagalbinė radialinė funkcija $\xi(r)$, yra tokio paties pavidalo, kaip ir vienmačio judėjimo Šrėdingerio lygtis:

$$\frac{\mathrm{d}^2\xi}{\mathrm{d}r^2} = \frac{2m}{\hbar^2}\left[U(r) + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} - E\right]\xi\,. \tag{3.3.8}$$

Čia l turi tą pačią prasmę, kaip ir anksčiau, t. y. šalutinis kvantinis skaičius[1]. Matome, kad dabar tikrąją potencinę energiją $U(r)$ reikia pakeisti „efektine potencine energija“, kuri lygi

$$U_l(r) \equiv U(r) + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} = U(r) + \frac{|\boldsymbol{L}_l|^2}{2mr^2} \quad (l = 0, 1, 2, ...); \tag{3.3.9}$$

čia $|\boldsymbol{L}_l|^2$ yra judesio kiekio momento kvadrato vertė, kuri atitinka duotąją skaičiaus l vertę. Antrasis dėmuo efektinės potencinės energijos išraiškoje (3.3.9) – tai klasikinė apskrita orbita judančios dalelės kinetinės energijos išraiška: $W = L^2/(2mr^2)$, kur L yra dalelės judesio kiekio momentas. Šis dėmuo atspindi išcentrinę jėgą, kuri „stumia“ dalelę su nenuliniu judesio kiekio momentu ($l \neq 0$) tolyn nuo koordinačių pradžios taško $r = 0$.

Taigi, centriniame jėgų lauke judančios dalelės banginė funkcija gaunama sudauginus sferinę harmoniką ir radialiąją funkciją (3.3.7), kur $\xi(r)$ yra vienmatės Šrėdingerio lygties (3.3.8) sprendinys. Šis teiginys galioja esant *bet kokio pavidalo* potencinei energijai $U(r)$. Funkcijos $U(r)$ pavidalas lemia tik banginės funkcijos radialiosios dalies $X(r)$ (t. y. funkcijos $\xi(r)$) pavidalą ir energijos lygmenis.

[1] Konstanta $l(l+1)$ – tai atskyrimo konstanta, kuri atsiranda sprendžiant pradinę lygtį (3.3.1) kintamųjų atskyrimo metodu. Ta konstanta atskiria radialinę koordinatę r nuo kampinių koordinačių θ ir ϕ. Toks tos konstantos pavidalas gaunamas iš reikalavimo, kad banginė funkcija atitiktų standartines sąlygas (baigtinumas, tolydumas, vienareikšmiškumas).

Kadangi banginė funkcija turi neartėti į begalybę taške $r = 0$ (tai yra viena iš standartinių sąlygų), tai iš radialiosios dalies išraiškos (3.3.7) išplaukia, kad funkcija $\xi(r)$ turi būti lygi nuliui taške $r = 0$:

$$\xi(0) = 0. \tag{3.3.10}$$

Tai yra viena iš dviejų kraštinių sąlygų, kurias turi atitikti (3.3.8) lygties sprendinys. Antroji kraštinė sąlyga priklauso nuo $U(r)$ pavidalo. Toliau naudosime tokį $U(r)$ pavidalą, kuris geriausiai tinka branduoliui. Žinome, kad nukleono potencinė energija branduolio viduje yra apytiksliai pastovi (žr. 1.1 pav.). Paprasčiausias branduolio modelis, kuris atspindi šią savybę, – tai begalinio gylio sferinė potencialo duobė. Šiame modelyje nukleono potencinės energijos priklausomybė nuo atstumo iki branduolio centro yra tokia:

$$U(r) = \begin{cases} 0, & 0 \le r \le R; \\ \infty, & r > R; \end{cases} \tag{3.3.11}$$

čia R yra branduolio spindulys. Atitinkamas (3.3.8) lygties pavidalas branduolio viduje yra toks:

$$\frac{\mathrm{d}^2\xi}{\mathrm{d}r^2} = \frac{2m}{\hbar^2}\left[\frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} - E\right]\xi \qquad 0 \le r \le R\,. \tag{3.3.12}$$

Palyginimas: anksčiau išspręsta vienmatės begalinio gylio potencialo duobės Šrėdingerio lygtis yra tokia

$$\frac{\mathrm{d}^2\psi}{\mathrm{d}x^2} = -\frac{2m}{\hbar^2}E\psi \qquad (0 \le x \le w).$$

Matome, kad vienintelis šių dviejų lygčių skirtumas yra tas, kad (3.3.12) lygtyje prieš $-E$ yra papildomas dėmuo, kuris proporcingas $l\,(l + 1)$. Tačiau, kai yra nagrinėjamos s būsenos (kurių $l = 0$), tada tas dėmuo yra lygus nuliui. Vadinasi, šiame branduolio modelyje s būsenos nukleonų energijos lygmenų išraiškos yra tokios pačios, kaip vienmatės begalinio gylio potencialo duobės energijos lygmenų. Vienintelis pakeitimas yra tas, kad vietoj potencialo duobės pločio w reikia vartoti branduolio spindulį R:

$$E_{ns} = \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2mR^2} = \frac{n^2h^2}{8mR^2} \qquad (l = 0,\ n = 1, 2, ...). \tag{3.3.13}$$

Energijos lygmenys, kurie atitinka kitas šalutinio kvantinio skaičiaus l vertes ($l > 0$), yra išreiškiami kitokiomis formulėmis, kurios čia nebus aptariamos.

3.4. Nukleono banginė funkcija atsižvelgus į nukleono sukinį

Nukleono sukinio projekcija L_{sz} – tai dar vienas „laisvės laipsnis“, kurį turi atspindėti papildomas argumentas nukleono banginės funkcijos išraiškoje. T. y. nukleono banginės funkcijos argumentų sąrašą reikėtų rašyti šitaip: $\psi = \psi(x, y, z, L_{sz})$. Kadangi yra galimos tik dvi L_{sz} vertės, tai „pilnąją“ funkciją $\psi(x, y, z, L_{sz})$ galima užrašyti dviejų „orbitinių“ funkcijų stulpelio pavidalu:

$$\psi(x, y, z, L_{sz}) = \begin{pmatrix} \psi_1(x, y, z) \\ \psi_2(x, y, z) \end{pmatrix}; \tag{3.4.1}$$

čia funkcija $\psi_1(x, y, z)$ nusako nukleono orbitinio judėjimo būseną, kai $L_{sz} = +\hbar/2$, o funkcija $\psi_2(x, y, z)$ nusako nukleono orbitinio judėjimo būseną, kai $L_{sz} = -\hbar/2$. Toks dviejų funkcijų stulpelis – tai vadinamasis ***spinorius***. Spinoriaus bendroji išraiška (3.4.1) yra tapati tokiam reiškiniui:

$$\psi(x, y, z, L_{sz}) = \psi_1(x, y, z)\chi^+ + \psi_2(x, y, z)\chi^- = \psi_1(x, y, z)\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \psi_2(x, y, z)\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \tag{3.4.2}$$

čia χ^+ ir χ^- yra „vienetiniai spinoriai“:

$$\chi^+ = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \chi^- = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \tag{3.4.3}$$

Kiekvienas spinorius yra funkcija, kurios vienas argumentas gali būti lygus tik dviem vertėms. Tas argumentas – tai nukleono sukinio projekcija į duotąją (z) ašį. Ši projekcija – tai yra vadinamoji ***sukininė koordinatė***. χ^+ nusako elektrono sukininę būseną, kurioje $L_{sz} = +\hbar/2$, o χ^- nusako elektrono sukininę būseną, kurioje $L_{sz} = -\hbar/2$.

Anksčiau buvo minėta, kad banginės funkcijos modulio kvadratas turi tikimybės tankio prasmę. Čia vartojamas terminas „tikimybės tankis“, o ne „tikimybė“, nes funkcijos argumentai yra tolydūs dydžiai (erdvinės koordinatės). Tokiu atveju tikimybė, kad nukleonas bus tiksliai apibrėžtame erdvės taške artėja į nulį ir galima kalbėti tik apie tikimybės *tankį* aptikti nukleoną tame erdvės taške (kad tikimybė neartėtų į nulį, reikia sudaryti baigtinio dydžio tūrį). Tačiau sukininė koordinatė yra ne tolydi, o diskreti: yra galimos tik dvi tiksliai apibrėžtos jos vertės ($L_{sz} = \pm\hbar/2$). Kai kintamasis yra diskretus, tada jau vartojama ne tikimybės tankio, o tikimybės sąvoka. Pvz., jeigu nukleono būsena atitinka $L_{sz} = +\hbar/2$, tada tikimybė jį aptikti šioje būsenoje yra lygi 1, o tikimybė jį aptikti būsenoje su $L_{sz} = -\hbar/2$ yra lygi nuliui. Šiuo atveju nukleono banginės funkcijos išraiškoje (3.4.2) lieka tik pirmasis dėmuo (t. y. banginės funkcijos $\psi_1(x,y,z)$ ir vienetinio spinoriaus χ^+ sandauga). Yra galimos ir tokios būsenos, kai nukleono sukinys gali būti bet kurios krypties, t. y. kai abi jo projekcijos yra galimos. Tačiau ir šiuo atveju pilnutinę nukleono funkciją galima apytiksliai išreikšti sandauga erdvinės ir sukininės funkcijos:

$$\psi(x,y,z,L_{sz}) \approx \psi(x,y,z)\chi(L_{sz}) = \psi(x,y,z)\begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\end{pmatrix}; \qquad (3.4.4)$$

čia $\psi(x, y, z)$ yra orbitinė banginė funkcija, o $\chi(L_{sz})$ yra spinorius, kuris vadinamas ***sukinine bangine funkcija***. $|\alpha|^2$ yra lygus tikimybei, kad $L_{sz} = +\hbar/2$, o $|\beta|^2$ yra lygus tikimybei, kad $L_{sz} = -\hbar/2$. Todėl $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. Tai yra sukininės banginės funkcijos normavimo sąlyga. Daugiklis ψ atitinka erdvinės banginės funkcijos normavimo sąlygą (1.1.3).

Tas faktas, kad nukleono banginė funkcija yra erdvinės ir sukininės banginių funkcijų sandauga, atspindi palyginti silpną nukleono sukininės būsenos įtaką jo erdvinio judėjimo būsenai. T. y. nukleono erdvinio judėjimo būsena ir sukininė būsena yra praktiškai nepriklausomos. Vadinasi, nukleono buvimas duotame erdvės tūrio elemente ir jo sukinio orientacija tam tikra kryptimi yra nepriklausomi įvykiai, o, kaip žinoma iš tikimybių teorijos, tikimybė, kad įvyks du nepriklausomi įvykiai yra lygi tų įvykių tikimybių sandaugai. Todėl, turint omenyje statistinį banginės funkcijos aiškinimą, nesunku suprasti, kodėl banginė funkcija yra lygi erdvinės ir sukininės funkcijų sandaugai (3.4.4).

3.5. Branduolio banginės funkcijos

Kadangi branduolys yra daugelio nukleonų sistema, tai branduolio banginės funkcijos priklauso nuo visų nukleonų koordinačių (įskaitant ir erdvines, ir sukinines koordinates). Lyginant su vienos dalelės banginės funkcijos apibrėžtimi, daugelio dalelių sistemos banginės funkcijos aiškinimas skiriasi tuo, kad šiuo atveju reikia kalbėti apie kelių nepriklausomų įvykių, t. y. kiekvienos dalelės buvimo tam tikrame tūrio elemente, tikimybę. Taigi, N dalelių sistemos banginė funkcija Ψ yra N spindulių vektorių ir laiko funkcija, kurios modulio kvadratas $|\Psi(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2, \ldots, \boldsymbol{r}_N, t)|^2$ nusako sistemos pasiskirstymo konfigūracinėje erdvėje tikimybės tankį. T. y. dydis $|\Psi(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2, \ldots, \boldsymbol{r}_N, t)|^2 \mathrm{d}V_1 \mathrm{d}V_2 \ldots \mathrm{d}V_N$ nusako tikimybę, kad laiko momentu t pirmoji dalelė bus tūrio elemente $\mathrm{d}V_1$, esančiame taško $\boldsymbol{r}_1$ aplinkoje, antroji dalelė bus tūrio elemente $\mathrm{d}V_2$, esančiame taško $\boldsymbol{r}_2$ aplinkoje, ir t. t.

Sudarant branduolio banginę funkciją, visų pirma reikia pasinaudoti prielaida, kad protonų posistemė yra nepriklausoma nuo neutronų posistemės. Tada, remiantis statistiniu banginės funkcijos aiškinimu, pilnutinė branduolio banginė funkcija yra lygi protonų ir neutronų posistemių banginių funkcijų sandaugai. Paskui reikia pasinaudoti tuo, kad kiekvieną iš šių dviejų posistemių sudaro vienodos dalelės (protonai arba neutronai). Kvantinėje sistemoje dviejų vienodų dalelių (pvz., dviejų neutronų) sukeitimas vietomis (***transpozicija***) nėra susijęs su jokiais pastebimais sistemos būsenos pokyčiais: vienodos dalelės yra visiškai neatskiriamos viena nuo kitos. Išsiaiškinsime, kokią įtaką ši kvantinių sistemų savybė turi sistemos banginei funkcijai.

Tarkime, kad sistemą sudaro N vienodų dalelių (pvz., neutronų). Tada sistemos nuostovioji banginė funkcija yra $4N$ kintamųjų funkcija:

$$\psi = \psi(\boldsymbol{r}_1 s_1, \boldsymbol{r}_2 s_2, \ldots, \boldsymbol{r}_N s_N)\,; \qquad (3.5.1)$$

čia $\boldsymbol{r}_i$ yra i-tojo elektrono spindulys vektorius, o s_i yra jo „sukininė koordinatė“ (t. y. jo sukinio projekcija į z ašį). Dalelių tapatingumas pasireiškia tuo, kad, sukeitus bet kurias dvi daleles (pvz., i-tąją

ir j-tąją) vietomis, naujoji sistemos būsena yra neatskiriama nuo senosios. Tai reiškia, kad tikimybės tankis (banginės funkcijos modulio kvadratas) nepasikeičia:

$$|\psi(\boldsymbol{r}_1 s_1, \boldsymbol{r}_2 s_2, ..., \boldsymbol{r}_i s_i, ..., \boldsymbol{r}_j s_j, ..., \boldsymbol{r}_N s_N)|^2 = |\psi(\boldsymbol{r}_1 s_1, \boldsymbol{r}_2 s_2, ..., \boldsymbol{r}_j s_j, ..., \boldsymbol{r}_i s_i, ..., \boldsymbol{r}_N s_N)|^2 . \quad (3.5.2)$$

Vadinasi, dviejų vienodų dalelių transpozicija turi arba nepakeisti banginės funkcijos arba pakeisti tik jos ženklą:

$$\psi(\boldsymbol{r}_1 s_1, \boldsymbol{r}_2 s_2, ..., \boldsymbol{r}_i s_i, ..., \boldsymbol{r}_j s_j, ..., \boldsymbol{r}_N s_N) = \pm\psi(\boldsymbol{r}_1 s_1, \boldsymbol{r}_2 s_2, ..., \boldsymbol{r}_j s_j, ..., \boldsymbol{r}_i s_i, ..., \boldsymbol{r}_N s_N). \quad (3.5.3)$$

Banginės funkcijos, kurios nesikeičia sukeitus vienodas daleles vietomis, yra vadinamos ***simetrinėmis funkcijomis***, o funkcijos, kurios keičia ženklą, vadinamos ***antisimetrinėmis funkcijomis***.

Taigi, iš dalelių tapatingumo sąlygos išplaukia, kad dalelių sistemos banginė funkcija turi būti simetrinė arba antisimetrinė. Jeigu duotuoju laiko momentu sistemos banginė funkcija buvo simetrinė, tada ji liks simetrine ir visais vėlesniais laiko momentais (analogiškas teiginys galioja ir antisimetrinėms funkcijoms). Ta simetrija (arba antisimetrija) išlieka esant bet kokiems išoriniams laukams. Vadinasi, *daugelio vienodų dalelių sistemos banginės funkcijos simetrija priklauso tik nuo tų dalelių prigimties*: vienos rūšies dalelių sistemos aprašomos simetrinėmis funkcijomis, o kitos rūšies dalelių sistemos aprašomos antisimetrinėmis funkcijomis. Pirmosios rūšies dalelės vadinamos ***bozonais***, o antrosios rūšies dalelės – ***fermionais***. Bozonai pavadinti indų fiziko S. N. Bozė (*Bose*) garbei, o fermionai – italų fiziko Enriko Fermio (*Fermi*) garbei. Bozono pavyzdys yra fotonas. Fermionų pavyzdžiai yra elektronas, protonas ir neutronas. Pagrindinis empirinis požymis, pagal kurį galima atskirti bozonus nuo fermionų, yra jų sukinys: bozonų sukinio kvantinis skaičius yra sveikasis (iš jų ir nulis), o fermionų sukinio kvantinis skaičius yra pusinis (1/2, 3/2, 5/2 ir t. t.).

Toliau konkretizuojant daugiadalelės sistemos banginės funkcijos pavidalą, reikia pasinaudoti pagrindine sluoksninio branduolio modelio prielaida: dalelės (pvz., nukleonai) yra nepriklausomos viena nuo kitos. Žinome, kad kiekvienos dalelės Šrėdingerio lygtis yra tokio pavidalo:

$$\hat{H}_i \psi_k(\boldsymbol{r}_i, s_i) = E_k \psi_k(\boldsymbol{r}_1, s_1) . \quad (3.5.4)$$

Čia $\hat{H}_i$ yra i-tosios dalelės ***hamiltonianas*** – diferencialinis operatorius, kuris yra lygus i-tosios dalelės kinetinės energijos operatoriaus ir i-tosios dalelės potencinės energijos sumai:

$$\hat{H}_i \equiv -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla_i^2 + U(x_i, y_i, z_i) . \quad (3.5.5)$$

Apatinis indeksas k (3.5.4) lygtyje yra viendalelės kvantinės būsenos numeris. Kadangi dalelės yra nepriklausomos, tai visos sistemos hamiltonianas yra visų dalelių hamiltonianų suma, o sistemos Šrėdingerio lygtis yra

$$(\hat{H}_1 + \hat{H}_2 + ...\hat{H}_N)\psi(\boldsymbol{r}_1, s_1, \boldsymbol{r}_2, s_2, ..., \boldsymbol{r}_N, s_N) = E\psi(\boldsymbol{r}_1, s_1, \boldsymbol{r}_2, s_2, ..., \boldsymbol{r}_N, s_N) . \quad (3.5.6)$$

Ši lygtis sprendžiama kintamųjų atskyrimo metodu. Taip gaunama, kad nepriklausomų dalelių sistemos banginė funkcija (tiksliau, Šrėdingerio lygties (3.5.6) sprendinys, kuris atitinka standartines sąlygas) yra viendalelės Šrėdingerio lygties (3.5.5) sprendinių sandauga:

$$\psi(\boldsymbol{r}_1, s_1, \boldsymbol{r}_2, s_2, ..., \boldsymbol{r}_N, s_N) = \psi_{k_1}(\boldsymbol{r}_1, s_1)\psi_{k_2}(\boldsymbol{r}_2, s_2)...\psi_{k_N}(\boldsymbol{r}_N, s_N) ; \quad (3.5.7)$$

čia k_i nusako i-tosios dalelės būseną. Atitinkama sistemos energija yra lygi atskirų dalelių energijų sumai:

$$E = \sum_{i=1}^{N} E_{k_i} = \sum_{k=1}^{\infty} n_k E_k . \quad (3.5.8)$$

Čia pirmajame reiškinyje sumuojama *dalelių* atžvilgiu, o antrajame – viendalelių *būsenų* atžvilgiu; n_k yra k-tosios būsenos dalelių skaičius (t. y. būsenos „k“ pasikartojimų skaičius būsenų sekoje „k_1, k_2, ..., k_N“). Kadangi dalelės yra neatskiriamos viena nuo kitos, tai mes negalime pasakyti, kuri dalelė yra kurios būsenos. Matematiškai ši savybė pasireiškia tuo, kad, bet kaip pertvarkius daleles tarp viendalelių būsenų, kurios įeina į (3.5.7) sandaugą, visada gausime funkciją, kuri (3.5.6) lygties sprendinys, atitinkantis tą pačią energiją (3.5.8). Vadinasi, ir visų tokių sandaugų (kurios gaunamos pertvarkius daleles tarp viendalelių būsenų) tiesinis darinys taip pat bus (3.5.6) lygties sprendinys, atitinkantis tą pačią energiją („funkcijų tiesinis darinys“ – tai suma, kurios kiekvienas dėmuo yra tam tikros funkcijos ir konstantos sandauga). Pertvarkymų, kuriuos atlikę gauname kitokią funkciją, skaičius yra $N!/(n_1!n_2!n_3!...)$, kur „n_k!“ yra k-tosios būsenos dalelių skaičiaus faktorialas: $n_k! = 1\cdot2\cdot...\cdot n_k$ (nulio faktorialas yra lygus 1). Tačiau iš visų galimų (3.5.7) pavidalo funkcijų tiesinių

darinių tik vienas yra simetrinė funkcija ir tik vienas – antisimetrinė funkcija. Simetrinė banginė funkcija sudaroma sudedant visų viendalelių banginių funkcijų sandaugas atžvilgiu visų galimų dalelių pertvarkymų tarp kvantinių būsenų:

$$\psi^{(+)}(\boldsymbol{r}_1,s_1,\boldsymbol{r}_2,s_2,...,\boldsymbol{r}_N,s_N)=\frac{1}{\sqrt{N!n_1!n_2!...}}[\psi_{k_1}(\boldsymbol{r}_1,s_1)\psi_{k_2}(\boldsymbol{r}_2,s_2)...\psi_{k_N}(\boldsymbol{r}_N,s_N)+\psi_{k_1}(\boldsymbol{r}_2,s_2)\psi_{k_2}(\boldsymbol{r}_1,s_1)...\psi_{k_N}(\boldsymbol{r}_N,s_N)+...] \quad (3.5.9a)$$

(daugiklis prieš laužtinius skliaustus yra normavimo daugiklis). Antisimetrinė N vienodų nepriklausomų dalelių banginė funkcija gaunama sudarius tokį determinantą:

$$\psi^{(-)}(\boldsymbol{r}_1,s_1,\boldsymbol{r}_2,s_2,...,\boldsymbol{r}_N,s_N)=\frac{1}{\sqrt{N!}}\begin{vmatrix}\psi_{k_1}(\boldsymbol{r}_1,s_1) & \psi_{k_2}(\boldsymbol{r}_1,s_1) & ... & \psi_{k_N}(\boldsymbol{r}_1,s_1)\\ \psi_{k_1}(\boldsymbol{r}_2,s_2) & \psi_{k_2}(\boldsymbol{r}_2,s_2) & ... & \psi_{k_N}(\boldsymbol{r}_2,s_2)\\ ... & ... & ... & ...\\ \psi_{k_1}(\boldsymbol{r}_N,s_N) & \psi_{k_2}(\boldsymbol{r}_N,s_N) & ... & \psi_{k_N}(\boldsymbol{r}_N,s_N)\end{vmatrix}. \quad (3.5.9b)$$

Šis determinantas kartais vadinamas ***Sleiterio determinantu*** (angl. *Slater determinant*). Bet kurių dviejų dalelių transpozicija yra tapati dviejų šio determinanto eilučių sukeitimui vietomis. Kaip žinome, sukeitus vietomis bet kurias dvi determinanto eilutes arba bet kuriuos du jo stulpelius, determinantas keičia ženklą. Vadinasi, (3.5.9b) funkcija iš tikrųjų yra antisimetrinė bet kurių dviejų dalelių transpozicijos atžvilgiu.

Iš reikalavimo, kad fermionų sistemos banginė funkcija turi būti antisimetrinė, išplaukia, kad nepriklausomų fermionų sistemoje negali būti dviejų vienodos būsenos fermionų. Šį teiginį 1925 m. suformulavo austrų fizikas Volfgangas Paulis (*Pauli*), todėl šis principas vadinamas ***Paulio draudimo principu*** (angl. *Pauli exclusion principle*). Paulio draudimo principas tiesiogiai išplaukia iš antisimetrinės funkcijos išraiškos (3.5.9b): jeigu viendalelių būsenų rinkinyje „k_1, k_2, ..., k_N“ kurios nors dvi būsenos pasikartoja du kartus, tada (3.5.9b) determinanto du stulpeliai yra vienodi, o tokiu atveju determinantas yra tapačiai lygus nuliui, t. y. atitinkama būsena yra negalima.

Bendruoju atveju vieno (3.5.9b) determinanto neužtenka nusakant nepriklausomų fermionų sistemos būseną. Pvz., atsižvelgus į tai, kad viendalelis hamiltonianas (3.5.5) nepriklauso nuo sukininės koordinatės s_i, kiekvieną viendalelę būseną galima laikyti dviejų nepriklausomų būsenų – erdvinės ir sukininės – dariniu, o viendalelę banginę funkciją galima išreikšti erdvinės ir sukininės viendalelių banginių funkcijų sandauga (3.4.4), kurioje vienas iš koeficientų α ir β yra lygus 1, o kitas lygus 0. Tada reikia atsižvelgti į tai, kad dviejų nukleonų *sukininių* būsenų sukeitimas vietomis (t. y. atitinkamų vienetinių spinorių sukeitimas vietomis, nekeičiant erdvinių banginių funkcijų) taip pat neturi įtakos sistemos būsenai. Tačiau, jeigu tie du spinoriai, kurie sukeičiami vienas su kitu, yra skirtingi (vienas χ^+, o kitas χ^-), tada šitaip gauname kitokį determinantą. Atitinkamai, šiuo atveju vietoj vieno determinanto (3.5.9b) reikia naudoti visų tokio tipo determinantų, kurie atitinka leidžiamus vienetinių spinorių sukeitimus vietomis, tiesinį darinį. Tačiau toliau šio klausimo nenagrinėsime, nes tolesniam aptarimui yra svarbi tik viena šios analizės išvada: nepriklausomų dalelių sistemos (pvz., branduolio, kuriam taikomas sluoksninis modelis) banginė funkcija yra išreiškiama atskirų dalelių banginių funkcijų sandaugų tiesiniu dariniu, tiksliau – (3.5.9b) pavidalo determinantų tiesiniu dariniu.

Nagrinėjant branduolio būsenos kitimą laike (kvantinius šuolius), yra svarbi viso branduolio (o ne vien atskirų nukleonų) būsenos lyginumo sąvoka. Ji apibrėžiama analogiškai vieno nukleono būsenos lyginumui: branduolio būsena vadinama lygine, jeigu branduolio banginė funkcija nesikeičia pakeitus visų nukleonų Dekarto koordinačių ženklus, ir nelygine, jeigu branduolio banginė funkcija keičia ženklą. Kadangi jau žinome, kad branduolio banginę funkciją galima išreikšti visų nukleonų viendalelių banginių funkcijų sandaugų tiesiniu dariniu, tai branduolio būsenos lyginumą galime susieti su atskirų nukleonų būsenų lyginumais. Kadangi atskirų nukleonų banginės funkcijos atitinka (3.3.6) savybę, tai branduolio būsenos lyginumas yra lygus atskirų nukleonų būsenų lyginumų sandaugai. Pvz., jeigu branduolys sudarytas iš dviejų nukleonų, kurių šalutiniai kvantiniai skaičiai yra l_1 ir l_2, tada branduolio būsenos lyginumas yra lygus $(-1)^{l_1+l_2}$. Vadinasi, branduolio būsena yra nelyginė tik tada, kai yra nelyginis skaičius nukleonų, kurių būsenos yra nelyginės.

Kadangi pilnai užpildytuose branduolio energijos lygmenyse nukleonų skaičius yra lyginis, tai branduolio būsenos lyginumą lemia tik nukleonai, kurie yra dalinai užpildytuose energijos lygmenyse.

3.6. Magiškieji skaičiai. Nukleono sukinio ir orbitos sąveika

Egzistuoja trys empiriniai požymiai, kurie rodo, kad branduoliai su tam tikru protonų arba neutronų skaičiumi yra ypač stabilūs:

1) Suskaičiavus skirtingų elementų stabilius izotopus, nustatyta, kad elementų su $Z = 20$ (kalcis, Ca) ir $Z = 50$ (alavas, Sn) didesnė santykinė izotopų dalis yra stabilūs, negu kitų elementų.

2) Grafiškai pavaizdavus savitosios ryšio energijos priklausomybę nuo branduolio masės skaičiaus A, yra matomi nuokrypiai nuo glodžios linijos, kai protonų skaičius N arba protonų skaičius Z tampa lygus tam tikroms vertėms. Tai yra akivaizdu iš 3.9 pav. Šiame grafike yra pavaizduota savitosios ryšio energijos priklausomybė nuo vidutinių ir sunkiųjų branduolių masės skaičiaus ($A > 30$). Ištisinė kreivė apskaičiuota pagal Veiczekerio formulę (2.2.7). Atskiri taškai atitinka matavimo duomenis. Kai A yra lyginis, atidėtas branduolių su masės skaičiais $A - 1$ ir $A + 1$ savitųjų ryšio energijų verčių vidurkis, kad paskutinis – penktasis – Veiczekerio formulės (2.2.7) dėmuo (porų dėmuo) neturėtų įtakos (šis dėmuo yra vienintelis tos formulės dėmuo, kuris nėra glodi skaičių N ir Z funkcija, t. y. šuoliškai pasikeičia pridėjus arba pašalinus vieną nukleoną, todėl, jeigu būtų atvaizduota tikroji ryšio energijos vertė, tada šiame grafike matytųsi „pjūklo“ pavidalo priklausomybė). Matome, kad branduolių, kurių neutronų arba protonų skaičius yra 28, 50, 82 arba 126, savitoji ryšio energija yra didesnė už tą, kurį būtų pagal Veiczekerio formulę. Ypač ryškus nuokrypis atitinka nuklidą ^{208}Pb (švinas-208), kurio $N = 126$ ir $Z = 82$.

3) Grafiškai pavaizdavus darbo, kurį reikia atlikti, kad pašalinti neutroną arba protoną iš branduolio, priklausomybę nuo N arba Z, yra matomi trūkiai ties tam tikromis N arba Z vertėmis. Tai yra akivaizdu iš 3.10 pav. Šiame grafike ant ordinačių (Y) ašies yra atidėtas skirtumas tarp darbo, kurį reikia atlikti, kad pašalinti iš branduolio du neutronus, ir to darbo vertės, kurią numato Veiczekerio formulė. Minėtasis darbas – tai pradinio branduolio ryšio energijos ir branduolio, kuris turi dviem neutronais mažiau, ryšio energijos skirtumas. Imamas būtent dviejų neutronų pašalinimo atvejis (o ne vieno neutrono), kad nepasikeistų neutronų skaičiaus lyginumas, t. y. kad nepasikeistų penktasis – porų – dėmuo Veiczekerio formulėje (2.2.7) (nes, kaip anksčiau minėta, šis dėmuo nėra glodi nukleonų skaičiaus funkcija). Kiekviena linija atitinka vieno elemento izotopus. Kai neutronų skaičius viršija vieną iš šių verčių:

$$2, 8, 20, 28, 50, 82, 126, \tag{3.6.1}$$

tada minėtasis skirtumas staigiai sumažėja. Kai neutronų arba protonų skaičius yra lygus vienai iš (3.6.1) verčių, tada duotojo izotopo branduolio neutrono arba protono atskyrimo darbas yra didžiausias (ir didesnis už vertę, kurią numato Veiczekerio formulė), o kai neutronų arba protonų skaičius yra vienetu didesnis, tada tos rūšies nukleono atskyrimo darbas yra mažiausias (ir mažesnis už vertę, kurią numato Veiczekerio formulė) (žr. 3.10 pav.).

Minėtosios nukleonų skaičiaus vertės (žr. (3.6.1)), kurios atitinka ypač stabilius branduolius, yra vadinamos „magiškaisiais skaičiais“. Magiškieji skaičiai turi analogą atomo fizikoje: yra žinoma, kad cheminiai elementai, kurių atominis numeris yra lygus vienai iš šių verčių:

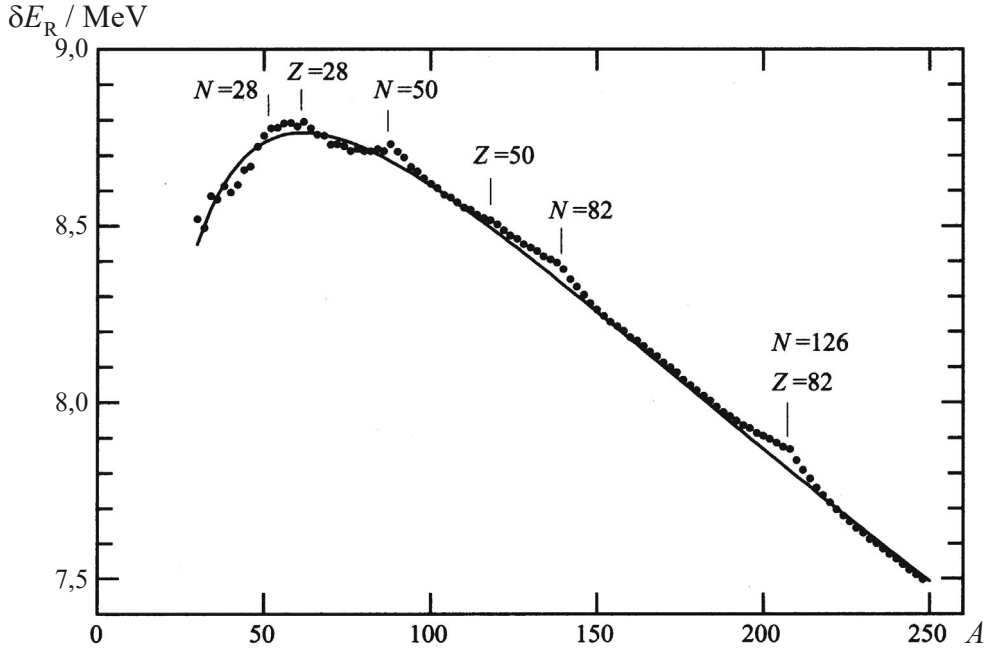
$$2, 10, 18, 36, 54, 86, \tag{3.6.2}$$

yra inertinės dujos (atitinkamai – He, Ne, Ar, Kr, Xe ir Rn). Jų atomai nesudaro cheminių ryšių vienas su kitu arba su kitų elementų atomais ir yra ypač stabilūs, t. y. sunkiau netenka elektrono negu kiti artimo atominio numerio elementai. Šių atomų didelis stabilumas išplaukia iš sluoksninio atomo modelio. Atomo elektronai sudaro sluoksnius aplink atomo branduolį. Kiekvieną sluoksnį atitinka grupė artimų elektroninių energijos lygmenų. Kai išorinis atomo sluoksnis ir visi mažesnių energijų sluoksniai yra pilnai užpildyti, tada atomo būsenos pokytis yra galimas tik perkėlus vieną elektroną į aukštesnį energijos sluoksnį, o tam reikia išeikvoti palyginti daug energijos – daug daugiau, negu jos reikėtų perkeliant elektroną tarp dviejų vieno sluoksnio polygmenių. Todėl atomas, kurio elektronų sluoksniai yra pilnai užpildyti, yra ypač stabilus. Taigi, atomo „magiškieji skaičiai“ – tai atomo elektronų skaičiai, atitinkantys pilnai užpildytus atomo elektronų sluoksnius. Analogiškai aiškinami ir branduolio magiškieji skaičiai. Tam reikia taikyti sluoksninį branduolio modelį. ***Branduolio magiškasis skaičius*** – tai tokia neutronų arba protonų skaičiaus vertė, kuri atitinka pilnai užpildytus neutronų arba protonų sluoksnius. Čia reikia paminėti kai kuriuos skirtumus lyginant su atomo fizika: branduolio fizikoje žodžiui „sluoksnis“ nėra suteikiama jokia erdvinė prasmė, t. y. nukleonai, kurie

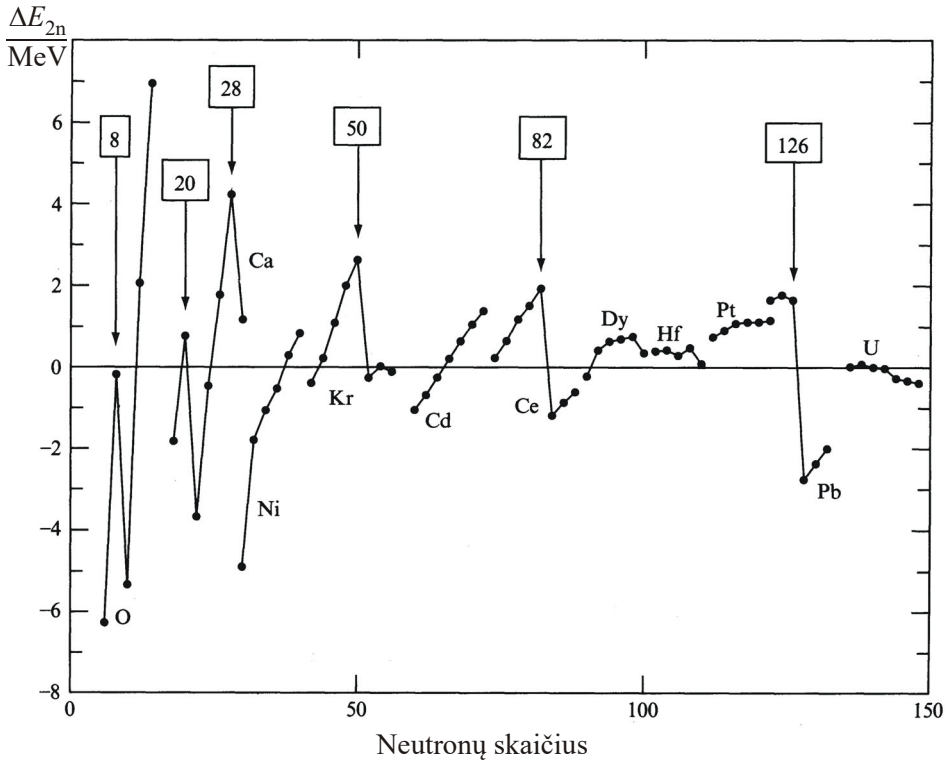
užima tam tikrą sluoksnį, nėra susitelkę tam tikroje branduolio tūrio dalyje. Branduolio neutronų arba protonų sluoksnis – tai tik artimų energijos lygmenų grupė. Kitas skirtumas yra tas, kad su kiekvienu branduoliu yra susietos dvi sluoksnių sistemos: neutronų ir protonų.

Branduoliai, kuriuose magiškieji yra ir protonų, ir neutronų skaičiai, vadinami ***dukart magiškaisiais***. Žinomi 5 tokie nuklidai:

$$ {}^{4}_{2}\mathrm{He}\,,\ {}^{16}_{8}\mathrm{O}\,,\ {}^{40}_{20}\mathrm{Ca}\,,\ {}^{48}_{20}\mathrm{Ca}\,,\ {}^{208}_{82}\mathrm{Pb}\,. \qquad (3.6.3) $$



3.9 pav. Vidutinių ir sunkiųjų branduolių savitosios ryšio energijos priklausomybė nuo branduolio masės skaičiaus *A*. Yra matomas nuokrypis nuo glodžios kreivės. Šis nuokrypis yra didžiausias tada, kai protonų arba neutronų skaičius yra lygus magiškajam skaičiui

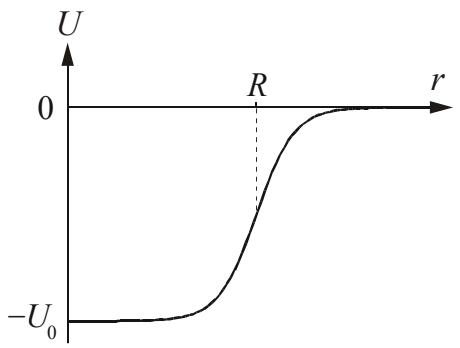


3.10 pav. Skirtumas tarp išmatuotosios dviejų neutronų atskyrimo energijos ir tos, kurią numato Veiczekerio formulė (2.2.7). Grafike pavaizduota to skirtumo priklausomybė nuo neutronų skaičiaus kelioms izotopų sekoms. T. y. kiekviena linija atitinka grupę branduolių su vienodu protonų skaičiumi

Magiškųjų skaičių egzistavimas yra vienas iš požymių, kurie patvirtina sluoksninio branduolio modelio tinkamumą. Kaip minėta, sluoksninis branduolio modelis remiasi prielaida, kad nukleonai juda nepriklausomai vienas nuo kito. T. y. branduolio būseną galima nusakyti kaip viendalelių būsenų rinkinį. Kiekviena tokia viendalelė būsena atitinka vieno nukleono Šrėdingerio lygties sprendinį. To sprendinio pavidalas ir atitinkama nukleono energijos vertė priklauso nuo nukleono potencinės energijos.

Visi žemiausieji energijos lygmenys, kurie atitinka sferinės be galo gilios potencialo duobės modelį, yra pavaizduoti 3.12 pav., kairiojoje energijos lygmenų diagramoje. Kiekvieno lygmens kairėje yra nurodyta kvantinių skaičių n ir l pora (naudojant anksčiau paaiškintas žymėjimo taisykles), o skliaustuose nurodytas didžiausias galimas nukleonų skaičius tame lygmenyje (t. y. didžiausia galima lygmens užpilda). Tas skaičius yra lygus $2(2l + 1)$. Daugiklis $2l + 1$ atsiranda dėl to, kad nukleono energija nepriklauso nuo nukleono orbitinio judesio kiekio momento projekcijos, kuri turi $2l + 1$ galimų verčių, o daugiklis 2 atspindi tą faktą, kad šio modelio energija nepriklauso ir nuo nukleono sukinio projekcijos, kuri turi dvi galimas vertes. 3.12 pav. kairiojoje diagramoje galima išskirti nukleonų sluoksnius – artimų energijos lygmenų grupes arba pavienius energijos lygmenis, kurie yra palyginti toli nuo kitų energijos lygmenų. Virš kiekvieno tokio lygmens arba lygmenų grupės yra apskritimu apibrauktas skaičius, kuris nusako nukleonų skaičių branduolyje, kai visi žemesnieji nukleonų sluoksniai yra pilnai užpildyti, o visi aukščiau esantys energijos lygmenys yra laisvi. Matome, kad pirmieji trys skaičiai (2, 8 ir 20) sutampa su mažiausiais magiškaisiais skaičiais (žr. (3.6.1)), tačiau kiti skaičiai skiriasi nuo magiškųjų skaičių.

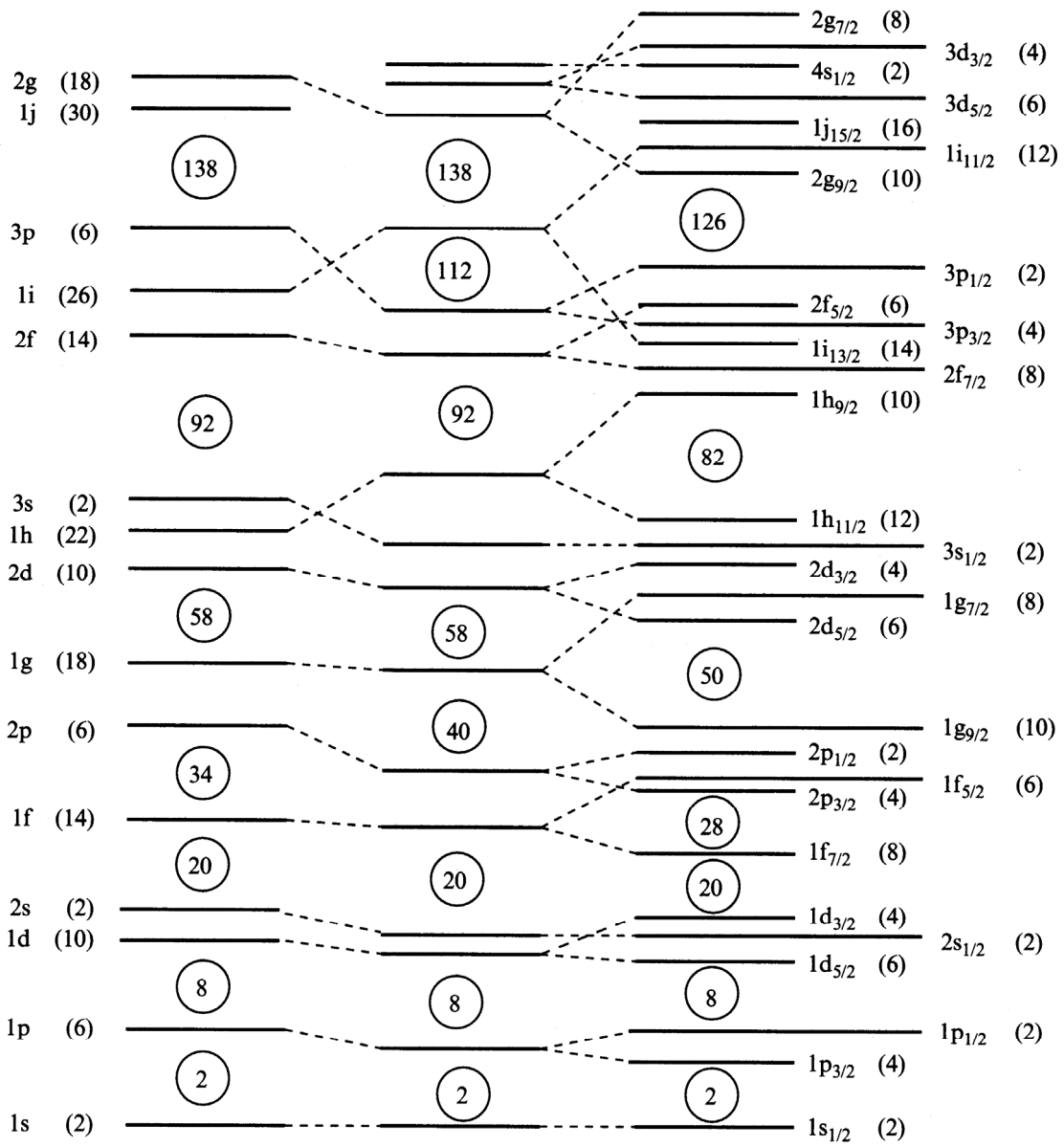
Pirmasis žingsnis, tobulinant branduolio modelį, – tai funkcijos $U(r)$ patikslinimas. Anksčiau minėtas begalinio gylio sferinės potencialo duobės modelis turi du trūkumus. Visų pirma šio modelio nukleono išlaisvinimo energija yra begalinė (iš tikro ji yra baigtinė). Antra, šio modelio potencinės energijos priklausomybė nuo radialiosios koordinatės turi trūkį ant branduolio paviršiaus. Iš tikro $U(r)$ turėtų būti glodi funkcija, kuri branduolio viduje yra pastovi, o prie branduolio paviršiaus tolydžiai padidėja nuo mažiausios vertės iki didžiausios. Radialiosios koordinatės r verčių intervalo, kuriame pasireiškia šis $U(r)$ didėjimas, plotis turėtų būti tos pačios eilės kaip branduolinės jėgos veikimo nuotolis, t. y. 10^{-15} m eilės. Nukleono potencinės energijos priklausomybė nuo radialiosios koordinatės dažnai aproksimuojama tokiu reiškiniu:



3.11 pav. Nukleono potencinė energija branduolyje

$$U(r) \approx -\frac{U_0}{1+\exp\left(\dfrac{r-R}{a}\right)} + U_{\text{Kul}}(r)\,; \tag{3.6.4}$$

čia pirmasis dėmuo atspindi nukleonų tarpusavio trauką, o antrasis dėmuo ($U_{\text{Kul}}(r)$) atspindi Kulono stūmą (neutrono atveju $U_{\text{Kul}}(r) \equiv 0$). Ši funkcija pavaizduota 3.11 pav. Parametras R yra vidutinis branduolio spindulys. Parametras a lemia paviršinio sluoksnio storį, kuriame U modulis sumažėja nuo didžiausios vertės U_0 iki nulio. Tipiška a vertė yra $0{,}6\cdot10^{-15}$ m. Parametras U_0 yra potencialo duobės gylis. Tipiška U_0 vertė yra 50 MeV. 3.12 pav. vidurinėje energijos lygmenų diagramoje yra pavaizduoti energijos lygmenys, kurie atitinka (3.6.4) pavidalo nukleono potencinę energiją. Akivaizdu, kad ir toks patobulintas modelis negali paaiškinti eksperimentinių magiškųjų skaičių (išskyrus tris mažiausius skaičius).



3.12 pav. Nukleono energijos lygmenų diagramos, apskaičiuotos skirtingo pavidalo nukleono potencinėms energijoms, taikant sluoksninį branduolio modelį. Didžiausioji galima kiekvieno lygmens užpilda nurodyta skliaustuose, o apibrauktieji skaičiai – tai „magiškieji skaičiai“, kurie atitinka užpildytus sluoksnius. Kairioji diagrama atitinka sferinę begalinio gylio potencialo duobę, vidurinioji diagrama atitinka realistišką nukleono potencinės energijos priklausomybę nuo radialiosios koordinatės, tačiau be sukinio ir orbitos sąveikos, o dešinioji diagrama gauta atsižvelgus į sukinio ir orbitos sąveiką

XX a. penktajame dešimtmetyje buvo daug nesėkmingų bandymų modifikuoti potencinės energijos radialiąją priklausomybę $U(r)$ siekiant paaiškinti magiškuosius skaičius. Tai pavyko padaryti 1949 m. vokiečių fizikams Marijai Gepert-Majer (*Goeppert-Mayer*), Hansui Jensenui, Otto Haxelui ir Hansui Suessui. Jie įrodė, kad branduolio nukleono energijos lygmenų išsidėstymą, kuris atitinka eksperimentinius magiškuosius skaičius, galima gauti pridėjus papildomą dėmenį prie energijos lygmenų, kurie atitinka (3.6.4) pavidalo potencinę energiją. Tas papildomas dėmuo – tai vadinamoji ***sukinio ir orbitos sąveikos energija*** E_{so}. Ši pataisa yra proporcinga nukleono sukininio ir orbitinio judesio kiekio momentų skaliarinei sandaugai $\boldsymbol{L}_s \cdot \boldsymbol{L}$:

$$E_{so} = U_{so} \boldsymbol{L}_s \cdot \boldsymbol{L} . \qquad (3.6.5)$$

Daugiklis U_{so} yra neigiamas: $U_{so} < 0$, t. y., kai vektorių $\boldsymbol{L}_s$ ir $\boldsymbol{L}$ kryptys yra vienodos, nukleono energija yra mažesnė negu tuo atveju, kai jų kryptys yra priešingos. Kadangi daugiklis U_{so} yra apytiksliai pastovus, tai, remiantis (3.6.5) reiškiniu ir žinant nukleono kvantinius skaičius, nesunku nustatyti

sukinio ir orbitos sąveikos įtaką nukleono energijos lygmenų išsidėstymui. Kadangi nukleono pilnutinio judesio kiekio momento kvadratas yra lygus

$$|\boldsymbol{L}_j|^2 = |\boldsymbol{L}|^2 + |\boldsymbol{L}_s|^2 + 2\boldsymbol{L}\cdot\boldsymbol{L}_s\,, \tag{3.6.6}$$

o orbitinio, sukininio ir pilnutinio judesio kiekio momentų moduliai išreiškiami atitinkamai formulėmis (3.2.3), (3.2.6) ir (3.2.12), tai

$$\boldsymbol{L}\cdot\boldsymbol{L}_s = \frac{1}{2}(|\boldsymbol{L}_j|^2 - |\boldsymbol{L}|^2 - |\boldsymbol{L}_s|^2) = \frac{\hbar}{2}[j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)]\,. \tag{3.6.7}$$

Kadangi $s = 1/2$, tai

$$\boldsymbol{L}\cdot\boldsymbol{L}_s = \begin{cases} \frac{1}{2}l\hbar^2, & \text{kai } j = l + \frac{1}{2}; \\ -\frac{1}{2}(l+1)\hbar^2, & \text{kai } j = l - \frac{1}{2}. \end{cases} \tag{3.6.8}$$

Atitinkamai

$$E_{\text{so}} = U_{\text{so}}\frac{\hbar^2}{2}\cdot\begin{cases} l, & \text{kai } j = l + \frac{1}{2}; \\ -l-1, & \text{kai } j = l - \frac{1}{2}. \end{cases} \tag{3.6.9}$$

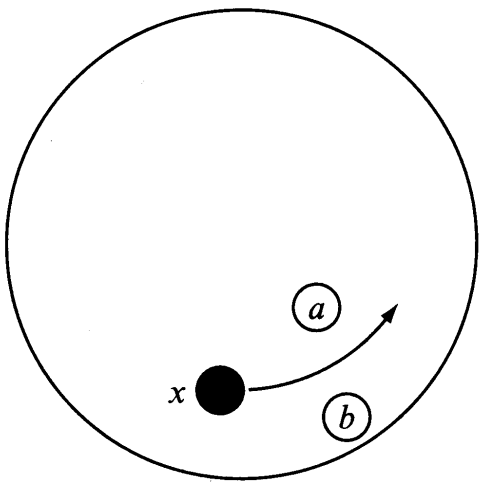
Vadinasi, intervalas tarp dviejų polygmenių, į kuriuos skyla kiekvienas lygmuo su nenuliniu l dėl sukinio ir orbitos sąveikos, yra lygus

$$\Delta E_{\text{so}} = \frac{1}{2}|U_{\text{so}}|\hbar^2(2l+1)\,. \tag{3.6.10}$$

Nukleono energijos lygmenys esant sukinio ir orbitos sąveikai yra parodyti 3.12 pav. dešiniojoje energijos lygmenų diagramoje. Matome, kad sukinio ir orbitos sąveika labai pakeičia lygmenų energijas. Pvz., lygmens 1f skilimas yra pakankamas tam, kad atsirastų magiškasis skaičius 28 (polygmeniai $1f_{7/2}$ ir $1f_{5/2}$ priklauso skirtingiems sluoksniams). Kiti magiškieji skaičiai šiame branduolio modelyje taip pat atitinka eksperimentinius magiškuosius skaičius.

Taigi, įskaičius sukinio ir orbitos sąveiką, sluoksninis branduolio modelis sėkmingai paaiškina magiškųjų skaičių vertes (3.6.1). Be to, šis modelis tiksliai numato daugumos branduolių pagrindinių ir sužadintųjų būsenų sukinius bei magnetinių momentų vertes.

Pilnutinę sukinio ir orbitos sąveikos jėgą, kuri veikia duotąjį nukleoną, galima išskaidyti į dėmenis, kurių kiekvienas atitinka tam tikrą kaimyninį nukleoną (užtenka atsižvelgti tik į artimiausius nukleonus, nes nukleonų sąveika yra artisiekė). Tada nesunku įsitikinti, kad sukinio ir orbitos sąveiką nukleonas „patiria“ tik tada, kai yra branduolio paviršiuje. Taip yra todėl, kad, kai nukleonas yra branduolio viduje, minėtieji dėmenys kompensuoja vienas kitą. Šią jėgų kompensaciją iliustruoja 3.13 pav. Nukleonų a ir b įnašas į pilnutinę sukinio ir orbitos sąveiką, kuri veikia tarp jų pralekiantį nukleoną x, yra priešingų ženklų, nes orbitiniai judesio kiekio momentai, atskaityti kiekvieno iš tų nukleonų atžvilgiu, yra priešingi. Nukleono a atžvilgiu nukleonas x sukasi prieš laikrodžio rodyklę, t. y. nukleono x judesio kiekio momentas, atskaitytas nukleono a atžvilgiu, yra nukreiptas iš brėžinio plokštumos, o nukleono b atžvilgiu nukleonas x sukasi pagal laikrodžio rodyklę, t. y. nukleono x judesio kiekio momentas, atskaitytas nukleono b atžvilgiu, yra nukreiptas į brėžinio plokštumą. Vadinasi, atitinkamos sukinio ir orbitos sąveikos energijos taip pat yra priešingų ženklų (nes sukinio ir



3.13 pav. Nukleono x sukinio ir orbitos sąveikos energijos dėmenų, kuriuos sąlygoja skirtingi kaimyniniai nukleonai (a ir b), tarpusavio kompensacijos aiškinimas. Dėl šios kompensacijos sukinio ir orbitos sąveiką patiria tik nukleonai, kurie yra arti branduolio paviršiaus

orbitos sąveikos energija yra proporcinga orbitinio ir sukininio judesio kiekio momentų skaliarinei sandaugai). Šiuo atveju pilnutinė nukleono x sukinio ir orbitos sąveikos energija yra lygi nuliui. Jeigu nukleonas yra arti branduolio paviršiaus, tada vienoje nukleono pusėje kitų nukleonų yra mažiau, negu kitoje pusėje, todėl nukleono sukinio ir orbitos sąveikos energija nelygi nuliui.

3.7. Branduolio sukinys

Branduolio sukiniu vadinamas branduolio pilnutinis judesio kiekio momentas. Tai yra vektorinis dydis, kurį žymėsime $\boldsymbol{L}_J$. Šio dydžio savybės yra tokios pačios kaip ir bet kurios kitos prigimties judesio kiekio momento savybės, t. y. jo modulio galimosios vertės yra

$$L_J = \sqrt{J(J+1)}\hbar \qquad (J = 0, 1, 2, \ldots \text{ arba } J = 1/2, 3/2, 5/2, \ldots), \tag{3.7.1}$$

o jo projekcija į bet kurią apibrėžtą kryptį erdvėje gali būti lygi tik šioms vertėms:

$$L_{Jz} = m_J\hbar \qquad (m_J = J, J-1, \ldots, -J+1, -J). \tag{3.7.2}$$

Čia J yra branduolio sukinio kvantinis skaičius, o m_J yra sukinio projekcijos („magnetinis“) kvantinis skaičius. „Sukinio“ sąvokos prasmė branduolio fizikoje šiek tiek skiriasi nuo tos sąvokos prasmės atomo fizikoje. Atomo fizikoje „sukiniu“ vadinamas elektrono arba elektronų sistemos *vidinis* judesio kiekio momentas, kuris nėra susijęs su elektronų judėjimu erdvėje. Kadangi, pradėjus tirti branduolių judesio kiekio momentus, dar nebuvo žinoma branduolio vidinė sandara, tai „sukiniu“ buvo pavadintas *pilnutinis* momentas $\boldsymbol{L}_J$, kuris lygus visų nukleonų orbitinių ir sukininių judesio kiekio momentų sumai:

$$\boldsymbol{L}_J = \sum_{i=1}^{A}(\boldsymbol{L}_i + \boldsymbol{L}_{si}) = \sum_{i=1}^{A}\boldsymbol{L}_{ji}\,; \tag{3.7.3}$$

čia $\boldsymbol{L}_i$, $\boldsymbol{L}_{si}$ ir $\boldsymbol{L}_{ji}$ yra i-tojo nukleono (protono arba neutrono) orbitinis, sukininis ir pilnutinis judesio kiekio momentai.

Kadangi nukleono sukinys yra lygus 1/2, tai kvantinis skaičius J gali būti sveikas arba pusinis, priklausomai nuo to, ar nukleonų skaičius yra lyginis ar nelyginis.

Kai branduoliui iki pilno sluoksnių užpildymo trūksta tik vieno nukleono arba kai branduolys sudarytas iš pilnai užpildytų sluoksnių ir vieno sluoksnio, kuriame yra tik vienas nukleonas, tada branduolio sukinys sutampa su to nukleono pilnutiniu judesio kiekio momentu. Taip yra todėl, kad *pilnai užpildyto nukleonų sluoksnio judesio kiekio momentas yra lygus nuliui*. Visais kitais atvejais (kai dalinai užpildytuose sluoksniuose yra daugiau negu vienas nukleonas ir iki jų pilno užpildymo trūksta daugiau negu vieno nukleono) neįmanoma vienareikšmiškai nustatyti branduolio sukinio. Taip yra dėl bendrosios momentų sudėties taisyklės, kurią išreiškia (3.2.10) ir (3.2.11) lygybės. Iš (3.2.10) matome, kad bendruoju atveju galima nustatyti tik tam tikrą branduolio sukinio kvantinio skaičiaus J verčių intervalą. Pvz., jeigu dalinai užpildytuose sluoksniuose yra du nukleonai, kurių pilnutinio judesio kiekio momento kvantiniai skaičiai yra j_1 ir j_2, tada galimos branduolio sukinio kvantinio skaičiaus J vertės atitinka nelygybę

$$|\, j_1 - j_2 \,| < J < |\, j_1 + j_2 \,|\,. \tag{3.7.4}$$

Tačiau vienu atskiru atveju kai kurias iš verčių, kurios atitinka (3.7.4) nelygybę, uždraudžia Paulio draudimo principas. Taip būna tada, kai keli vienodi nukleonai (neutronai arba protonai) užima *tą patį* energijos lygmenį (čia turimi omenyje lygmenys, kurie pavaizduoti 3.12 pav. dešiniojoje diagramoje). Tokiu atveju Paulio draudimo principas reikalauja, kad tą lygmenį atitinkantis pilnutinio judesio kiekio momento kvantinis skaičius būtų lyginis ir kad atitinkamas būsenos lyginumas būtų +1 (lyginė būsena). Pvz., jeigu sistemą sudaro du $d_{5/2}$ būsenos neutronai arba du tokios būsenos protonai, tada visos galimos sistemos būsenos yra 0^+, 2^+ ir 4^+ (nors pagal (3.7.4) nelygybę turėtų būti galimos visos J vertės nuo 0 iki 5).

Branduolių pagrindinių būsenų sukinius galima skaičiuoti pagal tokias taisykles:

1. Visų lyginių-lyginių branduolių (t. y. branduolių su lyginiu protonų skaičiumi Z ir lyginiu neutronų skaičiumi N) pagrindinės būsenos sukinys yra $J = 0$. Taip yra dėl to, kad nukleonams energiškai naudinga sudaryti vienarūšių nukleonų poras su priešingų krypčių sukiniais (t. y. skirtingų nukleonų sukiniai kompensuoja vienas kitą).

2. Branduolių su nelyginiu $A = Z + N$ (t. y. branduolių, kuriuose vienas iš dviejų skaičių Z ir N yra lyginis, o kitas nelyginis) sukinį beveik visada lemia vienintelio „nesuporuotojo“ nukleono

pilnutinio judesio kiekio momento kvantinis skaičius j, nes likusieji $A - 1$ nukleonų sudaro poras su priešingais sukiniais.

3. Nelyginių-nelyginių branduolių (t. y. branduolių su nelyginiu protonų skaičiumi Z ir nelyginiu neutronų skaičiumi N) sukinį lemia dviejų nesuporuotųjų nukleonų (vieno protono ir vieno neutrono) pilnutinių judesio kiekio momentų vektorinė suma: $\boldsymbol{L}_J = \boldsymbol{L}_{j\mathrm{p}} + \boldsymbol{L}_{j\mathrm{n}}$, todėl yra galimos kelios vertės. Empiriškai nustatyta, kad pagrindinės būsenos protono ir neutrono sukinių ($\boldsymbol{L}_{s\mathrm{p}}$ ir $\boldsymbol{L}_{s\mathrm{n}}$) kryptys dažniausiai būna vienodos.

3.8. Kai kurių branduolių konfigūracijos ir energijos lygmenys

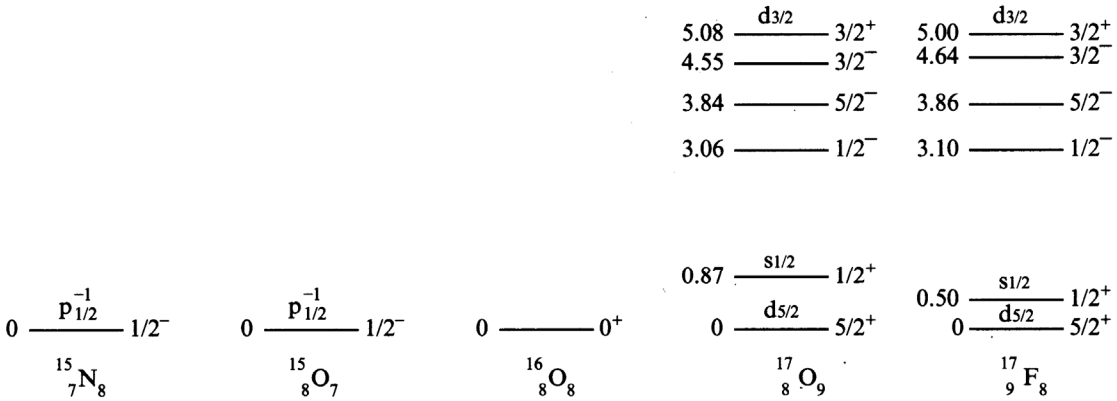
Aptarsime kai kurių branduolių būsenų sukinius ir lyginumus. Branduolio būseną lemia nukleonų energijos lygmenų, kurie pavaizduoti 3.12 pav. dešiniojoje diagramoje, užpildymas. Kadangi kiekvienas sluoksnis nusakomas trimis kvantiniais skaičiais (n, l ir j), tai sluoksnio užpildymą įprasta nusakyti šitaip: tarp skliaustų užrašomi minėtieji kvantiniai skaičiai (naudojant 3.2 skyriuje paaiškintas žymėjimo taisykles) ir viršutinio indekso pavidalu nurodomas nukleonų skaičius tame sluoksnyje arba su minuso ženklu nurodomas nukleonų trūkumas iki pilno užpildymo. Pvz., deguonies izotopo ^{17}O branduolyje yra 8 protonai ir 9 neutronai. Todėl šio branduolio pagrindinėje (mažiausios energijos) būsenoje neutronai ir protonai pilnai užpildo tris apatinius energijos lygmenis, kurie pavaizduoti 3.12 pav. dešiniojoje diagramoje, t. y. du sluoksnius, ir, be to, yra dar vienas neutronas lygmenyje $1\mathrm{d}_{5/2}$. Pilnas tokios konfigūracijos žymėjimas yra toks:

$$(1\mathrm{s}_{1/2})^2(1\mathrm{p}_{3/2})^4(1\mathrm{p}_{1/2})^2(1\mathrm{d}_{5/2})^1,$$

tačiau dažniau naudojamas sutrumpintas užrašas: $(1\mathrm{d}_{5/2})^1$, nes likusioji konfigūracijos dalis neturi jokios įtakos branduolio sukiniui ir būsenos lyginumui: nukleonų, kurie atitinka pilnai užpildytus energijos lygmenis, pilnutinis sukinys lygus nuliui, o lyginumas lygus +1. Vadinasi, ^{17}O branduolio pagrindinės būsenos sukinys yra 5/2, o lyginumas yra +1 (nes $(-1)^l = (-1)^2 = 1$). Branduolio sukinį ir lyginumą yra įprasta nurodyti identifikuojant branduolių energijos lygmenis. Lyginumas nurodomas šalia branduolio sukinio kvantinio skaičiaus viršutiniu indeksu „+“ arba „–“ priklausomai nuo to, ar būsena yra lyginė, ar ne. Tokią branduolio sukinio kvantinio skaičiaus ir simbolio „+“ arba „–“ porą vadinsime „branduolio būsenos charakteristika“ arba „energijos lygmens charakteristika“. Taigi, ^{17}O branduolio pagrindinės būsenos energijos lygmens charakteristika yra „$5/2^+$“. Pagal 3.12 pav. dešiniąją diagramą ^{17}O branduolio pirmasis sužadintasis energijos lygmuo turėtų atitikti „nesuporuotojo“ neutrono šuolį iš $1\mathrm{d}_{5/2}$ lygmens į $2\mathrm{s}_{1/2}$ lygmenį, t. y. ^{17}O branduolio pirmojo sužadintojo energijos lygmens charakteristika turėtų būti „$1/2^+$“. Tai irgi atitinka eksperimento duomenis (žr. 3.14 pav.).

Fluoro izotopo ^{17}F branduolio konfigūracija ir energijos lygmenų charakteristikos turėtų būti panašios į ^{17}O branduolio, nes ^{17}F branduolys skiriasi nuo ^{17}O branduolio tik tuo, kad vienintelė „nesuporuotoji“ dalelė yra protonas, o ne neutronas. Iš tikrųjų, matavimo duomenys rodo, kad abiejų šių branduolių energijos lygmenų diagramos yra labai panašios (žr. 3.14 pav.). Tai ir suprantama, nes Kulono sąveikos energijos pokytis, kuris atsiranda dėl vieno neutrono pakeitimo protonu, yra daug mažesnis už intervalus tarp energijos lygmenų.

Deguonies izotopo ^{15}O branduoliui „trūksta“ vieno $1\mathrm{p}_{1/2}$ neutrono iki pilno sluoksnių užpildymo (žr. 3.12 pav. dešiniąją diagramą). Todėl šio branduolio konfigūracija yra $(1\mathrm{p}_{1/2})^{-1}$, o pagrindinio energijos lygmens charakteristika yra $1/2^-$ (žr. 3.14 pav.).



3.14 pav. Branduolių, kurie skiriasi nuo ^{16}O branduolio tik viena vakansija išoriniame sluoksnyje arba vienu papildomu sluoksniu, kuriame yra vienas nukleonas, energijos lygmenų diagramos

Kai išoriniai sluoksniai yra tik iš dalies užpildyti ir juose yra daugiau negu vienas nukleonas ir daugiau negu viena „vakansija“, sluoksninio branduolio modelio praktinis taikymas tampa sudėtingesnis. Šiuo atveju jau negalima remtis prielaida, kad išorinio sluoksnio nukleonai yra nepriklausomi. Tada reikia įskaityti visas galimas išorinio sluoksnio nukleonų konfigūracijas, t. y. visus galimus jų suminius sukinius ir lyginumus. Be to, reikia atsižvelgti į nukleonų tarpusavio sąveikos jėgos pataisą, kuri atspindi tą faktą, kad tikroji nukleonų porinių sąveikų jėga nėra lygi jėgai, kuri atitinka efektinę potencinę energiją. Šitaip modifikavus sluoksninį branduolio modelį, galima sėkmingai numatyti daugelio branduolių žemiausius energijos lygmenis ir kitas savybes (pvz., magnetinius momentus).

Didėjant nukleonų ir vakansijų skaičiui iš dalies užpildytuose sluoksniuose, minėtieji skaičiavimai tampa pernelyg sudėtingi praktiniams taikymams. Tačiau dažnai vidutinių ir sunkiųjų branduolių energijos lygmenų diagramose galima pastebėti energijos lygmenis, kurie palyginti silpnai priklauso nuo branduolio sluoksnių užpildymo. Tie lygmenys atitinka periodinį kolektyvinį daugelio nukleonų judėjimą.

3.9. Branduolio magnetinis momentas

Kadangi branduolio magnetinis momentas yra lygus branduolio nukleonų magnetinių momentų sumai, tai pradėsime nuo vieno nukleono magnetinio momento aptarimo. Visų pirma aptarsime magnetinį momentą, kuris atsiranda dėl protono judėjimo erdvėje. Klasikinės fizikos formulė, kuri susieja dalelės, kurios krūvis e, o masė m, magnetinį dipolinį momentą $\boldsymbol{\mu}$ ir jos impulso momentą $\boldsymbol{L}$, yra tokia:

$$\boldsymbol{\mu} = \frac{e}{2m}\boldsymbol{L}\,. \tag{3.9.1}$$

Šį dydį vadinsime protono „orbitiniu“ magnetiniu momentu (toliau praleisime žodį „dipolinis“). Neutronas neturi orbitinio magnetinio momento, nes neutrono krūvis lygus nuliui. Iš kvantinių neapibrėžtumų sąryšių išplaukia, kad šio vektoriaus vertė yra neapibrėžta. Visuose magnetiniuose reiškiniuose pasireiškia tik magnetinio momento *vidurkis*. Jį galima išreikšti, remiantis kai kuriais žinomais kvantinės mechanikos teiginiais. Jeigu nukleono banginė funkcija ψ atitinka būseną, kurioje nukleono judesio kiekio momento projekcija į z ašį (L_z) yra tiksliai apibrėžta, tada kitos dvi projekcijos (L_x ir L_y) yra neapibrėžtos, o jų vidurkis lygus nuliui (vaizdžiai kalbant, judesio kiekio momento vektorius „precesuoja“ aplink z ašį). Tokiu atveju judesio kiekio momento vektoriaus vidurkis yra lygiagretus su z ašimi ir lygus judesio kiekio momento vektoriaus z komponentei. Pagal (3.9.1) magnetinio momento z komponentė yra gaunama, padauginus judesio kiekio momento z komponentę iš $e / (2m)$, t. y.

$$\mu_z = \frac{e\hbar}{2m} m_l \qquad (m_l = -l, -l+1, ..., l-1, l). \tag{3.9.2}$$

Nukleono „magnetiniu momentu“ susitarta vadinti didžiausią galimą μ_z vertę, kuri pagal (3.9.2) yra lygi

$$\mu = \frac{e\hbar}{2m} l \,. \tag{3.9.3}$$

Dydis $e\hbar/(2m)$ vadinamas ***magnetonu***. Įrašę vietoj m protono masę m_p, gauname ***branduolinį magnetoną*** μ_N:

$$\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p} = 5{,}050783 \cdot 10^{-27}\ \text{J/T} = 3{,}15245 \cdot 10^{-8}\ \text{eV/T} \,. \tag{3.9.4}$$

Taigi, branduolinis magnetonas μ_N yra daug (trimis eilėmis) mažesnis už Boro magnetoną μ_B, kuris lygus

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 9{,}274009 \cdot 10^{-24}\ \text{J/T} = 5{,}78838 \cdot 10^{-5}\ \text{eV/T} \,. \tag{3.9.5}$$

Todėl branduolio magnetinės savybės pasireiškia daug silpniau negu atomo elektronų magnetinės savybės. Įprastines magnetines medžiagų savybes lemia tik atomų elektronų magnetiniai momentai.

Branduolinis magnetonas yra branduolių magnetinių momentų „natūralusis“ matavimo vienetas. Be to, kadangi magnetinio momento projekcija į duotąją ašį yra proporcinga judesio kiekio momento projekcijai į tą ašį, tai nukleono (arba branduolio) magnetinio momento projekciją įprasta išreikšti šitaip:

$$\mu_z = \frac{g_l L_z \mu_N}{\hbar} = g_l m_l \mu_N \,; \tag{3.9.6}$$

čia g yra vadinamasis ***g faktorius*** – nukleono (arba branduolio) magnetinio momento ir atitinkamo judesio kiekio momento projekcijų į duotąją kryptį santykis, išreikštas $\mu_N/\hbar$ vienetais. Apatinis indeksas „l“ nurodo, kad turimas omenyje *orbitinis* g faktorius, kuris nusako orbitinių magnetinio ir judesio kiekio momentų santykį (analogiškai apibrėžiami ir sukininis bei pilnutinis g faktoriai, kurie nusako atitinkamai sukininių ir pilnutinių momentų santykius). Protono orbitinio magnetinio momento projekcija išreiškiama (3.9.2) sąryšiu. Palyginus su (3.9.6), akivaizdu, kad protono orbitinis g faktorius lygus $g_l = 1$. Neutrono $g_l = 0$, nes neutronas neturi elektros krūvio.

Iki šiol buvo kalbama tik apie magnetinius momentus, kurie susiję su elektringųjų dalelių (tiksliau, branduolio protonų) orbitiniu judėjimu. Atsižvelgus į nukleonų vidinius judesio kiekio momentus (sukinius), nukleono magnetinio momento projekcijos išraišką (3.9.6) reikia modifikuoti:

$$\mu_z = \frac{(g_l \langle L_z \rangle + g_s \langle L_{sz} \rangle)\mu_N}{\hbar} \equiv g_j m_j \mu_N \,; \tag{3.9.7}$$

čia g_s ir g_j yra nukleono sukininis ir pilnutinis g faktoriai, o m_j yra nukleono pilnutinio judesio kiekio projekcijos kvantinis skaičius. Kaip ir anksčiau, pilnutinis magnetinis momentas μ yra lygus didžiausiai galimai magnetinio dipolinio momento projekcijai μ_z, t. y.

$$\mu = g_j j \mu_N \,; \tag{3.9.8}$$

čia j yra nukleono pilnutinio judesio kiekio momento kvantinis skaičius. Kai pilnutinio judesio kiekio momento $\boldsymbol{L}_j$ projekcija L_{jz} yra tiksliai apibrėžta, L_z ir L_{sz} neturi tiksliai apibrėžtų verčių (būtent todėl (3.9.7) reiškinyje vietoj L_z ir L_{sz} vartojami kvantmechaniniai vidurkiai $\langle L_z \rangle$ ir $\langle L_{sz} \rangle$). Taip yra dėl to, kad, esant tiksliai apibrėžtiems $|\boldsymbol{L}_j|$ ir L_{jz}, vektoriai $\boldsymbol{L}$ ir $\boldsymbol{L}_s$ precesuoja apie pilnutinio judesio kiekio momento vektorių $\boldsymbol{L}_j$, kuris, savo ruožtu, precesuoja aplink z ašį (žr. 3.2 skyrius, 3.5 pav.). Šios precesijos metu vektorių $\boldsymbol{L}$ ir $\boldsymbol{L}_s$ projekcijos į $\boldsymbol{L}_j$ lieka pastovios, tačiau L_z ir L_{sz} kinta.

Protonų $g_s = 5{,}5856912$, o neutronų $g_s = -3{,}8260837$. Taigi, protono sukinio ir magnetinio momento projekcijų ženklai yra vienodi, o neutrono – priešingi. Matome, kad nukleonų sukininiai g faktoriai labai skiriasi nuo vertės $g_s = 2$, kuri gaunama išsprendus taškinės krūvio $\pm e$ elektringosios dalelės, kurios sukinio kvantinis skaičius $s = 1/2$, Dirako lygtį (tokios dalelės pavyzdys – elektronas) [3]. Tai yra vienas iš požymių, kurie rodo, kad protonas ir neutronas nėra elementariosios dalelės (tokios kaip elektronas) ir kad jie turi vidinę struktūrą. Nukleono sukinys ir sukininis magnetinis momentas atsiranda dėl nukleoną sudarančių elektringųjų elementariųjų dalelių (kvarkų) judėjimo ir dėl jų sukinių.

Nukleono pilnutinį g faktorių g_j išreikšime nukleono pilnutinio judesio kiekio momento kvantiniu skaičiumi j. Visų pirma pasinaudosime tuo, kad

$$\langle L_z \rangle = L_{jz} - \langle L_{sz} \rangle = m_j \hbar - \langle L_{sz} \rangle \,. \tag{3.9.9}$$

Įrašę (3.9.9) į (3.9.7), matome:

$$\mu_z = \left[g_l m_j + \frac{(g_s - g_l)\langle L_{sz}\rangle}{\hbar} \right] \mu_{\mathrm{N}} . \tag{3.9.10}$$

3.5 pav. akivaizdu, kad vidurkis $\langle L_{sz}\rangle$ gaunamas iš pradžių suprojektavus vektorių $\boldsymbol{L}_s$ į vektorių $\boldsymbol{L}_j$, o paskui tą projekciją suprojektavus į z ašį. Tai reiškia, kad L_{sz} yra lygus $\boldsymbol{L}_s$ projekcijos į $\boldsymbol{L}_j$ (t. y. reiškinio $\boldsymbol{L}_s \cdot \boldsymbol{L}_j / |\boldsymbol{L}_j|$) ir kampo tarp $\boldsymbol{L}_j$ ir z ašies kosinuso (kuris lygus $L_{jz} / |\boldsymbol{L}_j|$) sandaugai:

$$\langle L_{sz}\rangle = \frac{\langle \boldsymbol{L}_s \cdot \boldsymbol{L}_j\rangle}{|\boldsymbol{L}_j|} \cdot \frac{L_{jz}}{|\boldsymbol{L}_j|} = \frac{\langle \boldsymbol{L}_s \cdot \boldsymbol{L}_j\rangle}{|\boldsymbol{L}_j|} \cdot \frac{m_j}{\sqrt{j(j+1)}} = \frac{m_j \langle \boldsymbol{L}_s \cdot \boldsymbol{L}_j\rangle}{j(j+1)\hbar} . \tag{3.9.11}$$

$\langle \boldsymbol{L}_s \cdot \boldsymbol{L}_j\rangle$ išreiškiamas pakėlus kvadratu vektorinį sąryšį $\boldsymbol{L} = \boldsymbol{L}_j - \boldsymbol{L}_s$:

$$|\boldsymbol{L}|^2 = |\boldsymbol{L}_j|^2 + |\boldsymbol{L}_s|^2 - 2\boldsymbol{L}_s \cdot \boldsymbol{L}_j . \tag{3.9.12}$$

Iš čia išreiškę $\boldsymbol{L}_s \cdot \boldsymbol{L}_j$ ir atsižvelgę į tai, kad aptariamuoju atveju visi trys moduliai $|\boldsymbol{L}|$, $|\boldsymbol{L}_j|$ ir $|\boldsymbol{L}_s|$ yra tiksliai apibrėžti (jie skaičiuojami pagal bendrąją judesio kiekio momento modulio išraišką (7.5.1)), išvedame:

$$\langle \boldsymbol{L}_s \cdot \boldsymbol{L}_j\rangle = \frac{\hbar^2}{2}[j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)] . \tag{3.9.13}$$

Įrašę (3.9.13) į (3.9.11), gauname:

$$\langle L_{sz}\rangle = \frac{m_j \hbar}{2j(j+1)}[j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)] . \tag{3.9.14}$$

Dabar pasinaudosime tuo, kad nukleono $s = 1/2$, o j gali būti lygus tik dviem vertėms (pagal bendrąją judesio kiekio momentų sudėties taisyklę):

$$j = l \pm \frac{1}{2} . \tag{3.9.15}$$

Vadinasi, esant duotam j, orbitinis kvantinis skaičius l gali būti lygus tik $j \mp \frac{1}{2}$. Atitinkamai $\langle L_{sz}\rangle$ gali būti lygus tik šioms dviem vertėms:

$$\begin{aligned} &\text{kai } j = l + \frac{1}{2}, \qquad \langle L_{sz}\rangle = \frac{m_j \hbar}{2j}; \\ &\text{kai } j = l - \frac{1}{2}, \qquad \langle L_{sz}\rangle = -\frac{m_j}{2(j+1)}\hbar. \end{aligned} \tag{3.9.16}$$

Įrašę (3.9.16) į (3.9.10) ir palyginę gautąsias lygybes su (3.9.7), gauname tokias nukleono pilnutinio g faktoriaus išraiškas:

$$\begin{aligned} &\text{kai } j = l + \frac{1}{2}, \qquad g_j = g_l\left(1 - \frac{1}{2j}\right) + \frac{g_s}{2j}; \\ &\text{kai } j = l - \frac{1}{2}, \qquad g_j = g_l \frac{j + \frac{3}{2}}{j+1} - \frac{g_s}{2j(j+1)}. \end{aligned} \tag{3.9.17}$$

Branduolio magnetinio momento projekcija yra lygi visų nukleonų magnetinių momentų projekcijų sumai:

$$\mu_z = \frac{1}{\hbar}\sum_{i=1}^{A}(g_{l,i}\langle L_{z,i}\rangle + g_{s,i}\langle L_{sz,i}\rangle)\mu_{\mathrm{N}} \equiv g_J m_J \mu_{\mathrm{N}} , \tag{3.9.18}$$

$$\mu \equiv (\mu_z)_{\max} = g_J J \mu_{\mathrm{N}} ; \tag{3.9.19}$$

čia g_J yra branduolio g faktorius, m_J yra branduolio pilnutinio judesio kiekio momento („sukinio“) projekcijos kvantinis skaičius, o J yra branduolio sukinio kvantinis skaičius. Nėra bendros teorijos, pagal kurią būtų galima apskaičiuoti (3.9.18) reiškinį, nes nukleonų tarpusavio sąveika yra stipri, o jų sukinių tarpusavio orientacijos nėra gerai žinomos. Atskirais atvejais branduolio magnetinį dipolinį momentą galima apskaičiuoti remiantis kai kuriais supaprastinimais, kurie išplaukia iš branduolio modelių. Pvz., jeigu A yra nelyginis, tada kartais galima laikyti, kad pagrindinės būsenos branduolyje $A - 1$ nukleonų sudaro „poras“, kurių kiekvienoje nukleonų judesio kiekio momentai kompensuoja

vienas kitą. Tokiu atveju branduolio magnetinis momentas yra lygus likusio „nesuporuoto“ nukleono magnetiniam momentui, kurį nusako (3.9.7) ir (3.9.17) lygybės.

Branduolio magnetinio momento galimų projekcijų į duotąją ašį skaičius yra lygus branduolio sukinio galimųjų projekcijų skaičiui, t. y. $2J + 1$ (žr. (3.7.2)). Kai nėra išorinio magnetinio lauko, visos branduolio magnetinio momento kryptys yra lygiavertės ir atitinka vienodą energiją (kitaip sakant, minėtos ašies pasirinkimas neturi jokios įtakos matavimų rezultatams). Esant išoriniam magnetiniam laukui, branduolys įgyja papildomą potencinę energiją, kuri lygi

$$E_{\mathrm{M}} = -\mu_z B\,; \tag{3.9.20}$$

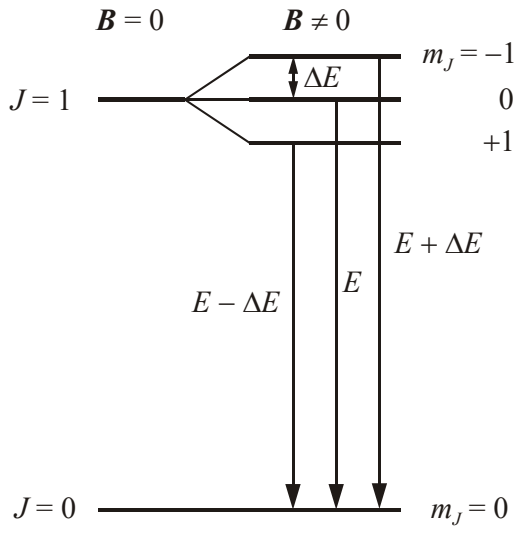
čia μ_z yra branduolio pilnutinio magnetinio dipolinio momento vektoriaus projekcija į išorinio lauko kryptį, o B yra išorinio lauko magnetinė indukcija. Projekciją μ_z nusako (3.9.18) lygybė. Vadinasi, branduolio sąveikos su išoriniu magnetiniu lauku energija (3.9.20) gali būti lygi tik šioms vertėms:

$$E_{\mathrm{M}} = -m_J g_J \mu_{\mathrm{N}} B \qquad (m_J = -J, -J+1, \ldots, J-1, J). \tag{3.9.21}$$

Tai reiškia, kad, esant išoriniam magnetiniam laukui, branduolio energijos lygmuo skyla į $2J + 1$ lygmenų, tarp kurių yra tokio didumo intervalai:

$$\Delta E = g_J \mu_{\mathrm{N}} B\,. \tag{3.9.22}$$

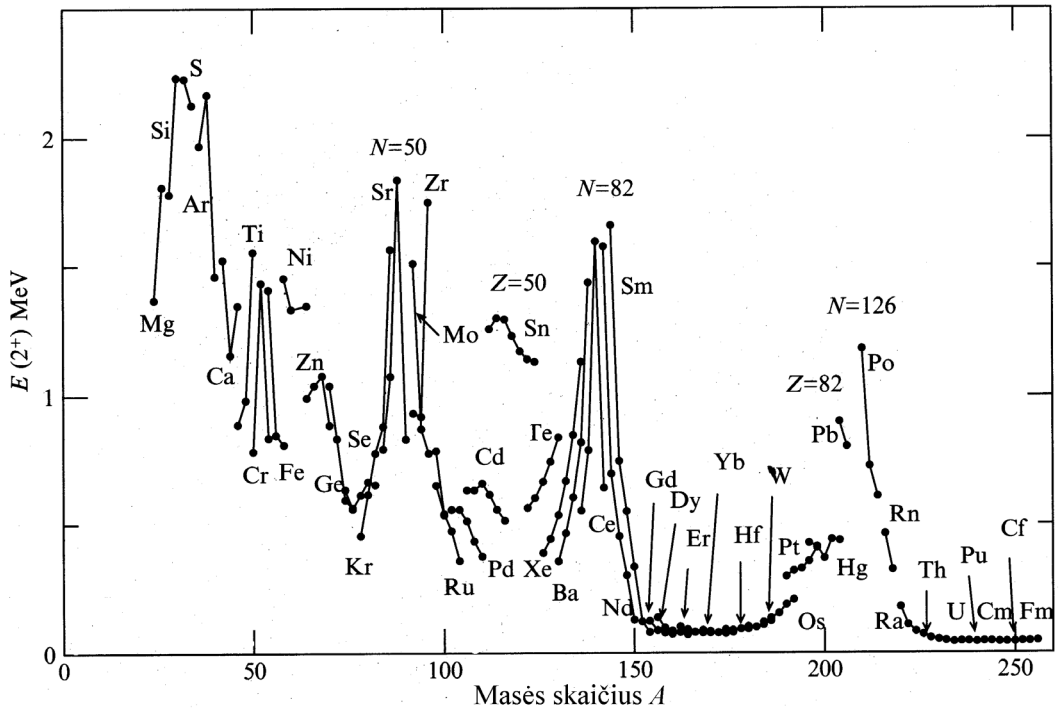
Šis reiškinys vadinamas ***branduoliniu Zėmano efektu***. Pvz., jeigu sužadintasis lygmuo atitinka $J = 1$, o pagrindinis lygmuo atitinka $J = 0$, tada matomas toks lygmenų ir spinduliuotės spektro linijų skilimas kaip parodyta 3.15 pav.



3.15 pav. Branduolinis Zėmano efektas

4. Kolektyvinės branduolio būsenos

Nustatyta, kad beveik visų lyginių-lyginių branduolių žemiausias sužadintasis lygmuo atitinka sukinį 2 ir lyginumą +1, t. y. to lygmens charakteristika yra 2^+. Kai kurių lyginių-lyginių branduolių sužadinimo energijos yra pavaizduotos 4.1 pav. Čia ištisinės linijos atitinka izotopų sekas. Akivaizdu, kad staigūs energijos šuoliai pasireiškia tik arti magiškųjų skaičių ir lengvųjų branduolių atveju. Kai $30 < A < 150$, minėtoji energija yra maždaug 1 MeV. Kai A yra tarp 150 ir 190 ir kai $A > 220$, sužadinimo energija yra daug mažesnė (~0,1 MeV eilės) ir ypač silpnai priklauso nuo A. Visos šios būsenos yra ypatingos tuo, kad jos yra susijusios su koordinuotu (kolektyviniu) didelio nukleonų skaičiaus judėjimu. 2^+ būsenos, kurios atitinka $A < 150$, yra susijusios su virpamuoju nukleonų sistemos judėjimu, o būsenos, kurios atitinka du minėtus didesnės masės verčių intervalus, yra susijusios su sukamuoju judėjimu. Todėl sluoksninis branduolio modelis, kuris remiasi nepriklausomų nukleonų prielaida, netinka aprašant šias būsenas, nes reikalauja pernelyg sudėtingų skaičiavimų. Klasikinės fizikos analogija: skysčio lašo deformaciją arba sukimąsi paprasčiau aprašyti nagrinėjant skysčio lašą kaip ištisinę terpę, o ne kaip daugelio dalelių (molekulių) sistemą. Kolektyvinių būsenų aiškinimas remiasi virpančio arba besisukančio skysčio lašo modeliu. Visų pirma aptarsime virpesių būsenas.



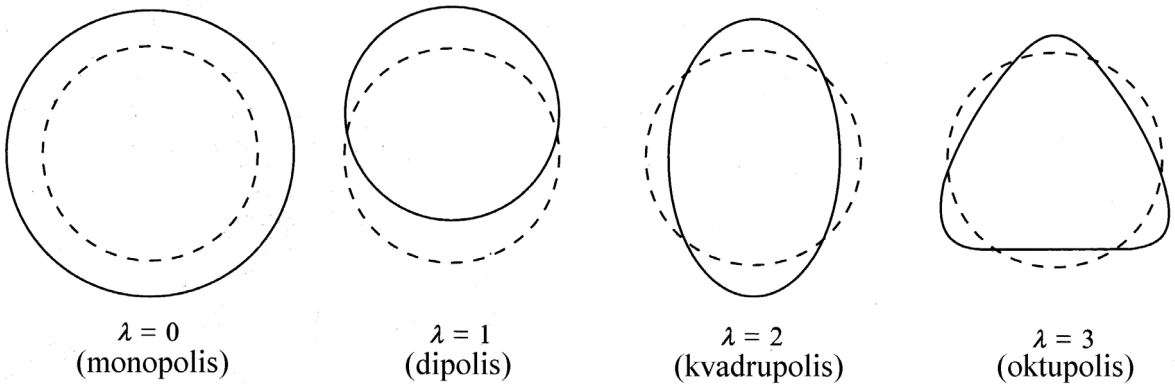
4.1 pav. Lyginių-lyginių branduolių mažiausios sužadinimo energijos. Ištisinės linijos atitinka izotopų sekas

4.1. Virpesių būsenos

Lašelinis branduolio modelis numato, kad pagrindinės būsenos branduolys turi būti sferinis. Bet koks nuokrypis nuo sferos padidina paviršiaus laisvąją energiją. Todėl, jeigu Z nėra pernelyg didelis, branduolio potencinės energijos priklausomybė nuo deformacijos turi minimumą ties nuline deformacija (žr. 2.4 pav.). Bet kokia glodi funkcija minimumo aplinkoje yra artima parabolei. Antra vertus, žinome, kad harmoninio osciliatoriaus potencinė energija taip pat yra parabolė:

$$U(r) = kr^2 \tag{4.1.1}$$

Išsprendus vienmatę Šrėdingerio lygtį su (4.1.1) pavidalo potencine energija, gaunamos harmoninio osciliatoriaus banginės funkcijos ir atitinkami energijos lygmenys. Kadangi branduolys yra trimatis darinys, tai, taikant harmoninio osciliatoriaus modelį, branduolį reikia aprašyti kaip osciliatorių rinkinį. Kiekvienas osciliatorius atitinka tam tikro tipo deformaciją. Kad kiekybiškai apibrėžti skirtingus deformacijos tipus, reikia pasinaudoti tuo, kad bet kokį trimatį paviršių galima išreikšti sferinių harmonikų tiesiniu dariniu:



4.2 pav. Sferinės sistemos mažiausios eilės virpesių modos. Punktyrinė linija atitinka pusiausvyros formą, o ištisinė linija nurodo momentinę virpančio paviršiaus formą

$$R(\theta,\phi)=\sum_{\lambda=0}^{\infty}\sum_{m=-\lambda}^{\lambda}\alpha_{\lambda m}(t)Y_{\lambda m}(\theta,\phi)\,. \tag{4.1.2}$$

Čia R, θ ir ϕ yra paviršiaus taško sferinės koordinatės. Kiekviena indeksų λ ir m_λ pora atitinka tam tikro tipo deformaciją. Jeigu paviršius nekinta laike, tada koeficientai α yra pastovūs. Jeigu paviršius virpa, tada tie koeficientai yra harmoninės laiko funkcijos. Skysčio lašo (arba branduolio, kuris aprašomas lašeliniu modeliu) savaiminiai virpesiai, kurie atitinka kiekvieno tipo deformaciją, yra vadinami ***virpesių modomis*** arba ***multipoliais***. Skaičius 2^λ yra vadinamas ***multipolio eile***. Sferos deformacijos, kurios atitinka pirmąsias keturias virpesių modas ($\lambda = 0$, 1, 2, 3), yra pavaizduotos 4.2 pav. Kiekviena virpesių moda turi būdingąjį virpesių dažnį ω_λ, kuris priklauso nuo virpančios medžiagos kiekio ir nuo jėgos, kuri stengiasi atstatyti pusiausvyrą, stiprumo. Kuo stipresnė ta jėga, tuo didesnis virpesių dažnis. Kaip ir įprastinio harmoninio osciliatoriaus, vienos virpesių modos energijos kvantas yra $\hbar\omega_\lambda$. Vienas virpesių energijos kvantas yra vadinamas ***fononu***. Fononas – tai kvazidalelė, kurios sukinys ir lyginumas yra tokie patys kaip atitinkamos sferinės harmonikos, t. y. λ ir $(-1)^\lambda$. Tai yra atitinkamos branduolio būsenos, kai yra sužadintas vienas fononas, virpesių energijos lygmens sukinys ir lyginumas. Toliau yra trumpai aprašytos pirmosios keturios virpesių modos.

- ***Monopolis*** ($\lambda = 0$). Sferinė harmonika, kuri atitinka $\lambda = 0$, yra sferiškai simetrinė. Atitinkamas virpamasis judėjimas – tai periodiniai sferos susitraukimai ir išsiplėtimai. Jeigu branduolys yra nespūdus, tada $\alpha_{00}(t)$ yra konstanta ir ši virpesių moda yra uždrausta. Iš tikro branduolio medžiaga nėra visiškai nespūdi, tačiau jėga, kuri priešinasi jos susispaudimui, yra labai stipri. Tai reiškia, kad branduolio būsenų 0^+ sužadinimo energija yra didelė. Empiriškai aptiktų 0^+ sužadintų būsenų energija yra kelių šimtų MeV eilės.

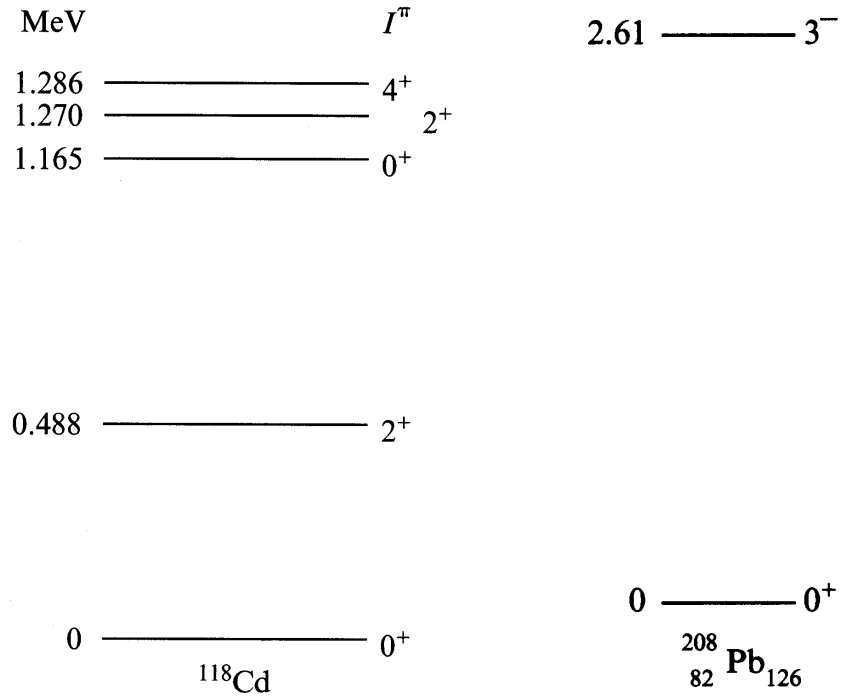
- ***Dipolis*** ($\lambda = 1$). Ši virpesių moda atitinka slenkamąjį branduolio kaip visumos judėjimą (žr. 4.2 pav.). Kai nėra išorinių jėgų, toks judėjimas yra negalimas. Tačiau yra galimi branduolio virpesiai, kai branduolio masės centras nejuda, o neutronai ir protonai juda priešingomis kryptimis. Tada neutronų ir protonų posistemių būsena atitinka dipolinę virpesių modą, todėl atitinkama branduolio kolektyvinio judėjimo būsena turi sukinį 1 ir lyginumą -1 (t. y. būsenos charakteristika yra 1^-). Tokių būsenų sužadinimo energijos yra tarp 10 MeV ir 20 MeV. Ši energija yra palyginti didelė, nes protonų ir neutronų atsiskyrimui priešinasi stipri branduolinės traukos jėga.

- ***Kvadrupolis*** ($\lambda = 2$). Tai yra mažiausios eilės virpesių moda, kuri nereikalauja branduolio tūrio pokyčio arba neutronų ir protonų atskyrimo. Yra galimi kelių tipų kvadrupoliniai virpesiai. Vienas iš jų yra toks branduolio virpamasis judėjimas, kuriame dalyvauja visa branduolio medžiaga – panašiai kaip guminio kamuoliuko periodiniai išsitempimai ir susispaudimai (žr. 4.2 pav.). Atitinkamų 2^+ būsenų branduolio sužadinimo energijos yra didesnės už 10 MeV. Jos yra vadinamos ***didžiaisiais kvadrupoliniai rezonansais*** (DKR, angl. *giant quadrupole rezonanse*). Tačiau yra galimos ir kitokios kvadrupolinės modos, kai virpamajame judėjime

dalyvauja tik nukleonai, esantys arti branduolio paviršiaus. Atitinkamų branduolio būsenų sužadinimo energijos yra daug mažesnės negu DKR. Atitinkami fononai vadinami „paviršiniais fononais“. Kaip minėta, beveik visų lyginių-lyginių branduolių žemiausios energijos sužadintoji būsena yra 2^+ būsena. Ši būsena atsiranda dėl vieno paviršinio kvadrupolinio fonono sužadinimo. Tokių būsenų sužadinimo energija yra daug mažesnė už DKR sužadinimo energiją (žr. 4.1 pav.).

Daugelio branduolių antrojo, trečiojo ir ketvirtojo sužadintųjų lygmenų energijos yra artimos viena kitai ir maždaug 2 kartus didesnės už pirmojo sužadintojo lygmens energiją (žr. 4.3 pav.). Tas būsenas atitinka dviejų paviršinių kvadrupolinių fononų, kurių kiekvieno sukinys 2, o lyginumas +1, sužadinimas. Todėl atitinkama branduolio energija yra maždaug 2 kartus didesnė už pirmosios sužadintosios būsenos energiją. Kai branduolio būseną sudaro daugiau negu vienas fononas, tada pilnutinis branduolio sukinys apskaičiuojamas pagal bendrąją impulso momentų sudėties taisyklę. Vadinasi, dviejų kvadrupolinių fononų atveju galimos sukinio vertės yra 0, 1, 2, 3 ir 4. Tačiau tikrovėje yra tik trys lygmenys (žr. 4.3 pav.). Taip yra dėl sistemos banginės funkcijos simetriškumo reikalavimo. Fonono sukinį nusako minėtasis skaičius λ (žr. (4.1.2) formulę). Kadangi λ yra sveikasis skaičius, tai fononai yra bozonai, todėl jų banginė funkcija turi būti simetrinė (t. y. sukeitus bet kuriuos du fononus vietomis, banginė funkcija turi nepasikeisti). Smulkesnė analizė rodo, kad iš visų būsenų, kurias sudaro du 2^+ fononai, tik būsenos su $J = 0$, 2 ir 4 yra nusakomos simetrinėmis banginėmis funkcijomis (būsenos su $J = 1$ ir 3 nusakomos antisimetrinėmis funkcijomis). Todėl tik tos trys būsenos yra galimos. Jos yra lyginės, nes vienfononės būsenos (sferinės harmonikos), kurios atitinka $\lambda = 2$, yra lyginės. Taigi, branduolys, kuriame sužadinti du kvadrupolinių virpesių fononai, gali būti vienoje iš trijų būsenų 0^+, 2^+ ir 4^+, kurių energijos yra maždaug 2 kartus didesnės už vieno kvadrupolinio fonono energiją.

- ***Oktupolis*** ($\lambda = 3$). Oktupolinio fonono sukinys yra 3, o lyginumas yra -1. Vadinasi, jeigu yra sužadintas tik vienas oktupolinis fononas, tada branduolio būsenos charakteristika yra 3^-. Tokios būsenos pavyzdys yra ^{208}Pb pirmoji sužadintoji būsena. Jos energija yra 2,61 MeV (žr. 4.3 pav.). Tačiau dažniausiai oktupolinių būsenų energijos yra didesnės už 2^+ būsenos energiją.



4.3 pav. ^{118}Cd ir ^{208}Pb branduolių žemiausieji energijos lygmenys. Pirmasis sužadintasis ^{118}Cd energijos lygmuo atitinka vieno paviršinio kvadrupolinio fonono sužadinimą. Kitos trys artimų energijų ^{118}Cd būsenos atitinka dviejų paviršinių kvadrupolinių fononų sužadinimą. Pirmasis sužadintasis ^{208}Pb energijos lygmuo atitinka vieno oktupolinio fonono sužadinimą.

4.2. Deformuoti branduoliai

Yra nustatyta, kad daugelis stabilių branduolių, kurių neutronų skaičius N ir protonų skaičius Z yra tarp magiškųjų skaičių, pagrindinėje (mažiausios energijos) būsenoje yra deformuoti, t. y. jų forma nėra sferinė. Taip yra todėl, kad pagrindinė sluoksninio branduolio modelio prielaida – kad kiekvieno nukleono būsena nepriklauso nuo kitų nukleonų būsenų – nėra tiksli. Pvz., iš tos prielaidos išplaukia, kad nukleono būsenų, kurios skiriasi tik magnetiniu kvantiniu skaičiumi m_l (bet atitinka vienodą šalutinį kvantinį skaičių l ir vienodą pagrindinį kvantinį skaičių n), energijos yra vienodos. Tai reiškia, kad visos kryptys erdvėje yra lygiavertės ir iš to išplaukia sferinė branduolio forma. Iš tikro taip nėra. Nukleonai, kurių l ir n yra vienodi, „stengiasi“ užimti kvantines būsenas su vienodomis arba artimomis viena kitai magnetinio kvantinio skaičiaus m_l vertėmis. Kitaip sakant, tokios branduolio būsenos, kai iš dalies užpildyto sluoksnio nukleonų m_l vertės yra artimos viena kitai, atitinka mažesnę branduolio energiją (didesnę ryšio energiją). Taip yra todėl, kad tada nukleonų banginių funkcijų sanklota erdvėje yra didžiausia, t. y. nukleonai daugiau laiko praleidžia arti vienas kito, atitinkamai yra stipriausia vidutinė jų traukos jėga. Nukleonų (išskyrus s nukleonus) pasiskirstymas, kuris atitinka apibrėžtą m_l reikšmę, nėra sferiškai simetrinis. Todėl, didėjant nukleonų su duota m_l reikšme (arba su artimomis m_l reikšmėmis) skaičiui, didėja nukleonų pasiskirstymo nuokrypis nuo sferinės simetrijos. Tuo pačiu didėja ir branduolio formos nuokrypis nuo sferinės formos. Tačiau būsenas, kurias gali užimti nukleonai, apriboja Paulio draudimo principas. Kai branduolio nukleonų skaičius yra artimas magiškajam skaičiui, Paulio draudimo principas „privers“ nukleonus užimti kitas būsenas, kurių erdvinė sanklota yra mažesnė. Todėl, artėjant nukleonų skaičiui prie magiškojo skaičiaus, branduolio forma artėja prie sferinės. Analogiškai, kai nukleonų skaičius iš dalies užpildytame sluoksnyje yra mažas, branduolio forma taip pat yra artima sferai, nes yra palyginti nedaug nukleonų, kurie sąlygoja nuokrypį nuo sferos. Jeigu bent vienos rūšies nukleonų – protonų arba neutronų – sluoksniai yra pilnai užpildyti, tada branduolio forma yra artima sferai. Didžiausias nuokrypis nuo sferos pasireiškia tada, kai ir protonų, ir neutronų sluoksnis yra maždaug pusiau užpildytas.

Dažniausiai pasitaikanti deformuotų branduolių forma yra sukimosi elipsoidas. Jis gali būti „ištemptas“ arba „suplotas“. Tipiškas nuokrypis nuo sferos yra maždaug 20 %. Deformuoti branduoliai ypač dažnai pasitaiko tarp branduolių, kurių masės skaičius yra $150 < A < 190$ ir kurių $A > 230$. Pirmąją minėtąją branduolių grupę sudaro branduoliai, kurių $50 < Z < 82$ ir $82 < N < 120$, o antrąją grupę sudaro branduoliai, kurių $Z > 82$ ir $N > 126$. Lyginiai-lyginiai branduoliai šiose branduolių grupėse turi labai mažos energijos pirmąsias sužadintąsias 2^+ būsenas (žr. 4.1 pav.). Tai yra vadinamosios rotacinės (arba sukimosi) būsenos.

4.3. Sukimosi būsenos

Kolektyvinės sukimosi būsenos gali pasireikšti tik branduoliuose, kurie nėra sferiniai. Sukimosi elipsoido dvi ašys yra vienodo ilgio. Tokios formos branduolys gali suktis tik apie vieną iš tų dviejų ašių, bet ne apie trečiąją ašį, nes ta ašis yra elipsoido simetrijos ašis (taigi, sukimasis apie tą ašį nepasireiškia jokiais regimais pokyčiais).

Sukimosi būsenos aprašomos kitaip, negu virpesių būsenos, kurios buvo aptartos 4.1 skyriuje. Pvz., aprašant sukimosi būsenas, netinka (4.1.2) formulė: ši formulė tinka tik nusakant periodinį nuokrypį nuo sferinės formos, t. y. sferinio branduolio virpesius. Tačiau yra ir kai kurių bendrumų: pvz., visų lyginių-lyginių branduolių mažiausios energijos sukimosi būsena taip pat yra 2^+ būsena, kaip ir daugelio lyginių-lyginių branduolių mažiausios energijos virpesių būsena. Kvantinė analizė (kuri čia nepateikta) rodo, kad branduolio, kurio pagrindinės būsenos sukinys yra lygus nuliui (pvz., lyginio-lyginio branduolio), sužadintųjų sukimosi būsenų lyginumas yra lygus $(-1)^J$, kur J yra pilnutinis sužadintosios būsenos sukinys. Be to, jeigu branduolys yra sukimosi elipsoido formos, tada visos sukimosi būsenos turi atitikti vienodo lyginumo J vertes. Kadangi lyginių-lyginių branduolių pagrindinės būsenos sukinys yra 0, tai iš pastarosios išvados išplaukia, kad žemiausios energijos sukimosi būsenų sukiniai yra 0, 2, 4, ..., o tų būsenų lyginumas yra +1.

Iš klasikinės mechanikos yra žinoma, kad besisukančio kietojo kūno judesio kiekio momentas yra lygus

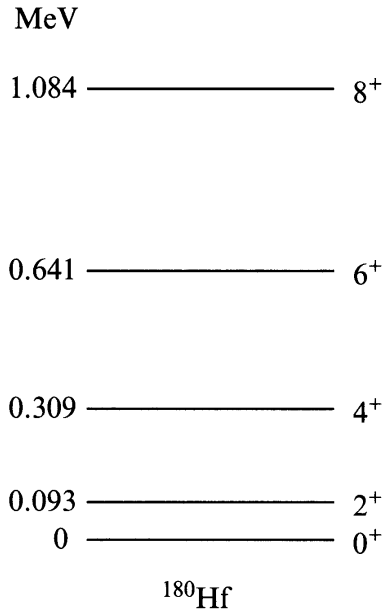
$$L = I\omega, \tag{4.3.1}$$

kur I yra inercijos momentas, o ω yra kampinis sukimosi dažnis. Klasikinė sukimosi kinetinės energijos išraiška yra

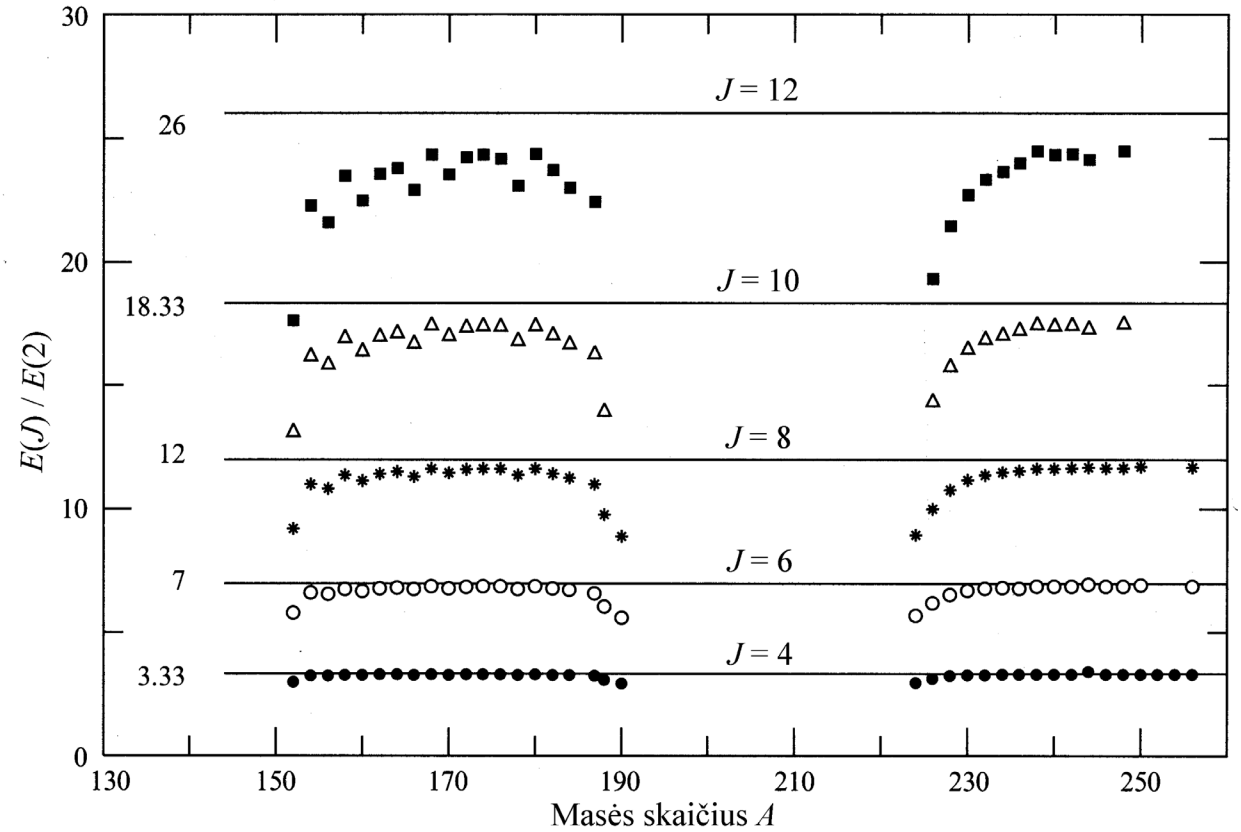
$$E = \frac{1}{2} I\omega^2 \equiv \frac{L^2}{2I}. \tag{4.3.2}$$

Kvantinė branduolio sukimosi energijos išraiška gaunama įrašius kvantinę judesio kiekio momento išraišką į (4.3.2):

$$E(J) = \frac{J(J+1)\hbar^2}{2I}. \tag{4.3.3}$$



4.4 pav. ^{180}Hf branduolio žemiausieji energijos lygmenys ir jų sukiniai bei lyginumai atitinka besisukančio elipsoido modelį.



4.5 pav. Sunkiųjų lyginių-lyginių branduolių sukimosi energijos santykiai, kai masės skaičius atitinka nelygybę $150 \le A \le 190$ arba $A \ge 224$. Taškai atitinka matavimų duomenis, o horizontalios linijos atitinka teorinius santykius, kurie gaunami taikant besisukančio kietojo kūno modelį (žr. (4.3.3) formulę)

5. Branduolių nestabilumas

5.1. Alfa skilimas

5.1.1. Pagrindinės alfa skilimo ypatybės

Alfa (α) skilimas yra toks atomo branduolio virsmas, kurio metu branduolys savaime išspinduliuoja α dalelę ($^{4}_{2}$He branduolį). Kai branduolys išspinduliuoja α dalelę, branduolio krūvio skaičius sumažėja 2 vienetais (nes α dalelės krūvio skaičius lygus 2), o masės skaičius sumažėja 4 vienetais (nes α dalelės masės skaičius lygus 4). T. y., jeigu pradinį nuklidą pažymėsime $^{A}_{Z}\mathrm{X}$, tada po α dalelės išspinduliavimo susidaro nuklidas $^{A-4}_{Z-2}\mathrm{Y}$. Vadinasi, α skilimo metu susidaro naujas elementas, kuris periodinėje elementų sistemoje yra pasislinkęs dviem vietomis į pradžią spinduliuojančio elemento atžvilgiu. α skilimo schema yra šitokia:

$$^{A}_{Z}\mathrm{X} \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}\mathrm{Y} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}\,. \qquad (5.1.1)$$

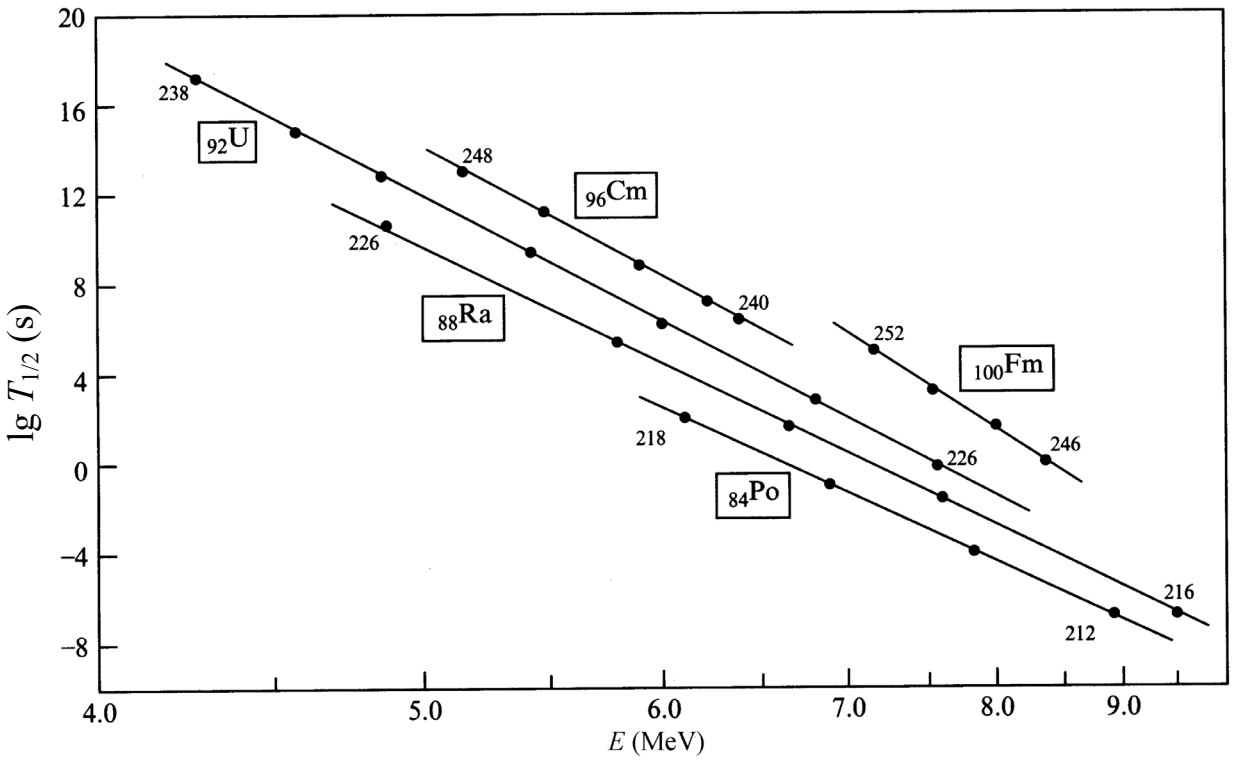
Pvz., radis $^{226}_{88}\mathrm{Ra}$, išspinduliavęs α dalelę, virsta radonu:

$$^{226}_{88}\mathrm{Ra} \rightarrow {}^{222}_{86}\mathrm{Rn} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}\,.$$

Toliau išvardytos pagrindinės α skilimo ypatybės:

1) išskyrus keletą retų išimčių, α skilimas yra būdingas tik branduoliams, kurių $Z > 82$ (elementai, kurie periodinėje elementų sistemoje yra už Pb);
2) kiekvienas α radioaktyvus nuklidas spinduliuoja kelių tiksliai apibrėžtų energijų α daleles;
3) daugumos žinomų α radioaktyvių nuklidų spinduliuojamų α dalelių kinetinės energijos priklauso palyginti siauram intervalui:
$$E = (4–8{,}7)\ \mathrm{MeV};$$
pagal kinetinės energijos apibrėžtį ($M\upsilon^2/2$, kur M yra dalelės masė, o υ – jos greitis) tai atitinka keliolikos tūkstančių km/s greitį;
4) α radioaktyvių nuklidų pusamžių kitimo ribos yra labai plačios. Pvz., ^{212}Po pusamžis lygus $T_{1/2} = 3\cdot10^{-7}$ s, o ^{238}U pusamžis $T_{1/2} = 4{,}5\cdot10^{9}$ metų. Be to, $T_{1/2}$ yra susijęs su α dalelių energija E:
$$\lg T_{1/2} = C + \frac{D}{\sqrt{E}}\,. \qquad (5.1.2)$$
Šį sąryšį 1911 m. empiriškai atrado vokiečių fizikas Hansas Geigeris (*Geiger*) ir britų fizikas J. M. Nėtolas (*Nuttall*), todėl tas sąryšis vadinamas ***Geigerio ir Netolo dėsniu***. Koeficientai C ir D silpnai priklauso nuo atominio numerio Z: jeigu energija E išreikšta MeV, o pusamžis $T_{1/2}$ – s, tada, kai $Z = 84$, tie koeficientai lygūs $C = –50{,}15$ ir $D = 128{,}8$, o kai $Z = 90$, $C = –51{,}94$, $D = 139{,}4$. Pusamžio priklausomybė nuo α dalelių kinetinės energijos (5.1.2) yra labai stipri: sumažėjus energijai 1 %, pusamžis padidėja eile, o sumažėjus energijai 10 %, pusamžis padidėja 2–3 eilėmis (žr. 5.1 pav.)

Pirmąją iš anksčiau minėtų α skilimo savybių lemia tai, kad α skilimas susijęs su branduolio nukleonų Kulono stūma. Didėjant branduolio krūvio skaičiui Z, branduolio paviršiuje kiekvieną nukleoną veikianti Kulono stūmos jėga didėja apytiksliai proporcingai Z (nes ši jėga yra toliasiekė), o branduolinės traukos jėga kinta nedaug (nes ši jėga yra artisiekė). Gali kilti klausimas, kodėl iš branduolio išlekia būtent α dalelė, o ne protonas arba kitokios sudėties branduolys. Taip yra todėl, kad α skilimas, kaip ir bet kuris kitas savaiminis vyksmas, gali vykti tik tada, kai skilimo produktų pilnutinė rimties energija yra mažesnė už pradinio branduolio rimties energiją. Kitaip sakant, skilimo produktų pilnutinė ryšio energija turi būti didesnė už pradinio branduolio ryšio energiją (žr. 2.2 skyrių). Kaip matome 2.2 pav., savitosios ryšio energijos priklausomybė nuo branduolio masės skaičiaus turi ryškų maksimumą ties $A = 4$. Šis maksimumas atitinka ^{4}He branduolį, t. y. α dalelę. Taigi, α dalelė yra ypač stabilus darinys, kurio rimties masė yra palyginti maža. Būtent todėl α skilimas tampa „energiškai naudingas“, t. y. jo metu pilnutinė rimties energija sumažėja, ir šis sumažėjimas yra lygus išsiskyrusiai energijai (skilimo produktų kinetinei energijai). 5.1 lentelėje yra palygintos energijos, kurios išsiskirtų, jeigu ^{232}U branduolys spinduliuotų kitus lengvuosius branduolius. Matome, kad energiškai naudingas yra tik α skilimas.



5.1 pav. Kai kurių branduolių alfa skilimo pusamžio logaritmo priklausomybė nuo alfa dalelių energijos. Linijos atitinka izotopų sekas. Horizontaliosios ašies mastelis proporcingas $-1/E^{1/2}$

5.1 lentelė. Išsiskyrusi energija įvairiems ^{232}U branduolio skilimo tipams

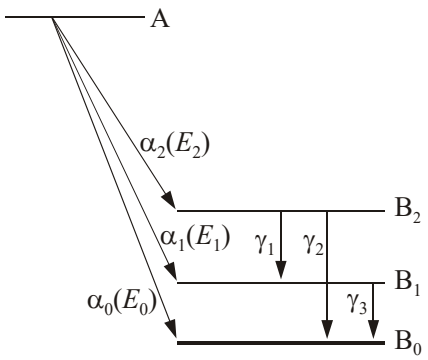
Išspinduliuota dalelė	Išsiskyrusi energija (MeV)	Išspinduliuota dalelė	Išsiskyrusi energija (MeV)
n	–7,26	^{4}He	+5,41
^{1}H	–6,12	^{5}He	–2,59
^{2}H	–10,70	^{6}He	–6,19
^{3}H	–10,24	^{6}Li	–3,79
^{3}He	–9,92	^{7}Li	–1,94

α skilimo ypatybę Nr. 2 lemia tai, kad α dalelės energija yra lygi pirminio ir antrinio branduolių energijų skirtumui, o antrinis branduolys gali būti įvairiuose energijos lygmenyse (žr. 5.2 pav.). 5.2 pav. pavaizduotoje lygmenų diagramoje viršutinis lygmuo (A) žymi pirminio branduolio pagrindinę būseną, o lygmenys B_0, B_1 ir B_2 – antrinio branduolio pagrindinę ir dvi sužadintas būsenas. Šiame pavyzdyje α dalelės energija gali būti lygi trims vertėms, priklausomai nuo to, kuriame lygmenyje atsiduria branduolys po α dalelės išspinduliavimo.

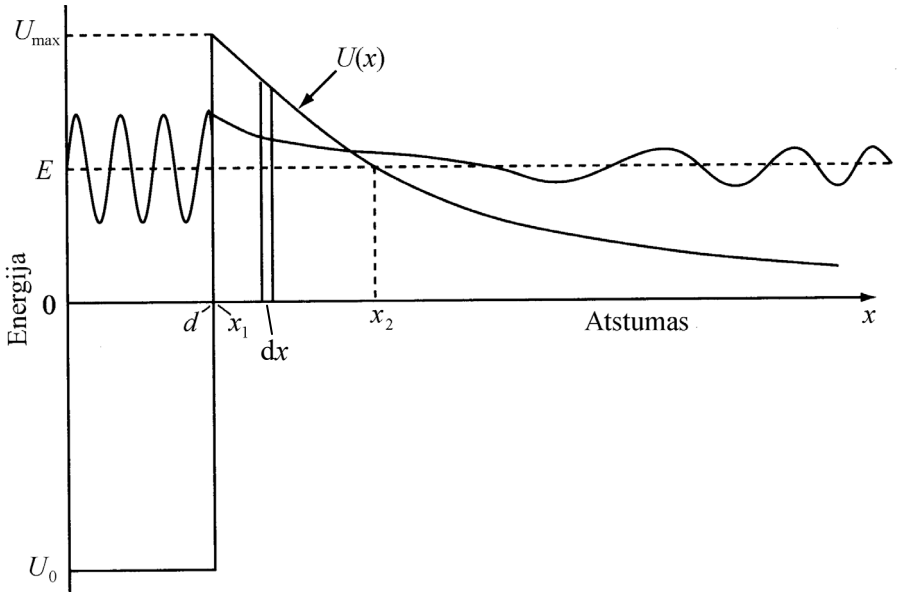
3) ir 4) α skilimo ypatybes paaiškina teorija, kurią 1928 m. sukūrė rusų kilmės amerikiečių fizikas G. Gamovas (*Gamow*). Pagal šią teoriją α dalelės potencinės energijos U priklausomybė nuo atstumo x tarp branduolio centro ir α dalelės yra apytiksliai tokia:

$$U(x) \approx \begin{cases} Ze^2/(2\pi\varepsilon_0 x), & \text{kai } x > d, \\ U_0 < 0, & \text{kai } x \le d. \end{cases} \qquad (5.1.3)$$

Atstumas d – tai skilimo produktų (α dalelės ir taške $x = 0$ esančio antrinio branduolio) spindulių suma (10^{-15} m eilės dydis), o Z – antrinio branduolio krūvio skaičius. (5.1.3) išraiškoje akivaizdu, kad



5.2 pav. α dalelių greičių pasiskirstymo aiškinimas



5.3 pav. α dalelės ir antrinio branduolio sąveikos energijos priklausomybė nuo atstumo tarp jų

erdvės srityje $x > d$ funkcija $U(x)$ sutampa su taškinių elektros krūvių $+Ze$ ir $+2e$ Kulono sąveikos energija. U priklausomybė nuo atstumo iki branduolio centro pavaizduota 5.3 pav. Pagal potencinės energijos apibrėžtį jos išvestinė x atžvilgiu yra priešinga radialiajai jėgai F, kuri veikia α dalelę. Kaip akivaizdu 5.3 pav., nutolus nuo branduolio centro atstumu d, ši išvestinė staigiai padidėja. Taip yra todėl, kad tokiu atstumu nuo branduolio tarp jo ir α dalelės veikia stipri branduolinė traukos jėga ($F = -\mathrm{d}U/\mathrm{d}x < 0$). Būtent dėl šios priežasties pirminis branduolys ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}$ gali egzistuoti. Kai $x < d$, koordinatė x netenka prasmės, nes abu skilimo produktai susilieja į vieną (pirminį) branduolį. Kai $x > d$, potencinės energijos išvestinė x atžvilgiu yra neigiama, nes tarp dviejų vieno ženklo krūvių veikia Kulono stūmos jėga ($F = -\mathrm{d}U/\mathrm{d}x = Ze^2/(2\pi\varepsilon_0 x^2) > 0$).

Vadinasi, α dalelės išlėkimui iš branduolio egzistuoja potencialo barjeras, kurio aukštis apytiksliai lygus

$$U_{\max} \approx U(d) = \frac{Ze^2}{2\pi\varepsilon_0 d}. \tag{5.1.4}$$

Sunkiųjų branduolių, kurių masės skaičius $A > 200$, spindulys yra $(7–8)\cdot 10^{-15}$ m (tai išplaukia iš (2.1.1)). Vadinasi, $d \approx 10^{-14}$ m. Todėl, jeigu $Z = 100$, tai $U_{\max} \approx 30$ MeV. Palyginus šią vertę su išlekiančių iš branduolio α dalelių energija (4–8,7 MeV), akivaizdu, kad α dalelių energija yra mažesnė už potencialo barjero aukštį[1]. Toks reiškinys, kai dalelė pereina pro potencialo barjerą, kurio aukštis didesnis už dalelės energiją, vadinamas tuneliniu reiškiniu.

5.1.2. Laisvos dalelės banginė funkcija ir tunelinis reiškinys

Tokia dalelės potencinės energijos priklausomybė nuo koordinatės, kai egzistuoja potencinės energijos maksimumas, yra vadinama ***potencialo barjeru***. Paprasčiausias potencialo barjeras yra vienmatis stačiakampis barjeras, kuris pavaizduotas 5.4 pav. Tarkime, kad dalelės energija E yra mažesnė už potencialo barjero aukštį U_0. Šiuo atveju vienmatę Šrėdingerio lygtį

$$\frac{\mathrm{d}^2\psi}{\mathrm{d}x^2} = \frac{2m}{\hbar^2}(U(x) - E)\psi$$

galima užrašyti trijų lygčių pavidalu – po vieną lygtį kiekvienai iš trijų sričių:

[1] Energija E, kuri parodyta 5.3 pav. – tai α dalelės ir antrinio branduolio kinetinių energijų suma. Tačiau didesniąją šios energijos dalį nusineša α dalelė, nes jos masė yra daug mažesnė už branduolio masę. Todėl, kad būtų trumpiau, energiją E vadinsime „α dalelės energija“.

$$\frac{d^2\psi_1}{dx^2} + k_1^2\psi_1 = 0 \qquad \text{(I sritis)},$$

$$\frac{d^2\psi_2}{dx^2} - k_2^2\psi_2 = 0 \qquad \text{(II sritis)},$$

$$\frac{d^2\psi_3}{dx^2} + k_1^2\psi_3 = 0 \qquad \text{(III sritis)}.$$

Čia

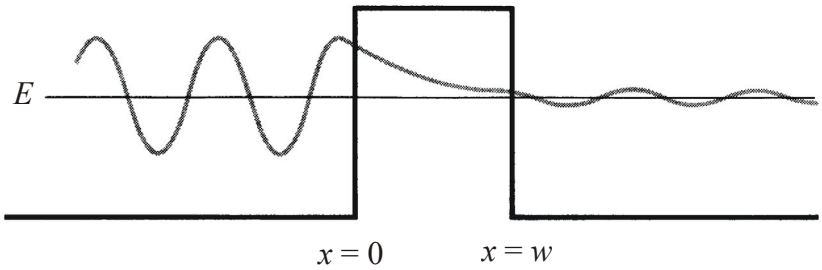
$$k_1 = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}, \quad k_2 = \frac{\sqrt{2m(U_0 - E)}}{\hbar}.$$

Šių lygčių bendrieji sprendiniai yra

$$\psi_1 = A\exp(ik_1x) + B\exp(-ik_1x) \qquad \text{(I sritis)},$$

$$\psi_2 = C\exp(k_2x) + D\exp(-k_2x) \qquad \text{(II sritis)},$$

$$\psi_3 = F\exp(ik_1x) + G\exp(-ik_1x) \qquad \text{(III sritis)}.$$



5.4 pav. Dalelės banginė funkcija, kai egzistuoja potencialo barjeras, kurio aukštis yra didesnis už dalelės energiją

Matome, kad erdvės srityse, kuriose $E > U$ (šiame pavyzdyje – I ir III srityse), dalelės banginė funkcija yra osciliuojančio pavidalo, o erdvės srityse, kuriose $E < U$ (šiame pavyzdyje – II srityje), dalelės funkcija yra eksponentinė. Šis rezultatas yra bendras: jis nepriklauso nuo potencinės energijos pavidalo. Kompleksinės eksponentės nusako bėgančiąsias bangas: pirmoji atitinka bangą, kuri sklinda x kryptimi, o antroji – bangą, kuri sklinda priešinga kryptimi. Tačiau, jeigu dalelių šaltinis yra taške $x = -\infty$, tada nėra fizikinių priežasčių, dėl kurių III srityje galėtų atsirasti banga, sklindanti x mažėjimo kryptimi, todėl $G = 0$. Šiuo atveju A yra *krintančiosios* bangos amplitudė, B yra *atsispindėjusios* bangos amplitudė, o F yra *praėjusios* bangos amplitudė. Čia reikia apibrėžti šių amplitudžių prasmę, taikant dalelės banginės funkcijos statistinę sampratą. Kai dalelės būseną nusako bėgančioji banga, tada tos bangos amplitudės modulio kvadratas $|A|^2$ lemia ***dalelių srauto tankį*** i, t. y. vidutinį dalelių skaičių, kuris pereina pro statmeną jų judėjimui vienetinio ploto paviršių per laiko vienetą:

$$i = \frac{\hbar k}{m}|A|^2. \tag{5.1.5}$$

Ši dalelių srauto tankio išraiška galioja vienos dalelės sistemai. Kai sistemą sudaro kelios dalelės, tada pastarąjį reiškinį reikia dauginti iš dalelių skaičiaus.

Koeficientų A, B, C, D ir F reikšmės gaunamos iš sąlygos, kad banginė funkcija ir jos išvestinė turi būti tolydžios ant potencialo barjero kraštų. Svarbiausias šios analizės rezultatas – tai potencialo barjero skaidrio išraiška. Potencialo barjero skaidris S – tai praėjusių pro barjerą ir krintančių į barjerą dalelių srauto tankių santykis, t. y. $|F|^2 / |A|^2$. Kai potencialo barjeras yra aukštas arba platus, t. y. kai galioja nelygybė

$$k_2 w >> 1,$$

tada potencialo barjero skaidris yra apytiksliai lygus

$$S \approx \exp\left[-\frac{2}{\hbar}\sqrt{2m(U_0 - E)} \cdot w\right] << 1$$

Taigi, kvantinė mechanika teigia, kad dalelė gali pereiti pro potencialo barjerą net ir tada, kai dalelės mechaninė energija yra mažesnė už potencinę energiją barjero srityje. Šis reiškinys vadinamas

tuneliniu reiškiniu arba ***tuneline pereiga***. Tunelinio reiškinio galimumas išplaukia iš to fakto, kad barjero viduje dalelės banginė funkcija mažėja eksponentiškai. Šio mažėjimo spartą lemia barjero aukščio ir dalelės energijos skirtumas. Vadinasi, jeigu tas skirtumas yra pakankamai mažas, o barjeras yra pakankamai siauras, tada dalelės banginė funkcija „nespėja“ sumažėti iki nulio barjero viduje ir dalelė gali atsidurti kitoje barjero pusėje. Aišku, kad šios išvados prieštarauja klasikinei mechanikai: klasikinė mechanika draudžia dalelei būti erdvės srityse, kuriose jos pilnutinė mechaninė energija mažesnė už potencinę energiją, nes tai reikštų neigiamą kinetinę energiją.

Iki šiol nagrinėjome tik stačiakampį potencialo barjerą. Bet kokios formos potencialo barjero, kurio plotis daug kartų viršija dalelės de Broilio bangos ilgį, skaidrio eilę galima įvertinti suskaidžius tą barjerą į didelį skaičių N plonų stačiakampių barjerų. Tokio barjero skaidris lygus visų jį sudarančių stačiakampių barjerų skaidrių sandaugai. Perėję prie ribos $N \to \infty$, matome:

$$S \approx \lim_{N\to\infty} \prod_{n=1}^{N} S_n \approx \exp\left[-\frac{2}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m(U(x)-E)}\,\mathrm{d}x \right]; \tag{5.1.6}$$

čia x_1 ir x_2 yra lygties $U(x) = E$ sprendiniai (potencialo barjero kraštų koordinatės dalelės energijos E lygyje).

5.1.3. Geigerio ir Netolo dėsnio išvedimas

Pastarąjį rezultatą galima taikyti analizuojant alfa dalelės pereigą pro potencialo barjerą, kuris pavaizduotas 5.3 pav. Visų pirma reikia išsiaiškinti, ar iš tikrųjų

$$-\ln S = \frac{2}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2M(U(x)-E)}\,\mathrm{d}x >> 1 \tag{5.1.7}$$

(tada $S << 1$). Apskaičiuosime S eilę α skilimo atveju. 5.3 pav. akivaizdu, kad $x_1 \approx d \approx 10^{-14}$ m. Įrašę $U(x)$ išraišką (5.1.3) į lygtį $U(x) = E$, matome:

$$x_2 = \frac{Ze^2}{2\pi\varepsilon_0 E}. \tag{5.1.8}$$

Jeigu $Z = 100$, o $E = 10$ MeV, tai $x_2 - x_1 \approx 1{,}88\cdot10^{-14}$ m. Remdamiesi prielaida, kad vidutinė $U - E$ vertė pointegraliniame reiškinyje lygi $0{,}5\cdot(U_{\max} - E) \approx 10$ MeV, gauname $S \approx \exp(-52) \approx 2\cdot10^{-23}$. Taigi, (5.1.7) sąlyga iš tikrųjų galioja.

Žinant barjero skaidrį S, skilimo konstantą λ (tunelinės pereigos tikimybę per laiko vienetą arba α dalelių išlėkimo vidutinį dažnį) galima apskaičiuoti taip: jeigu α dalelės greitis spindulio d branduolyje lygus υ, tai dalelė atsiduria branduolio krašte vidutiniškai υ/d kartų per laiko vienetą. Taigi,

$$\lambda \approx \frac{\upsilon}{d} S. \tag{5.1.9}$$

α dalelės greičio branduolyje eilę galima nustatyti, tarus, kad dalelės pilnutinė energija E apytiksliai lygi jos kinetinei energijai $(E - U_0)$ branduolyje, ir remiantis klasikine kinetinės energijos išraiška $E = M\upsilon^2/2$. Jeigu $E = 10$ MeV, tai $\upsilon \approx 2\cdot10^7$ m/s. Kadangi υ yra proporcingas $\sqrt{E}$, o E kitimo ribos yra palyginti siauros, tai šią υ vertę galima naudoti skaičiuojant ir kitų energijų α dalelių išlėkimo iš branduolio dažnį. Vadinasi,

$$\lambda \approx 10^{21} \cdot S \ \ [\mathrm{s}^{-1}]. \tag{5.1.10}$$

Įrašę λ vertę (5.1.10) į pusamžio išraišką ($T_{1/2} = \ln 2 / \lambda$), išvedame tokią apytikslę pusamžio dešimtainio logaritmo išraišką:

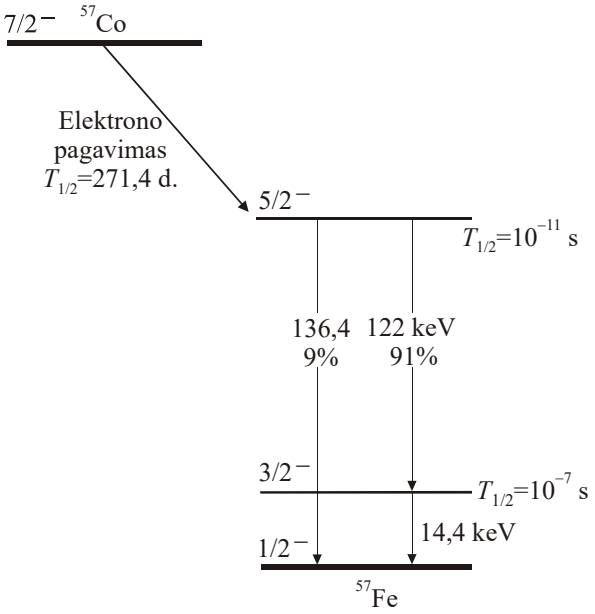
$$\lg T_{1/2} \approx B - 0.434 \ln S; \tag{5.1.11}$$

čia pusamžis $T_{1/2}$ išreikštas sekundėmis, o konstanta B yra artima –21. Dydžio $-\ln S$ priklausomybę nuo energijos E nesunku apskaičiuoti, pastebėjus, kad beveik visoje (5.1.7) integralo integravimo srityje galioja nelygybė $E << U$ (išskyrus integravimo rėžius, kuriuose $U = E$). Dėl to, apytiksliai skaičiuojant, galima neatsižvelgti į dėmenį $-E$ po šaknies ženklu. Tada, įrašę $U(x)$ išraišką (5.1.3) ir viršutiniojo rėžio išraišką (5.1.8) į (5.1.7) integralą, gauname, kad $-\ln S$ proporcingas $1/\sqrt{E}$, t. y. išvedame Geigerio ir Netolo dėsnį (5.1.2).

Taigi, α skilimo aprašymas tunelinio reiškinio pagrindu leidžia paaiškinti pusamžio priklausomybę nuo α dalelių energijos (Geigerio ir Netolo dėsnį). Ši priklausomybė yra tokia stipri todėl, kad $T_{1/2}$ išraiškoje energija yra laipsnio rodiklyje, į kurį įeina labai didelis koeficientas $1/\hbar$ (žr. (5.1.7) ir (5.1.11)). Žinomų α radioaktyviųjų nuklidų spinduliuojamų α dalelių energijų intervalas yra toks siauras dėl to, kad nuklidų, kurie spinduliuoja kitų energijų α daleles, skilimą sunku aptikti eksperimentiškai: branduolių, kurių spinduliuojamų dalelių energija būtų didesnė negu 9 MeV, gyvavimo trukmė yra pernelyg maža, o branduolių, kurių spinduliuojamų α dalelių energija mažesnė negu 4 MeV, gyvavimo trukmė yra tokia didelė, kad juos galima laikyti stabiliais.

5.2. Gama spinduliavimas

5.2.1. Gama spinduliavimo ir vidinės konversijos sąvokos



5.5 pav. Radioaktyviojo skilimo $^{57}Co \rightarrow {}^{57}Fe$ schema. Kiekvieno lygmens kairėje nurodytas branduolio sukinio kvantinis skaičius. Viršutinis indeksas šalia to skaičiaus nusako būsenos lyginumą („+“ reiškia lyginę banginę funkciją, o „–“ reiškia nelyginę banginę funkciją)

Gama (γ) spinduliuote vadinamos elektromagnetinės bangos, kurių bangos ilgis yra daug mažesnis už atstumą tarp kietojo kūno atomų, t. y. daug mažesnis už 10^{-10} m (1 Å). Daleliniu požiūriu elektromagnetinės bangos yra dalelių – ***fotonų*** – srautas. Kalbant apie γ spinduliuotę, fotonai dažniausiai vadinami ***γ kvantais***. γ spinduliuotės diapazonas iš dalies persikloja su rentgeno spinduliuotės diapazonu. Termino pasirinkimas – „rentgeno spinduliuotė“ ar „gama spinduliuotė“ – priklauso nuo to, kaip ta spinduliuotė atsiranda. Jeigu elektromagnetinė spinduliuotė atsiranda dėl kvantinių šuolių tarp branduolio energijos lygmenų arba dėl dalelių anihiliacijos, tada ji vadinama gama spinduliuote, o jeigu elektromagnetinė spinduliuotė atsiranda stabdant greitus elektronus medžiagoje arba dėl elektronų kvantinių šuolių tarp atomo vidinių elektronų sluoksnių, tada ji vadinama rentgeno spinduliuote.

Branduolių γ spinduliuotė atsiranda šitaip. Radioaktyviojo skilimo arba branduolinės reakcijos metu susidaręs branduolys dažnai būna sužadintosios būsenos (turi energijos perteklių). Tokiu atveju jis savaime pereina į pagrindinę (mažiausios energijos) būseną. Energijos perteklius išspinduliuojamas fotono (γ kvanto) pavidalu. Šio vyksmo metu branduolio sudėtis (masės skaičius A ir krūvio skaičius Z) nepakinta; pakinta tik jo energija. Branduolių γ spinduliuotės spektras yra sudarytas iš atskirų linijų, nes branduolio energijos vertės yra diskrečios. Taigi, ***branduolių γ spinduliuotė*** – tai elektromagnetinė spinduliuotė, kuri atsiranda dėl sužadintojo branduolio kvantinių šuolių į žemesnius energijos lygmenis (5.5 pav. šie kvantiniai šuoliai pavaizduoti vertikaliosiomis rodyklėmis). Kartais sužadintasis branduolys pereina į pagrindinį energijos lygmenį per tarpinės energijos lygmenį (5.5 pav. – 122 keV šuolis). Iš pagrindinės į sužadintą būseną branduolys gali pereiti tik sugėręs atitinkamo dažnio fotoną. Vadinasi, kad branduolys galėtų sugerti fotoną, fotono energija branduolio atskaitos sistemoje turi būti lygi kurių nors dviejų branduolio energijos lygmenų skirtumui. Todėl branduolio sugerties spektras taip pat sudarytas iš siaurų linijų.

Taigi, jeigu turime du branduolio energijos lygmenis, kurių energijos E_a ir E_b, ir jeigu $E_a > E_b$, tada šuolio iš lygmens E_a į lygmenį E_b metu branduolys išspinduliuoja fotoną, kurio energija lygi

$$h\nu = E_a - E_b\,, \tag{5.2.1}$$

o šuolio iš E_b į E_a metu sugeria tos pačios energijos fotoną. Čia ν yra išspinduliuoto arba sugerto fotono dažnis branduolio atskaitos sistemoje, o h yra Planko konstanta ($h = 6{,}626\cdot10^{-34}$ J·s). Fotonų, kurie spinduliuojami dėl kvantinių šuolių tarp branduolio energijos lygmenų, energijos dažniausiai priklauso intervalui (0,01–5) MeV.

Laikas, per kurį sužadintasis branduolys praranda energijos perteklių, dažniausiai būna 10^{-14}–10^{-6} s eilės. Tačiau kai kurių nuklidų branduoliai išlieka sužadintosios būsenos daug ilgesnį laiką. Pvz., dėl ^{137}Cs (cezio-137) branduolio β^- skilimo susidaro sužadintasis ^{137}Ba (bario-137) branduolys antrajame sužadintajame energijos lygmenyje, kurio pusamžis lygus 2,6 min. Ypač ilgaamžės sužadintosios būsenos (tokios kaip ^{137}Ba branduolio būsena, kuri atitinka antrąjį sužadintąjį lygmenį) vadinamos ***metastabiliosiomis būsenomis***.

Energijos perteklių sužadintasis branduolys gali prarasti trimis būdais. Dažniausias vyksmas – anksčiau aprašytas branduolio kvantinis šuolis į žemesnį energijos lygmenį, kurio metu energijos perteklius išspinduliuojamas fotonų pavidalu. Kiti du galimi vyksmai aprašyti toliau.

Energijos perteklių sužadintasis branduolys gali prarasti ne vien fotono pavidalu, bet ir tiesiogiai perduoti jį vienam iš savo atomo elektronų. Kadangi elektrono gautoji energija yra daug didesnė už jo ryšio energiją atome, tai elektronas išlekia iš atomo. Toks vyksmas vadinamas ***vidine konversija***. Kai yra galima γ spinduliuotė, tai visada yra galima ir vidinė konversija. T. y. dalis sužadintųjų branduolių praranda energiją, išspinduliuodami γ kvantą, o kita dalis praranda energiją vidinės konversijos būdu. Pvz., tik 90 % ^{137}Ba branduolių iš antrojo sužadintojo energijos lygmens pereina į pagrindinį lygmenį, išspinduliuodami γ kvantą; likusieji praranda energiją vidinės konversijos būdu. Vidinės konversijos metu išspinduliuojamas elektronas, kurio energija (E_e) yra mažesnė už sužadinimo energiją (E) dydžiu, kuris lygus išlaisvintojo elektrono ryšio energijai atomo elektronų sluoksnyje (ε_r):

$$E_e = E - \varepsilon_r. \qquad (5.2.2)$$

Vadinasi, vidinės konversijos elektronų energijos spektras sudarytas iš atskirų linijų, kaip ir branduolio γ spinduliuotės spektras. Tuo vidinės konversijos elektronai skiriasi nuo elektronų, kurie spinduliuojami β^- skilimo metu (pastarųjų spektras yra tolydus: žr. 5.4.2 skyrių).

Jeigu sužadintojo branduolio energijos perteklius yra didesnis už dvigubą elektrono rimties energiją, t. y. už $2mc^2$ = 1,02MeV, tada energijos perteklius gali virsti elektrono ir pozitrono pora. Šios dvi dalelės išlekia iš branduolio. Toks vyksmas vadinamas ***vidiniu porų kūrimu***.

Iš anksčiau minėtų trijų vyksmų (γ kvanto išspinduliavimas, vidinė konversija ir vidinis porų kūrimas) tikimiausias yra pirmasis vyksmas, t. y. kvantinis šuolis, išspinduliuojant fotoną. Išimtys iš šios taisyklės pastebimos tais atvejais, kai spinduliuojamuosius kvantinius šuolius draudžia atrankos taisyklės (apie jas bus kalbama kituose skyriuose).

γ spinduliuotė gali atsirasti ne tik dėl kvantinių šuolių tarp branduolio energijos lygmenų, bet ir anihiliuojant subatominei dalelei ir jos antidalelei. Žemės sąlygomis dažniausiai pastebima elektrono ir jo antidalelės – pozitrono – anihiliacija. Pozitronus praktikoje galima gauti panaudojant β^+ radioaktyvius nuklidus. Greitieji pozitronai, kuriuos spinduliuoja tokie nuklidai, sulėtėja, pereidami pro medžiagą, ir anihiliuoja su medžiagos elektronais. Šios anihiliacijos metu priešingomis kryptimis išspinduliuojami du fotonai, kurių kiekvieno energija lygi elektrono rimties energijai m_ec^2 = 511 keV, t. y. priklauso γ spinduliuotės diapazonui.

5.2.2. Daugiapolės spinduliuotės sąvoka, jos impulso momentas ir lyginumas

Žinome, kad visų virsmų metu galioja šie tvermės dėsniai:

1) Energijos tvermės dėsnis;
2) Impulso tvermės dėsnis;
3) Impulso momento tvermės dėsnis.

Energijos tvermės dėsnį, kai branduolys išspinduliuoja gama kvantą, išreiškia (5.2.1) lygybė, o vidinės konversijos atveju energijos tvermės dėsnį išreiškia (5.2.2) lygybė.

Impulso tvermės dėsnis pasireiškia tuo, kad branduolys, kuris iki kvantinio šuolio nejudėjo, po kvantinio šuolio įgyja impulsą, kuris priešingas išspinduliuoto fotono impulsui. Kitaip sakant, branduolys įgyja atatrankos energiją. Tuo pačiu reikia patikslinti ir energijos tvermės dėsnį: išspinduliuoto fotono energija nėra tiksliai lygi branduolio energijos lygmenų skirtumui, o yra mažesnė už jį dydžiu, kuris lygus branduolio atatrankos energijai. Tačiau, kadangi branduolio atatrankos energija yra 6 – 8 didumo eilėmis mažesnė už gama kvanto energiją, tai dažniausiai į branduolio atatranką galima neatsižvelgti.

Impulso momento tvermės dėsnis pasireiškia tuo, kad branduolio impulso momento (sukinio) ir išspinduliuoto fotono impulso momento vektorinė suma turi būti lygi pradiniam branduolio sukiniui:

$$\boldsymbol{L}_{Ja} = \boldsymbol{L}_{Jb} + \boldsymbol{l}\,. \qquad (5.2.3a)$$

Čia vartojami tokie žymėjimai: J_a yra pradinės (didesnės energijos) būsenos branduolio pilnutinio impulso momento (trumpiau – „sukinio“) kvantinis skaičius, J_b yra galutinės būsenos sukinio kvantinis skaičius, $\boldsymbol{L}_{Ja}$ ir $\boldsymbol{L}_{Jb}$ yra atitinkami branduolio pilnutinio impulso momento vektoriai, $\boldsymbol{l}$ yra emituoto fotono impulso momento vektorius. Taigi,

$$\boldsymbol{l} = \boldsymbol{L}_{Ja} - \boldsymbol{L}_{Jb}\,. \tag{5.2.3b}$$

Kadangi pradinę ir galutinę branduolio kvantines būsenas atitinka tiksliai apibrėžtos sukinio kvantinio skaičiaus J vertės (J_a ir J_b), tai išspinduliuoto fotono impulso momentas turi būti apskaičiuojamas pagal bendrąją kvantinės mechanikos impulso momentų sudėties (tiksliau, šiuo atveju – atimties) taisyklę. Yra žinoma, kad tą taisyklę išreiškia dvi lygybės: viena lygybė nusako galimas impulso momento modulio vertes, o kita – jo projekciją. Taigi, fotono, kuris išspinduliuojamas minėtojo kvantinio šuolio metu, impulso momento kvantinis skaičius l gali būti lygus tik vertėms, kurios atitinka nelygybę

$$|J_a - J_b| \le l \le |J_a + J_b| \qquad \text{(išskyrus } l = 0) \tag{5.2.4}$$

o to fotono impulso momento projekcijos kvantinis skaičius yra lygus

$$m = m_{Ja} - m_{Jb}\,. \tag{5.2.5}$$

Be to, yra žinoma, kad

$$-l \le m \le l\,. \tag{5.2.6}$$

Elektromagnetinė spinduliuotė, kuri turi tiksliai apibrėžtą impulso momentą l ir tiksliai apibrėžtą jo projekciją m, yra vadinama ***l, m eilės daugiapole spinduliuote***. Jeigu m vertė nėra apibrėžta (arba nėra svarbi sprendžiamajam uždaviniui), tada l-tosios eilės daugiapolė spinduliuotė taip pat vadinama ***2^l-poline spinduliuote*** (pvz., ***dipolinė spinduliuotė*** atitinka $l = 1$, ***kvadrupolinė spinduliuotė*** atitinka $l = 2$, ***oktupolinė spinduliuotė*** atitinka $l = 3$ ir t. t.). Nulinės eilės daugiapolė spinduliuotė neegzistuoja.

Jau vien iš to, kad daugiapolė spinduliuotė turi tiksliai apibrėžtą nenulinį impulso momentą, galima daryti išvadą, kad ji nėra tiksliai skersinė. Jeigu spinduliuotė yra tiksliai skersinė (pvz., plokščioji elektromagnetinė banga), tada elektrinio ir magnetinio laukų vektoriai yra statmeni vienas kitam ir sklidimo krypčiai, o impulso momentas lygus nuliui. Kad impulso momentas būtų nenulinis, spinduliuotė turi būti šiek tiek „užsukta“, t. y. nebūti tiksliai skersinė. Jeigu tokios spinduliuotės šaltinį įdėtume į centrą sferos, kuri sugeria visą į ją krintančią spinduliuotę, tada ta sfera pradėtų suktis, o jos judesio kiekio momentas būtų lygus sugertosios spinduliuotės judesio kiekio momentui.

Daugiapolė spinduliuotė gali būti išreikšta klasikinės elektrodinamikos lygtimis. Maksvelo lygtys:

$$\nabla \times \boldsymbol{\mathcal{E}}(\boldsymbol{r},t) = -\mu_0\left[\frac{\partial \boldsymbol{H}(\boldsymbol{r},t)}{\partial t} + \frac{\partial \boldsymbol{M}(\boldsymbol{r},t)}{\partial t}\right] = -\frac{1}{\varepsilon_0 c^2}\left[\frac{\partial \boldsymbol{H}(\boldsymbol{r},t)}{\partial t} + \frac{\partial \boldsymbol{M}(\boldsymbol{r},t)}{\partial t}\right], \tag{5.2.7a}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{H}(\boldsymbol{r},t) = \varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{\mathcal{E}}(\boldsymbol{r},t)}{\partial t} + \boldsymbol{j}(\boldsymbol{r},t) \tag{5.2.7b}$$

Čia $\boldsymbol{\mathcal{E}}$ yra elektrinio lauko stiprio vektorius, o $\boldsymbol{H}$ yra magnetinio lauko stiprio vektorius. Šios lygtys matematiškai išreiškia teiginį, kad sūkurinį elektrinį lauką gali kurti kintamas magnetinis laukas arba kintamas įmagnetėjimas, o sūkurinį magnetinį lauką gali kurti kintamas elektrinis laukas arba elektros srovė (nebūtinai kintama). Antrieji dėmenys dešiniosiose pusėse nusako lauko šaltinius. $\boldsymbol{M}$ yra įmagnetėjimo (tūrio vieneto magnetinio momento) vektorius, o $\boldsymbol{j}$ yra elektros srovės tankio (elektros krūvio, kuris per laiko vienetą kerta vienetinį plotą) vektorius. Šias lygtis reikia papildyti tolydumo lygtimi:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{j}(\boldsymbol{r},t) = -\frac{\partial \rho(\boldsymbol{r},t)}{\partial t}\,; \tag{5.2.7c}$$

čia ρ yra elektros krūvio tankis (tūrio vieneto elektros krūvis).

Elektromagnetinė spinduliuotė – tai erdvėje sklindančių sūkurinių elektrinio ir magnetinio laukų visuma. Šie laukai yra harmoninės laiko funkcijas, kurias kompleksiniu pavidalu galima užrašyti taip:

$$\boldsymbol{\mathcal{E}}(\boldsymbol{r},t) = \boldsymbol{\mathcal{E}}(\boldsymbol{r})\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t} + \boldsymbol{\mathcal{E}}^*(\boldsymbol{r})\mathrm{e}^{+\mathrm{i}\omega t} \tag{5.2.8a}$$

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r},t) = \boldsymbol{H}(\boldsymbol{r})\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t} + \boldsymbol{H}^*(\boldsymbol{r})\mathrm{e}^{+\mathrm{i}\omega t}\,. \tag{5.2.8b}$$

Kad gauti (5.2.8a,b) pavidalo funkcijas iš (5.2.7a,b) lygčių, įmagnetėjimas ir srovės tankis turi taip pat būti to paties dažnio harmoninės funkcijos. Todėl visas lygtis galima užrašyti taip, kad į jas įeitų tik kintamų dydžių kompleksinės amplitudės:

$$\nabla \times \mathcal{E}(\boldsymbol{r}) = \frac{\mathrm{i}\omega}{\varepsilon_0 c^2}[\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}) + \boldsymbol{M}(\boldsymbol{r})], \tag{5.2.9a}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}) = -\mathrm{i}\omega\varepsilon_0 \mathcal{E}(\boldsymbol{r}) + \boldsymbol{j}(\boldsymbol{r}), \tag{5.2.9b}$$

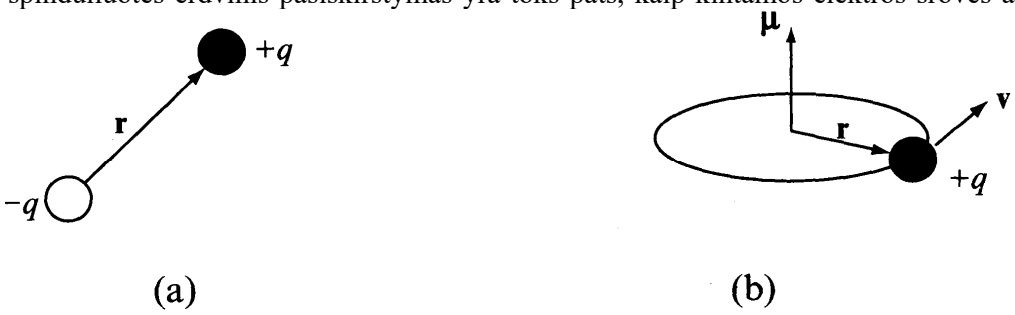
$$\nabla \cdot \boldsymbol{j}(\boldsymbol{r}) = \mathrm{i}\omega\rho(\boldsymbol{r}). \tag{5.2.9c}$$

Čia ir toliau, užrašant dydžio žymenį be argumentų (pvz., $\boldsymbol{H}$), bus turima omenyje to dydžio kompleksinė amplitudė (t. y. $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r})$).

Taikant šiuos bendrus sąryšius branduoliui, dėmuo $\boldsymbol{j}$ nusako elektros srovę, kuri atsiranda branduolio viduje dėl protonų judėjimo erdvėje (neutronų judėjimas nekuria elektros srovės, nes neutronai neturi elektros krūvio). Dėmuo $\boldsymbol{M}$ nusako įmagnetėjimą, kuris atsiranda dėl nukleonų vidinių (sukininių) magnetinių momentų (vidinį magnetinį momentą turi ir protonai, ir neutronai). Šie dėmenys nelygūs nuliui tik branduolio viduje. Jie yra svarbūs apskaičiuojant spinduliuotės intensyvumą. Branduolio išorėje (kur tie dėmenys lygūs nuliui), elektrinis ir magnetinis laukai vienareikšmiškai išsireiškia vienas per kitą. Todėl, norint išsiaiškinti bendrąsias spinduliuotės savybes, užtenka nagrinėti tik vieną lygtį, kuri nusako vieną iš dviejų laukų (elektrinį arba magnetinį). Pvz., lygtis magnetinio lauko atžvilgiu, kuri išplaukia iš (5.2.9a,b), yra tokia:

$$\nabla \times \nabla \times \boldsymbol{H} - k^2 \boldsymbol{H} = \nabla \times \boldsymbol{j} + k^2 \boldsymbol{M}. \tag{5.2.10}$$

Minėtieji kvantiniai skaičiai l ir m, kurie nusako spinduliuotės impulso momentą ir jo projekciją, nėra pakankami pilnai apibūdinant spinduliuotę. Kada būtų lengviau tai suprasti, išnagrinėkime du pavyzdžius: elektrinis dipolis ir apskritas srovės kontūras (žr. 5.6 pav.). Jeigu atstumas r tarp dviejų priešingų krūvių, kurie sudaro dipolį (5.6a pav.), kinta laike harmoniniu dėsniu, tada atsiranda dipolinė spinduliuotė ($l = 1$). Dipolinę spinduliuotę sukelia ir apskritu kontūru tekanti elektros srovė, kuri kinta laike harmoniniu dėsniu. Tačiau abiem šiais atvejais spinduliuotės lauko pasiskirstymas erdvėje bus skirtingas. Remiantis šiuo pavyzdžiu, galima teigti, kad spinduliuotės lauko pasiskirstymas priklauso ne vien nuo daugiapolio eilės (l, m), bet ir nuo to, ar tą spinduliuotę sąlygojantis krūvininkų judėjimas yra virpamasis, ar sūkurinės elektros srovės tipo. Jeigu dipolinė spinduliuotė atsiranda dėl krūvininkų virpamojo judėjimo, tada ji vadinama ***elektrine dipoline spinduliuote***, o jeigu dipolinė spinduliuotė atsiranda dėl sūkurinės elektros srovės, tada ji vadinama ***magnetine dipoline spinduliuote***[1]. Be to, reikia atsižvelgti dar į tai, kad spinduliuotė atsiranda ne tik dėl krūvininkų judėjimo erdvėje, bet ir dėl kintamo įmagnetėjimo. Kalbant apie branduolį, įmagnetėjimą sąlygoja nukleonų vidiniai magnetiniai momentai, kurie nėra susiję su nukleonų judėjimu erdvėje. Kaip ir krūvininko judėjimas, kurį iliustruoja 5.6 pav., įmagnetėjimo vektoriaus kitimas laike gali būti šių tipų: 1) vektoriaus modulio kitimas nekintant krypčiai, 2) vektoriaus sukimasis nekintant jo moduliui, 3) sudėtingas kitimas, kai vienu metu keičiasi ir modulis, ir kryptis. Galima įrodyti, kad dipolinė spinduliuotė atsiranda tada, kai įmagnetėjimas „virpa“, t. y. kai jo modulis priklauso nuo laiko harmoniniu dėsniu, tačiau kryptis lieka pastovi. Šiuo atveju spinduliuotės erdvinis pasiskirstymas yra toks pats, kaip kintamos elektros srovės atveju, t. y.



5.6 pav. (a) Elektrinis dipolinis momentas, kurį sudaro teigiamas ir neigiamas krūviai, atskirti atstumu $\boldsymbol{r}$. Elektrinis dipolinis momentas lygus $q\boldsymbol{r}$. (b) Magnetinis dipolinis momentas, kurį sukuria apskrita orbita judantis krūvis q. Magnetinis dipolinis momentas lygus $\frac{1}{2} q\, \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{v}$

[1] Taškinis apskrita orbita judantis krūvis kuria ne tik magnetinį dipolinį momentą, bet ir kintamą elektrinį dipolinį momentą. Tačiau, jeigu krūvis, kuris dalyvauja sukamajame judėjime, yra tolygiai „išplitęs“ išilgai viso apskrito srovės kontūro, tada kintamieji elektriniai dipoliniai momentai, atitinkantys skirtingus to kontūro elementus, kompensuoja vienas kitą (t. y. erdvinis krūvis yra stacionarus) ir egzistuoja tik magnetinis momentas. Terminas „sūkurinė elektros srovė“ reiškia būtent tokį krūvio, kuris „išplitęs“ išilgai srovės kontūro, judėjimą.

atsiranda magnetinė dipolinė spinduliuotė. Be to, dipolinė spinduliuotė atsiranda ir tada, kai įmagnetėjimo vektorius sukasi nekintant jo moduliui. Tada spinduliuotės lauko erdvinis pasiskirstymas yra toks pats, kaip virpančio elektrinio dipolio atveju, t. y. atsiranda elektrinė dipolinė spinduliuotė.

Taigi, pilnai apibūdinant daugiapolės spinduliuotės lauko erdvinį pasiskirstymą, reikia kartu su kvantiniais skaičiais l ir m nurodyti ir spinduliuotės ***tipą***: elektrinė ar magnetinė[1].

Vienas iš požymių, pagal kurį galima atskirti elektrinę daugiapolę spinduliuotę nuo magnetinės, yra spinduliuotės lauko lyginumas. Daugiapolės spinduliuotės elektrinio ir magnetinio laukų pasiskirstymas erdvėje visada yra lyginis arba nelyginis. Taip yra todėl, kad diferencialinė lygtis (5.2.10), kuri nusako tą spinduliuotę, yra simetriška inversijos atžvilgiu. Norint tuo įsitikinti, reikia atsižvelgti į tai, kai operatorius „$\nabla\times$“ yra nelyginis (t. y. keičia ženklą inversijos atveju), srovės tankis $\boldsymbol{j}$ yra nelyginė koordinačių funkcija (inversijos atveju visų krūvininkų greičiai pakeičia kryptį, todėl pasikeičia ir srovės kryptis), o įmagnetėjimas $\boldsymbol{M}$ yra lyginė funkcija. Toliau paaiškinta, kodėl taip yra. Pagal klasikinę elektrodinamiką įmagnetėjimas atsiranda dėl mikroskopinių sūkurinių elektros srovių. Todėl, siekiant nustatyti inversijos poveikį įmagnetėjimo vektoriui, galima nagrinėti apskritą srovės kontūrą (žr. 5.6b pav.). Inversijos atveju tokio srovės kontūro magnetinis momentas nepasikeičia, nes šiuo atveju inversiją galima pakeisti dviejų transformacijų deriniu: 1) visų srovės elementų ženklo pakeitimas (ši operacija pakeičia srovės ženklą); 2) kiekvieno srovės elemento perkėlimas išilgai kontūro skersmens į priešingą kontūro kraštą. Šios dvi operacijos „kompensuoja“ viena kitą, todėl inversija neturi įtakos srovės kontūrui ir jo magnetiniam momentui (taigi, ir įmagnetėjimui $\boldsymbol{M}$).

Kadangi (5.2.10) lygtis yra simetriška inversijos atžvilgiu, tai jos pilnąją sprendinių sistemą galima sudaryti taip, kad kiekvienas sprendinys būtų apibrėžto lyginumo (lyginis arba nelyginis). Vadinasi, bet kurį (5.2.10) lygties sprendinį galima išreikšti suma lyginio ir nelyginio dėmenų, kurių kiekvienas taip pat yra tos lygties sprendinys:

$$\begin{aligned} &\text{lyginė banga:} \quad \boldsymbol{H}(-\boldsymbol{r}) = +\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}), \\ &\text{nelyginė banga:} \quad \boldsymbol{H}(-\boldsymbol{r}) = -\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}). \end{aligned} \tag{5.2.11}$$

Spinduliuotės lauko lyginumą susitarta tapatinti su jos magnetinio (o ne elektrinio) lauko lyginumu. Spinduliuotės šaltinio išorėje (t. y. erdvės srityje, kur $\boldsymbol{M}(\boldsymbol{r}) \equiv 0$ ir $\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r}) \equiv 0$) elektrinio lauko stiprio $\mathscr{E}$ lyginumas yra priešingas magnetinio lauko stiprio $\boldsymbol{H}$ lyginumui (tai išplaukia iš Maksvelo lygties (5.2.9a)).

Daugiapolės spinduliuotės lyginumas priklauso nuo spinduliuotės eilės ir nuo spinduliuotės tipo (elektrinė ar magnetinė). Elektrinės daugiapolės spinduliuotės lyginumas yra priešingas tos pačios eilės magnetinės daugiapolės spinduliuotės lyginumui:

$$\begin{aligned} &l, m \text{ eilės elektrinės daugiapolės spinduliuotės lyginumas} \quad (-1)^l, \\ &l, m \text{ eilės magnetinės daugiapolės spinduliuotės lyginumas} \quad -(-1)^l. \end{aligned} \tag{5.2.12}$$

Vadinasi, kad vienareikšmiškai apibrėžti daugiapolę spinduliuotę, reikia kartu su spinduliuotės eile l nurodyti ir jos tipą (elektrinė ar magnetinė). Žinant l ir spinduliuotės tipą, pagal (5.2.12) taisyklę galima nustatyti ir spinduliuotės lauko lyginumą.

Spinduliuotės lauko lyginumas yra svarbus todėl, kad branduolio būsenos, tarp kurių vyksta kvantinis šuolis, yra apibrėžto lyginumo. Todėl ir išspinduliuoto fotono lauko lyginumas turi būti apibrėžtas. Tą lyginumą nusako vadinamoji „lyginumo atrankos taisyklė“. Būsenų a ir b lyginumus pažymėjus Π_a ir Π_b, „lyginumo atrankos taisyklę“ galima užrašyti taip:

$$\begin{aligned} &\text{jeigu } \Pi_a = \Pi_b, \text{ atsiranda tik „lyginė“ spinduliuotė;} \\ &\text{jeigu } \Pi_a = -\Pi_b, \text{ atsiranda tik „nelyginė“ spinduliuotė.} \end{aligned} \tag{5.2.13}$$

T. y., jeigu būsenų „a“ ir „b“ lyginumai yra priešingi, tada kvantinio šuolio metu gali atsirasti tik elektrinė daugiapolė spinduliuotė su nelyginiais l ir magnetinė daugiapolė spinduliuotė su lyginiais l.

---

[1] Elektrinės daugiapolės spinduliuotės elektrinis laukas turi mažą išilginę komponentę, kurios amplitudė proporcinga r^{-2}, o tos spinduliuotės magnetinis laukas yra tiksliai skersinis. Analogiškai magnetinės daugiapolės spinduliuotės magnetinis laukas turi mažą išilginę komponentę, kurios amplitudė proporcinga r^{-2}, o tos spinduliuotės elektrinis laukas yra tiksliai skersinis. Skersinių laukų amplitudės yra proporcingos r^{-1}, t. y. didėjant atstumui r iki spinduliuotės šaltinio jos mažėja lėčiau negu išilginės komponentės. Todėl pakankamai dideliu atstumu nuo šaltinio daugiapolė spinduliuotė yra praktiškai tiksliai skersinė.

Analogiškai, jeigu būsenų „a“ ir „b“ lyginumai yra vienodi, tada kvantinio šuolio metu gali atsirasti tik elektrinė daugiapolė spinduliuotė su lyginiais l ir magnetinė daugiapolė spinduliuotė su nelyginiais l. Pvz., elektrinė dipolinė spinduliuotė yra galima tik tada, kai kvantinio šuolio metu sistemos lyginumas pasikeičia, o magnetinė dipolinė spinduliuotė yra galima tik tada, kai kvantinio šuolio metu lyginumas nepakinta.

Vadinasi, nors bendruoju atveju dėl kvantinio šuolio tarp duotųjų dviejų būsenų „a“ ir „b“ gali atsirasti įvairios eilės daugiapolė spinduliuotė (žr. (5.2.4)), tačiau kiekvienos eilės l spinduliuotė gali būti tik elektrinė arba tik magnetinė.

l-tosios eilės daugiapolio spinduliavimo tikimybė sparčiai mažėja didėjant l. Todėl dažniausiai galima laikyti, kad kvantinio šuolio metu atsirandančios elektromagnetinės spinduliuotės lauką sudaro tik vienas arba du daugiapoliai su mažiausiais l, kurie atitinka judesio kiekio momento atrankos taisyklę (5.2.4) ir anksčiau suformuluotą „lyginumo atrankos taisyklę“. Šios mažiausios leidžiamosios l vertės yra pateiktos 5.2 lentelėje abiejų rūšių spinduliuotei (elektrinei ir magnetinei) ir abiem sandaugos $\Pi_a\Pi_b$ vertėms (atvejai $J_a \neq J_b$ ir $J_a = J_b$ yra atskirti vienas nuo kito, nes, kai $J_a = J_b$, reikia atsižvelgti į papildomą sąlygą $l \neq 0$). Prierašai, kurie prasideda žodžiu „išskyrus“, nurodo atskirus atvejus, kai duotosios rūšies daugiapolė spinduliuotė apskritai negali atsirasti.

5.2 lentelė. Mažiausioji galima daugiapolės spinduliuotės eilė ($l_{\min}$), kai spinduliuotė atsiranda dėl kvantinio šuolio iš būsenos J_a, Π_a į būseną J_b, Π_b

(A) $J_a \neq J_b$		
Būsenų lyginumai	Elektrinė spinduliuotė	Magnetinė spinduliuotė
$\Pi_a\Pi_b = (-1)^{J_a - J_b}$	$l_{\min} = \lvert J_a - J_b \rvert$	$l_{\min} = \lvert J_a - J_b \rvert + 1$, išskyrus J_a arba $J_b = 0$
$\Pi_a\Pi_b = (-1)^{J_a - J_b + 1}$	$l_{\min} = \lvert J_a - J_b \rvert + 1$, išskyrus J_a arba $J_b = 0$	$l_{\min} = \lvert J_a - J_b \rvert$
(B) $J_a = J_b \neq 0$		
Būsenų lyginumai	Elektrinė spinduliuotė	Magnetinė spinduliuotė
$\Pi_a = \Pi_b$	$l_{\min} = 2$, išskyrus $J_a = J_b = 1/2$	$l_{\min} = 1$
$\Pi_a = -\Pi_b$	$l_{\min} = 1$	$l_{\min} = 2$, išskyrus $J_a = J_b = 1/2$

5.2.3. Daugiapolės spinduliuotės intensyvumas

Susiesime daugiapolės spinduliuotės intensyvumą su spinduliuotės šaltinio savybėmis. Kaip minėta, spinduliuotės šaltinis – tai kintamo krūvio ir įmagnetėjimo erdvinis pasiskirstymas. Daugiapolės spinduliuotės intensyvumą išreikšime jos *elektrinio* lauko stiprio amplitude. Laikysime, kad spinduliuotės šaltinio matmenys (d) yra daug mažesni už spinduliuotės bangos ilgį, t. y.

$$kd << 1. \tag{5.2.14}$$

Čia k yra spinduliuotės bangos skaičius:

$$k \equiv \omega / c\,. \tag{5.2.15}$$

Jeigu tarsime, kad įmagnetėjimo nėra (t. y. spinduliuotė atsiranda tik dėl elektros krūvio judėjimo erdvėje), tada l, m eilės elektrinės daugiapolės spinduliuotės amplitudė yra lygi

$$a_{\mathrm{E}}(l,m) \approx -\frac{1}{\varepsilon_0 (2l+1)!!}\left(\frac{l+1}{l}\right)^{1/2} k^{l+2} Q_{lm}\,; \tag{5.2.16}$$

čia Q_{lm} yra ***l, m* eilės apibendrintasis elektrinis daugiapolis momentas**, kuris apibrėžiamas šitaip:

$$Q_{lm} = \int_V \rho(\boldsymbol{r}) r^l Y_{lm}^*(\theta,\phi)\mathrm{d}V\,. \tag{5.2.17}$$

Čia $\rho(\boldsymbol{r})$ yra elektros krūvio tankis taške, kurio spindulys vektorius $\boldsymbol{r}$. Skaičiuojant šį integralą, integruojama visu tūriu, kurį užima erdvinio krūvio pasiskirstymas $\rho(\boldsymbol{r})$.

Tomis pačiomis sąlygomis l, m eilės magnetinės daugiapolės spinduliuotės elektrinio lauko amplitudė yra lygi

$$a_{\mathrm{M}}(l,m) \approx \frac{1}{\varepsilon_0 (2l+1)!!}\left(\frac{l+1}{l}\right)^{1/2} k^{l+2}\,\frac{M_{lm}}{c}\,; \tag{5.2.18}$$

čia M_{lm} yra ***l, m eilės apibendrintasis magnetinis daugiapolis momentas***, kuris apibrėžiamas šitaip:

$$M_{lm} = \frac{1}{(l+1)}\int_V r^l Y^*_{lm}(\theta,\phi)\boldsymbol{r}\cdot(\nabla\times\boldsymbol{j})\mathrm{d}V \equiv \frac{1}{(l+1)}\int_V (\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{j})\cdot\nabla[r^l Y^*_{lm}(\theta,\phi)]\mathrm{d}V\,, \tag{5.2.19}$$

Atsižvelgus į įmagnetėjimą, (5.2.16) reiškinyje prie Q_{lm} reikia pridėti dėmenį

$$Q'_{lm} = \frac{\mathrm{i}k}{(l+1)c}\int_V (\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{M})\cdot\nabla[r^l Y^*_{lm}(\theta,\phi)]\mathrm{d}V \equiv -\frac{\mathrm{i}k}{(l+1)c}\int_V r^l Y^*_{lm}(\theta,\phi)\nabla\cdot(\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{M})\mathrm{d}V\,, \tag{5.2.20}$$

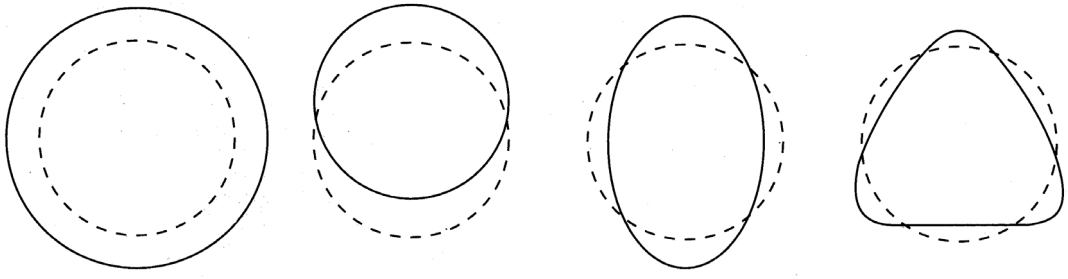
o (5.2.18) reiškinyje prie M_{lm} reikia pridėti dėmenį

$$M'_{lm} = -\int_V r^l Y^*_{lm}(\theta,\phi)(\nabla\cdot\boldsymbol{M})\mathrm{d}V \equiv \int_V \boldsymbol{M}\cdot\nabla[r^l Y^*_{lm}(\theta,\phi)]\mathrm{d}V\,. \tag{5.2.21}$$

Matome, kad (5.2.17) pointegralinė funkcija yra proporcinga krūvio tankiui, (5.2.19) antrojo reiškinio pointegralinė funkcija yra proporcinga spindulio vektoriaus ir elektros srovės tankio vektorinei sandaugai, (5.2.20) pirmojo reiškinio pointegralinė funkcija yra proporcinga spindulio vektoriaus ir įmagnetėjimo vektorinei sandaugai, o (5.2.21) antrojo reiškinio pointegralinė funkcija yra proporcinga įmagnetėjimui. Tai rodo, kad Q_{lm} susijęs su elektros krūvio virpamuoju judėjimu, M_{lm} susijęs su sūkurine elektros srove, Q'_{lm} susijęs su įmagnetėjimo sukamuoju judėjimu, o M'_{lm} susijęs su įmagnetėjimo virpesiais.

5.7 pav. iliustruoja elektros krūvio virpamąjį judėjimą, dėl kurio atsiranda elektrinė dipolinė, kvadrupolinė ir oktupolinė spinduliuotė. Šis paveikslas jau buvo naudotas 4.1 skyriuje, aptariant branduolių energijos lygmenis, kurie susiję su kolektyviniu virpamuoju nukleonų judėjimu. Remiantis 4.3 pav. energijos lygmenų diagramomis ir fotono eilės l bei lyginumo atrankos taisyklėmis (5.2.4) ir (5.2.13), galima įsitikinti, kad vykstant šuoliui iš ^{118}Cd pirmojo sužadintojo lygmens į pagrindinį lygmenį turi atsirasti kvadrupolinė spinduliuotė ($l = 2$), o vykstant šuoliui iš ^{208}Pb pirmojo sužadintojo lygmens į pagrindinį lygmenį turi atsirasti oktupolinė ($l = 3$). Taip yra todėl, kad abiem atvejais pagrindinės būsenos sukinys yra lygus 0, todėl, pagal (5.2.4) nelygybę, $l = J_a$, t. y. vienintelė galima l vertė yra lygi sužadintosios būsenos branduolio sukinio kvantiniam skaičiui. Kadangi pagrindinės būsenos lyginumas abiem atvejais yra +1, tai pagal lyginumo atrankos taisyklę (5.2.13), spinduliuotės lyginumas lygus sužadintosios branduolio būsenos lyginumui. Vadinasi, ^{118}Cd atveju spinduliuotė yra lyginė, o ^{208}Pb atveju – nelyginė. Taigi, šiuose pavyzdžiuose spinduliuotės lyginumas atitinka l lyginumą. Pagal (5.2.12), šią savybę turi elektrinė daugiapolė spinduliuotė (magnetinės spinduliuotės lyginumas yra priešingas skaičiaus l lyginumui). Vadinasi, abiem atvejais atsiranda elektrinė daugiapolė spinduliuotė: ^{118}Cd atveju atsiranda elektrinė kvadrupolinė spinduliuotė, o ^{208}Pb atveju – elektrinė oktupolinė spinduliuotė.

Palyginus magnetinės spinduliuotės amplitudės ir magnetinio daugiapolio momento išraiškas (5.2.18), (5.2.19) su atitinkamomis elektrinės spinduliuotės amplitudės ir elektrinio daugiapolio momento išraiškomis (5.2.16), (5.2.17), galima pastebėti, kad magnetinė dipolinė spinduliuotė yra silpnesnė už elektrinę dipolinę spinduliuotę. Taip yra dėl dviejų priežasčių: 1) elektros srovės tankis j yra tos pačios eilės kaip dydis $\upsilon\rho$, kur υ yra krūvininkų judėjimo greitis; 2) magnetinės spinduliuotės



($l = 0$ olis) | $l = 1$ (dipolis) | $l = 2$ (kvadrupolis) | $l = 3$ (oktupolis)

5.7 pav. Elektros krūvio, kuris tolygiai pasiskirstęs sferos viduje, virpamasis judėjimas, dėl kurio atsiranda elektrinė dipolinė, kvadrupolinė ir oktupolinė spinduliuotė. Pirmojo tipo virpesiai nesukelia kintamojo elektrinio lauko, todėl monopolinė spinduliuotė ($l = 0$) yra negalima

elektrinio lauko amplitudės išraiškoje (5.2.18) yra papildomas daugiklis $1/c$. Vadinasi, a_M ir a_E verčių santykis yra tos pačios eilės kaip υ/c, t. y. daug mažesnis už vienetą (jeigu krūvininkai juda nereliatyvistiniais greičiais). Tačiau reikia turėti omenyje, kad šie skaičiavimai yra labai apytiksliai. Tam tikrais atvejais vienodos eilės magnetinės ir elektrinės daugiapolės spinduliuotės amplitudžių santykis gali labai skirtis nuo υ/c (dėl atrankos taisyklių ir kitų efektų).

Klasikinė elektrodinamika įrodo, kad elektromagnetinės bangos energijos srauto tankis (t. y. energijos kiekis, kuris pernešamas per laiko vienetą pro vienetinio ploto paviršių) yra proporcingas bangos amplitudės kvadratui. Apskaičiavus daugiapolės spinduliuotės energijos srautą (t. y. energijos kiekį, kuris pernešamas per laiko vienetą pro uždarą paviršių, gaubiantį spinduliuotės šaltinį), gaunamos šios formulės:

elektrinė spinduliuotė: $$U_E(l,m) = \frac{2\varepsilon_0 c}{k^2} |a_E(l,m)|^2 , \qquad (5.2.22)$$

magnetinė spinduliuotė: $$U_M(l,m) = \frac{2\varepsilon_0 c}{k^2} |a_M(l,m)|^2 . \qquad (5.2.23)$$

5.2.4. Daugiapolės spinduliuotės kvantinis pobūdis

Dabar anksčiau gautas išraiškas pakeisime taip, kad jos atspindėtų spinduliuotės šaltinio ir pačios spinduliuotės kvantinį pobūdį. Šis pakeitimas susideda iš dviejų žingsnių:

1) spinduliuotė yra spinduliuojama ne tolygiai, o atskirais kvantais (fotonais), kurių energija $\hbar\omega$;
2) spinduliuotės šaltinis yra kvantinė sistema, o ne klasikinė srovių ir krūvių sistema.

Šiame skyriuje atsižvelgsime į pirmąjį veiksnį, o kitame skyriuje – į antrąjį.

Duotosios rūšies daugiapolės spinduliuotės kvanto $\hbar\omega$ išspinduliavimo tikimybė per laiko vienetą yra lygi tos rūšies spinduliuotės energijos srauto ir kvanto energijos $\hbar\omega$ santykiui. l, m eilės elektrinės arba magnetinės daugiapolės spinduliuotės kvanto išspinduliavimo tikimybę per laiko vienetą žymėsime atitinkamai $\lambda_E(l,m)$ arba $\lambda_M(l,m)$. Kvantiniai šuoliai, kurių metu atsiranda arba sugeriama l-tosios eilės elektrinė daugiapolė spinduliuotė, yra vadinami ***elektriniais šuoliais*** ir žymimi „El“ (t. y. E1, E2 ir t. t.), o šuoliai, kurių metu atsiranda arba sugeriama l-tosios eilės magnetinė daugiapolė spinduliuotė, yra vadinami ***magnetiniais šuoliais*** ir žymimi „Ml“ (t. y. M1, M2 ir t. t.). Įrašę amplitudžių $a_E(l,m)$ ir $a_M(l,m)$ išraiškas (5.2.16) ir (5.2.18) į elektrinės ir magnetinės spinduliuotės energijos srautų išraiškas (5.2.22) ir (5.2.23) ir padaliję jas iš $\hbar\omega = \hbar ck$, gauname:

elektriniai šuoliai: $$\lambda_E(l,m) = \frac{2(l+1)}{l[(2l+1)!!]^2} \frac{k^{2l+1}}{\hbar\varepsilon_0} |Q_{lm} + Q'_{lm}|^2 , \qquad (5.2.24)$$

magnetiniai šuoliai: $$\lambda_M(l,m) = \frac{2(l+1)}{l[(2l+1)!!]^2} \frac{k^{2l+1}}{\hbar\varepsilon_0 c^2} |M_{lm} + M'_{lm}|^2 . \qquad (5.2.25)$$

Daugiapolių momentų, kurie įeina į (5.2.24) ir (5.2.25) išraiškas, didumo eilę galima nustatyti šitaip. Elektrinio daugiapolio momento Q_{lm} apibrėžtyje (5.2.17) skaliarinė sferinė harmonika Y_{lm} yra vieneto eilės, o erdvinio krūvio $\rho(\boldsymbol{r})$ (be papildomo daugiklio r^l) integralas yra lygus pilnutiniam elektros krūviui q. Vadinasi, Q_{lm} didumo eilė yra

$$Q_{km} \sim d^l q , \qquad (5.2.26)$$

kur d yra šaltinio matmenys. Įrašę (5.2.26) į (5.2.24), gauname, kad l-tos eilės daugiapolės spinduliuotės kvanto emisijos tikimybė yra proporcinga $(kd)^{2l}$. Kadangi (5.2.24) ir (5.2.25) formulės pagrįstos tik tada, kai spinduliuotės bangos ilgis yra daug didesnis už šaltinio matmenis (t. y. kai $kd \ll 1$), l-tosios eilės daugiapolės spinduliuotės kvanto emisijos tikimybė sparčiai mažėja didėjant l.

5.2.5. Kvantinio šuolio daugiapoliai momentai

5.2.3 skyriuje elektrinis ir magnetinis daugiapoliai momentai Q_{lm} ir M_{lm} buvo apibrėžti taikant klasikinius srovių, krūvių ir įmagnetėjimo pasiskirstymus. Dabar atsižvelgsime į tai, kad branduolys turi būti aprašomas kvantinės mechanikos metodais.

Visų pirma išnagrinėsime spinduliuotę, kuri atsiranda, kai nulinį sukinį turinti dalelė pereina iš kvantinės būsenos, kurią nusako banginė funkcija ψ_a, į mažesnės energijos kvantinę būseną ψ_b. Dalelės krūvis lygus e, o jos masė lygi M. Duotosios eilės daugiapolės spinduliuotės fotono atsiradimo

tikimybė per laiko vienetą ir šiuo atveju yra nusakoma (5.2.24) ir (5.2.25) lygybėmis, tačiau dydžius ρ ir $\boldsymbol{j}$ daugiapolių momentų apibrėžtyse (5.2.17) ir (5.2.19) reikia pakeisti jų kvantmechaniniais analogais[1]:

$$\rho(a,b;\boldsymbol{r}) = e\psi_a(\boldsymbol{r})\psi_b^*(\boldsymbol{r})\,; \tag{5.2.27}$$

$$\boldsymbol{j}(a,b;r) = \frac{\mathrm{i}e\hbar}{2M}(\psi_a\nabla\psi_b^* - \psi_b^*\nabla\psi_a)\,. \tag{5.2.28}$$

Taigi, kvantinio šuolio $a \to b$ elektrinis ir magnetinis daugiapoliai momentai yra

$$Q_{lm}(a,b) = e\int_V r^l Y_{lm}^*(\theta,\phi)\psi_a(\boldsymbol{r})\psi_b^*(\boldsymbol{r})\mathrm{d}V\,, \tag{5.2.29}$$

$$M_{lm}(a,b) = \frac{\mathrm{i}e\hbar}{2M(l+1)}\int_V r^l Y_{lm}^*(\theta,\phi)\boldsymbol{r}\cdot(\nabla\times(\psi_a\nabla\psi_b^* - \psi_b^*\nabla\psi_a))\mathrm{d}V\,. \tag{5.2.30}$$

Šie dydžiai – tai daugiapolių momentų *operatorių* matricos elementai. Juos toliau vadinsime „kvantinio šuolio $a \to b$ daugiapoliais momentais“. Pasinaudojus vektorinėmis tapatybėmis, galima įrodyti, kad abiejų dėmenų, kurie įeina į $\boldsymbol{j}$ išraišką (5.2.28), indėlis į (5.2.30) integralo pointegralinį reiškinį yra vienodas, o tą integralą galima išreikšti šitaip:

$$M_{lm} = -\frac{e\hbar}{M(l+1)}\int_V r^l Y_{lm}^*(\theta,\phi)\nabla\cdot(\psi_b^*\hat{\boldsymbol{L}}\psi_a)\mathrm{d}V\,; \tag{5.2.31}$$

Čia $\hat{\boldsymbol{L}}$ yra vektorinis diferencialinis operatorius, kuris apibrėžiamas šitaip:

$$\hat{\boldsymbol{L}} \equiv -\mathrm{i}\cdot\boldsymbol{r}\times\nabla \tag{5.2.32}$$

Tai yra dalelės judesio kiekio momento operatorius, tačiau be daugiklio $\hbar$.

Atsižvelgus į dalelės sukinį, integravimas (5.2.29)–(5.2.31) reiškiniuose reiškia dar ir sumavimą sukininės koordinatės atžvilgiu (sukininė koordinatė – tai dalelės sukinio projekcijos į duotąją koordinačių ašį tikrinė vertė). Kadangi aptariamuoju atveju „dalelė“ – tai nukleonas, kurio sukinio kvantinis skaičius lygus 1/2, tai tą sumą sudaro du dėmenys (jie atitinka dalelės sukininio magnetinio kvantinio skaičiaus vertes ±1/2). Be to, dalelės sukinys yra susijęs su dalelės vidiniu magnetiniu momentu. Dalelių vidinių magnetinių momentų visuma sąlygoja sistemos pilnutinio magnetinio momento dalį, kurios erdvinis tankis yra klasikinio įmagnetėjimo kvantinis analogas. Išvesime šio įmagnetėjimo kvantinę išraišką. Pagal (3.9.7) dalelės sukininio magnetinio momento vektoriaus vidurkis yra lygus

$$\langle\boldsymbol{\mu}_s\rangle = \frac{g_s\langle\boldsymbol{L}_s\rangle\mu_\mathrm{N}}{\hbar}\,; \tag{5.2.33}$$

čia g_s yra dalelės sukininis g faktorius, o $\langle\boldsymbol{L}_s\rangle \equiv \langle L_{sx}\rangle\boldsymbol{e}_x + \langle L_{sy}\rangle\boldsymbol{e}_y + \langle L_{sz}\rangle\boldsymbol{e}_z$ yra nukleono sukinio vektoriaus vidurkis. Kvantinėje mechanikoje šis vidurkis išreiškiamas šitaip:

$$\langle\boldsymbol{L}_s\rangle = \tfrac{1}{2}\hbar\int\psi^*\hat{\boldsymbol{\sigma}}\psi\mathrm{d}V\,; \tag{5.2.34}$$

čia $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ yra $\hbar/2$ vienetais išreikštas sukinio operatorius. Skaičiuojant (5.2.34) integralą (kaip ir (5.2.29)–(5.2.31) integralus), reikia integruoti visa erdve ir sumuoti dviejų galimų sukinio projekcijos verčių atžvilgiu. Kadangi įmagnetėjimo prasmė yra sukininio magnetinio momento *erdvinis tankis*, tai įmagnetėjimo kvantinė išraiška gaunama palikus tik sumą sukinio projekcijos verčių atžvilgiu (tačiau neintegruojant erdvinių koordinačių atžvilgiu). Vadinasi, įmagnetėjimo kvantinė išraiška yra šitokia:

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{r}) = \frac{g_s\mu_\mathrm{N}}{2}\{\psi^*\hat{\boldsymbol{\sigma}}\psi\}\,; \tag{5.2.35}$$

čia riestiniai skliaustai žymi minėtą sumą. Elektrinio ir magnetinio daugiapolių momentų dalys, kurios yra susijusios su įmagnetėjimu $\boldsymbol{M}$, klasikinėje elektrodinamikoje išreiškiamos (5.2.20) ir (5.2.21) formulėmis. Pereinant prie kvantinės mechanikos, įmagnetėjimą $\boldsymbol{M}$ tuose reiškiniuose reikia pakeisti operatoriaus $g_s\mu_N\hat{\boldsymbol{\sigma}}/2$ matricos elementu:

[1] Kai $a = b$, (5.2.27) reiškinys virsta kvantinės dalelės erdvinio krūvio tankio išraiška $e|\psi_a(\boldsymbol{r})|^2$, o (5.2.28) reiškinys virsta kvantinės dalelės krūvio srauto tankio išraiška (t. y. jis tampa lygus iš e padaugintam tikimybės srauto tankiui).

$$\boldsymbol{M}(a,b;\boldsymbol{r}) = \frac{g_s \mu_{\mathrm{N}}}{2} \{\psi_b^* \hat{\boldsymbol{\sigma}} \psi_a\}\,. \tag{5.2.36}$$

Iš šios išraiškos išplaukia, kad magnetiniai daugiapoliai momentai $M'_{lm}(a,b)$, kurie susiję su dalelių sukiniais („įmagnetėjimu“), yra tos pačios eilės kaip ir magnetiniai daugiapoliai momentai $M_{lm}(a,b)$, kurie susiję su dalelių orbitiniu judėjimu (elektros srovių pasiskirstymu). Taip yra todėl, kad ir orbitiniai, ir sukininiai judesio kiekio momentai yra Planko konstantos $\hbar$ didumo eilės, o orbitinis ir sukininis g faktoriai taip pat yra vienodos didumo eilės.

Daugelio dalelių sistemos atveju kvantinio šuolio $a \to b$ daugiapoliai momentai apskaičiuojami sudedant atskirų dalelių daugiapolius momentus. Branduolyje visi nukleonai turi sukinį, tačiau tik protonai turi elektros krūvį. Todėl, skaičiuojant branduolio momentus $Q_{lm}(a, b)$ ir $M_{lm}(a, b)$, kurie susiję su elektringųjų dalelių judėjimu erdvėje, reikia sumuoti tik protonų atžvilgiu, o skaičiuojant branduolio momentus $Q'_{lm}(a,b)$ ir $M'_{lm}(a,b)$, kurie susiję su nukleonų sukiniais, reikia sumuoti visų nukleonų atžvilgiu. Be to, reikia turėti omenyje, kad šiuo atveju ψ_a ir ψ_b yra visų nukleonų erdvinių ir sukininių koordinačių funkcijos, todėl, apskaičiuojant integralus (5.2.29)–(5.2.31) ir (5.2.20), (5.2.21), reikia integruoti visų nukleonų erdvinių ir sukininių koordinačių atžvilgiu. Tačiau visi kiti daugikliai ir diferencialiniai operatoriai pointegraliniuose reiškiniuose (pvz., daugiklis $r^l Y^*_{lm}(\theta,\phi)$, kuris įeina į (5.2.29) ir (5.2.31) integralus, bei operatoriai „$\nabla\cdot$“ ir $\hat{\boldsymbol{L}}$, kurie įeina į (5.2.31) integralą), priklauso tik nuo *vieno* nukleono koordinačių.

5.2.6. Branduolio kvantinių šuolių tikimybių skaičiavimas

Apskaičiuosime magnetinio ir elektrinio daugiapolių momentų M_{lm} ir Q_{lm} santykio didumo eilę. Remsimės tų momentų išraiškomis (5.2.29) ir (5.2.31). Apsiribosime palyginti mažomis šuolių energijomis (mažesnėmis už kelis MeV). Tada elektromagnetinės spinduliuotės bangos ilgis yra daug didesnis už branduolio matmenis, todėl galioja visos 5.2.3 ir 5.2.4 skyriuose pateiktos formulės. Kadangi mūsų tikslas yra tik santykio M_{lm}/Q_{lm} didumo *eilės* nustatymas, tai, skaičiuojant (5.2.31) integralą, galima kai ką supaprastinti. Visų pirma divergencijos operatoriaus „$\nabla\cdot$“ poveikis apytiksliai tapatus daugybai iš R^{-1}, kur R yra tos pačios eilės kaip branduolio spindulys. Operatoriaus $\hat{\boldsymbol{L}}$ poveikis apytiksliai tapatus daugybai iš skaičiaus, kuris yra tos pačios eilės kaip l, todėl galima laikyti, kad tas skaičius susiprastina su daugikliu $(l+1)^{-1}$ prieš integralą. Taigi,

$$\frac{M_{lm}}{Q_{lm}} \approx -\frac{\hbar}{MR}\,. \tag{5.2.37}$$

Įrašius kvantmechaninę įmagnetėjimo išraišką (5.2.36) į magnetinio daugiapolio momento M'_{lm}, kurį sąlygoja nukleonų sukiniai, pirmąją išraišką (5.2.21), gaunamas reiškinys, kuris skiriasi nuo momento M_{lm} išraiškos (5.2.31) tik tuo, kad dydis $\psi_b^* \hat{\boldsymbol{L}} \psi_a/(l+1)$ yra pakeistas dydžiu $g_s\{\psi_b^* \hat{\boldsymbol{\sigma}} \psi_a\}/4$. Atsižvelgę į tai, kad operatorių $\hat{\boldsymbol{L}}/(l+1)$ ir $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ poveikis apytiksliai tapatus daugybai iš skaičiaus, kurio modulis artimas 1, o reiškinį $\{\psi_b^* \hat{\boldsymbol{\sigma}} \psi_a\}$ sudaro du apytiksliai vienodo modulio dėmenys, gauname, kad santykis $|M'_{lm}/M_{lm}|$ apytiksliai lygus $g_s/2$. Kadangi vidutinė $g_s/2$ vertė yra tarp 2 ir 3, tai

$$\frac{|M_{lm}+M'_{lm}|^2}{|Q_{lm}|^2} \approx 10\frac{|M_{lm}|^2}{|Q_{lm}|^2} \approx 10\left(\frac{\hbar}{MR}\right)^2. \tag{5.2.38}$$

Įsitikinsime, kad nagrinėjamu mažų fotono energijų atveju elektrinis daugiapolis momentas Q'_{lm}, kurį lemia nukleonų sukiniai, yra daug mažesnis už elektrinį daugiapolį momentą Q_{lm}, kurį lemia elektros krūvio pasiskirstymas branduolio tūryje. Tam Q'_{lm} išraiškoje (5.2.20) (antrasis reiškinys) divergencijos operatorių vėl pakeičiame dalyba iš R, o vektorinę daugybą iš $\boldsymbol{r}$ pakeičiame daugyba iš R (tokie pakeitimai yra leistini vien todėl, kad siekiama įvertinti tik didumo eilę). Paskui, įrašę $\boldsymbol{M}$ išraišką (5.2.36) į Q'_{lm} išraišką ir palyginę gautąjį reiškinį su Q_{lm} išraiška (5.2.29), gauname tokią momentų Q'_{lm} ir Q_{lm} santykio išraišką (atmetus vieneto eilės didumo daugiklius):

$$\left|\frac{Q'_{lm}}{Q_{lm}}\right| \approx \frac{k\mu_{\mathrm{N}}}{ce} = \frac{\hbar\omega}{2Mc^2}\,. \tag{5.2.39}$$

Kadangi nukleono rimties energija Mc^2 yra maždaug 1 GeV, tai aptariamu atveju (kai fotono energija $\hbar\omega$ yra kelių MeV eilės arba mažesnė) šis santykis yra 10^{-3} eilės arba mažesnis. Todėl toliau nepaisysime matricos elementų Q'_{lm}.

Iš elektrinių ir magnetinių šuolių tikimybių išraiškų (5.2.24) ir (5.2.25) išplaukia, kad vienodos eilės ir energijos magnetinių ir elektrinių kvantinių šuolių tikimybių santykis yra lygus

$$\frac{\lambda_{\mathrm{M}}(l,m)}{\lambda_{\mathrm{E}}(l,m)} = \frac{|M_{lm} + M'_{lm}|^2}{c^2\,|Q_{lm}|^2}.$$

Atsižvelgus į (5.2.38), šis santykis yra apytiksliai lygus

$$\frac{\lambda_{\mathrm{M}}(l,m)}{\lambda_{\mathrm{E}}(l,m)} \approx 10\left(\frac{\hbar}{McR}\right)^2.$$

Šio santykio tipiška vertė vidutiniams ir sunkiesiems branduoliams yra 0,01 eilės. T. y. magnetinio kvantinio šuolio tikimybė yra 2 eilėmis mažesnė už tos pačios daugiapoliškumo eilės ir tos pačios energijos elektrinio kvantinio šuolio tikimybę (tačiau, kaip minėta, vienodos daugiapoliškumo eilės elektriniai ir magnetiniai šuoliai niekada „nekonkuruoja“ esant šuoliams tarp duotųjų dviejų kvantinių būsenų). Šio skirtumo klasikinis aiškinimas buvo pateiktas 5.2.3 skyriaus pabaigoje.

Norint gauti daugiapolių momentų vertes, reikia pasirinkti konkretų branduolio modelį. Paprasčiausi rezultatai gaunami nepriklausomų nukleonų modelyje, kuriame branduolio būseną nusako atskirų nukleonų kvantiniai skaičiai. Žinome, kad nepriklausomų fermionų sistemos banginė funkcija – tai determinantas (3.5.9b). Kadangi kiekvienas operatorius ir kiekvienas daugiklis, kuris įeina į kvantinio šuolio daugiapolių momentų išraiškas (5.2.29), (5.2.31), (5.2.20) ir (5.2.21), priklauso tik nuo vieno nukleono erdvinių ir sukininių koordinačių (išskyrus branduolio bangines funkcijas ψ_a ir ψ_b, kurios priklauso nuo visų nukleonų koordinačių), tai kiekvieną iš tų integralų galima išreikšti viendalelių integralų sandaugų tiesiniu dariniu („viendalelis integralas“ – tai integralas, kuris integruojamas tik vieno nukleono erdvinių ir sukininių koordinačių atžvilgiu). Kadangi vieno nukleono banginės funkcijos, kurios atitinka skirtingas bangines funkcijas, yra ortogonalios, tai tuo atveju, kai branduolio būsenos ψ_a ir ψ_b skiriasi viena nuo kitos dviejų arba didesnio nukleonų skaičiaus kvantiniais skaičiais, bent vienas iš minėtųjų viendalelių integralų visose sandaugose yra lygus nuliui. Vadinasi, nepriklausomų nukleonų modelyje daugiapolė spinduliuotė gali atsirasti tik tada, kai kvantinis šuolis būna tarp branduolio būsenų, kurios skiriasi tik *vieno* nukleono kvantiniais skaičiais. Tada, apskaičiuojant branduolio daugiapolius momentus (5.2.29), (5.2.31), (5.2.20) ir (5.2.21), funkcijas ψ_a ir ψ_b galima pakeisti to nukleono viendalelėmis banginėmis funkcijomis.

Išnagrinėkime kvantinį šuolį, kurio metu vienas protonas pakeičia savo orbitinio judėjimo būseną. Kad būtų paprasčiau, laikysime, kad galutinės kvantinės būsenos („*b*“) protono orbitinis judesio kiekio momentas lygus nuliui, pradinės būsenos („*a*“) protono orbitinio judesio kiekio momento kvantinis skaičius lygus l, o jo projekcijos kvantinis skaičius lygus m. Tada pagal daugiapolių atrankos taisykles (5.2.4) ir (5.2.5) šio šuolio metu gali atsirasti tik l, m eilės daugiapolė spinduliuotė. Be to, tarkime, kad abiejų būsenų lyginumai Π_a ir Π_b atitinka sąlygą $\Pi_a\Pi_b = (-1)^l$, t. y. kad l yra lyginis ir šuolio metu lyginumas nepakinta arba l yra nelyginis ir lyginumas pakinta (šios sąlygos atitinka pirmąją eilutę 5.2 lentelėje). Tada pagal 5.2 lentelę gali atsirasti tik elektrinė daugiapolė spinduliuotė. Tokio kvantinio šuolio tikimybė per laiko vienetą yra proporcinga $|Q_{lm}|^2$ (žr. (5.2.24) formulę). Pagal prielaidą

$$\begin{aligned} \psi_a &= X_a(r)Y_{lm}(\theta,\phi)\chi^+; \\ \psi_b &= X_b(r)(4\pi)^{-1/2}\chi^+; \end{aligned} \tag{5.2.40}$$

čia $X_a(r)$ ir $X_b(r)$ yra protono banginių funkcijų radialiosios dalys, o χ^+ yra sukininė funkcija. Įrašę (5.2.40) į Q_{lm} išraišką (5.2.29) ir pasinaudoję tuo, kad skaliarinės sferinės harmonikos ir sukininės funkcijos yra normuotos, gauname:

$$Q_{lm} = (4\pi)^{-1/2} e J_l; \tag{5.2.41}$$

čia

$$J_l = \int_0^\infty r^l X_a(r) X_b(r) r^2 \mathrm{d}r. \tag{5.2.42}$$

Dabar nustatysime šio radialiojo integralo didumo eilę. Paprasčiausia laikyti, kad funkcijos X_a ir X_b yra lygios konstantai X, kai r yra mažesnis už branduolio spindulį R, ir lygios nuliui, kai $r > R$. Ta konstanta išplaukia iš radialiosios funkcijos normavimo sąlygos:

$$\int_0^\infty X_a^2(r) r^2 \mathrm{d}r = X^2 \int_0^R r^2 \mathrm{d}r = X^2 R^3/3 = 1,$$

t. y. $X = (3/R^3)^{1/2}$. Šiame artinyje (5.2.42) integralas yra lygus

$$J_l \approx \frac{3R^l}{l+3}. \tag{5.2.43}$$

Įrašę (5.2.43) į (5.2.41), matome:

$$|Q_{lm}|^2 \approx (4\pi)^{-1} e^2 \left(\frac{3}{l+3}\right)^2 R^{2l}. \tag{5.2.44}$$

Įrašę (5.2.44) į (5.2.38) ir išreiškę $|M_{lm} + M'_{lm}|^2$, išvedame:

$$|M_{lm} + M'_{lm}|^2 \approx 10\left(\frac{\hbar}{MR}\right)^2 (4\pi)^{-1} e^2 \left(\frac{3}{l+3}\right)^2 R^{2l}. \tag{5.2.45}$$

Įrašę (5.2.44) į elektrinio kvantinio šuolio tikimybės per laiko vienetą išraišką (5.2.24), matome:

$$\lambda_{\mathrm{E}}(l) \approx \frac{2(l+1)}{l[(2l+1)!!]^2}\left(\frac{3}{l+3}\right)^2 \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar}\cdot\frac{\omega}{c}(kR)^{2l} = \frac{2(l+1)}{l[(2l+1)!!]^2}\left(\frac{3}{l+3}\right)^2 \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}\cdot\left(\frac{E}{\hbar c}\right)^{2l+1} cR^{2l}; \tag{5.2.46}$$

čia $E = \hbar\omega$ yra šuolio energija. Įrašę (5.2.45) į magnetinio kvantinio šuolio tikimybės per laiko vienetą išraišką (5.2.25), matome:

$$\lambda_{\mathrm{M}}(l) \approx \frac{20(l+1)}{l[(2l+1)!!]^2}\left(\frac{3}{l+3}\right)^2 \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar}\left(\frac{\hbar}{McR}\right)^2 \frac{\omega}{c}(kR)^{2l} = \frac{20(l+1)}{l[(2l+1)!!]^2}\left(\frac{3}{l+3}\right)^2 \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}\left(\frac{\hbar}{Mc}\right)^2\left(\frac{E}{\hbar c}\right)^{2l+1} cR^{2l-2}. \tag{5.2.47}$$

Nors šios formulės išvestos, teigiant, kad galutinės būsenos orbitinis judesio kiekio momentas yra lygus nuliui ir kad abiejų būsenų lyginumai atitinka sąlygą $\Pi_a\Pi_b = (-1)^l$, tačiau, turint omenyje labai netikslų skaičiavimo metodą, minėtosios prielaidos nėra esminės. Taigi, jeigu siekiama įvertinti tik elektrinio arba magnetinio šuolio tikimybės per laiko vienetą didumo eilę, tada (5.2.46) ir (5.2.47) lygybes galima taikyti ir kitais atvejais (su sąlyga, kad šuolio energija neviršija kelių MeV).

Įrašę branduolio spindulio išraišką (2.1.1) į (5.2.46) ir (5.2.47) ir apskaičiavę pastoviuosius daugiklius, gauname tokias mažiausios eilės daugiapolių kvantinių šuolių tikimybių per sekundę (s^{-1}) išraiškas:

Savaiminio elektrinio šuolio tikimybė per sekundę:

$$\begin{aligned}
\lambda(\mathrm{E1}) &= 1{,}0\cdot 10^{14} A^{2/3} E^3,\\
\lambda(\mathrm{E2}) &= 7{,}3\cdot 10^{7} A^{4/3} E^5,\\
\lambda(\mathrm{E3}) &= 34 A^2 E^7,\\
\lambda(\mathrm{E4}) &= 1{,}1\cdot 10^{-5} A^{8/3} E^9,\\
\lambda(\mathrm{E5}) &= 2{,}4\cdot 10^{-12} A^{10/3} E^{11},\\
\lambda(\mathrm{E6}) &= 4{,}0\cdot 10^{-19} A^4 E^{13};
\end{aligned} \tag{5.2.48}$$

čia A yra branduolio masės skaičius, o E yra šuolio energija (MeV).

Savaiminio magnetinio šuolio tikimybė per sekundę:

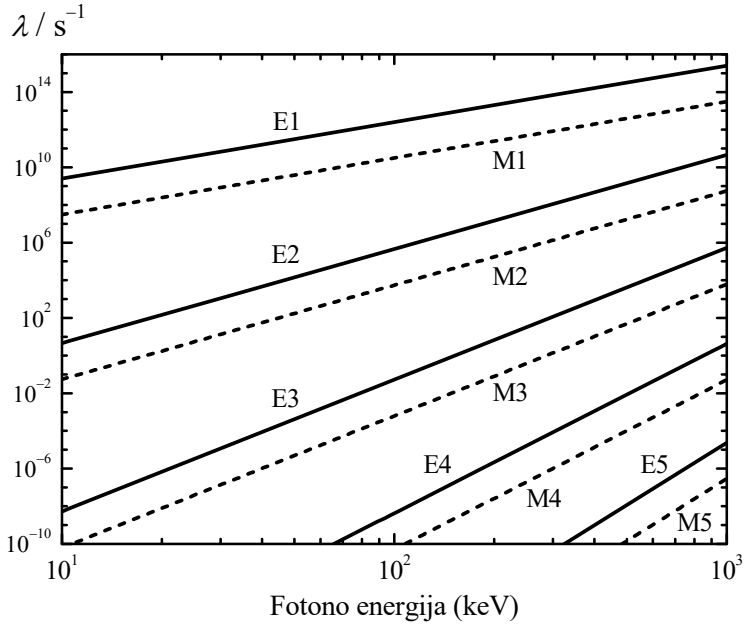
$$\begin{aligned}
\lambda(\mathrm{M1}) &= 3{,}1\cdot 10^{13} E^3,\\
\lambda(\mathrm{M2}) &= 2{,}2\cdot 10^{7} A^{2/3} E^5,\\
\lambda(\mathrm{M3}) &= 10 A^{4/3} E^7,\\
\lambda(\mathrm{M4}) &= 3{,}3\cdot 10^{-6} A^2 E^9,\\
\lambda(\mathrm{M5}) &= 7{,}4\cdot 10^{-13} A^{8/3} E^{11},\\
\lambda(\mathrm{M6}) &= 1{,}2\cdot 10^{-19} A^{10/3} E^{13};
\end{aligned} \tag{5.2.49}$$

čia A yra branduolio masės skaičius, o E yra šuolio energija (MeV).

(5.2.48) ir (5.2.49) formulėse akivaizdu, kad, esant kelių MeV eilės arba mažesnei kvantinio šuolio energijai E (kai spinduliuotės bangos ilgis yra daug didesnis už branduolio spindulį), šuolio tikimybė per laiko vienetą sparčiai mažėja didėjant daugiapoliškumo eilei l ir mažėjant šuolio energijai (žr. 5.8 pav.). Todėl tais atvejais, kai yra galimos kelios l vertės, pasireiškia tik šuoliai, kurie atitinka mažiausią l vertę $l_{\min}$ (pastarąją vertę apibrėžia 5.2 lentelė 5.2.2 skyriuje).

(5.2.46)–(5.2.49) formulės nusako tik *spinduliuojamųjų* kvantinių šuolių tikimybes. Tos formulės netinka skaičiuojant *pilnutines* šuolių tikimybes, nes branduolys sužadinimo energiją gali prarasti dar ir vidinės konversijos būdu (žr. 5.2.1 skyrių).

Iki šiol buvo aptariami tik savaiminiai spinduliuojamieji kvantiniai šuoliai. *Priverstinių* kvantinių šuolių (pvz., šuolių, kurių metu sugeriami γ kvantai) tikimybės per laiko vienetą yra kitokios (jos proporcingos spinduliuotės energijos spektriniam tankiui), tačiau jų *santykiai* yra lygūs atitinkamų savaiminių šuolių tikimybių santykiams. Tai išplaukia iš Einšteino elementariosios kvantinės spinduliavimo teorijos, kuri bus išdėstyta kitame skyriuje.



5.8 pav. Teorinės daugiapolio kvantinio šuolio tikimybės per sekundę priklausomybės nuo šuolio energijos įvairių eilių elektriniams (E) ir magnetiniams (M) šuoliams, kai branduolio masės skaičius lygus 125 (šios priklausomybės apskaičiuotos pagal (5.2.48) ir (5.2.49) formules)

Apibendrinant branduolių γ spinduliavimo dėsningumus, kurie buvo išdėstyti 5.2.2–5.2.5 skyriuose, galima suformuluoti tokias taisykles:

1. Daugiapolių atrankos taisyklės:

$$\text{kai } J_a \neq J_b\text{:}\ \ |J_a - J_b| \le l \le |J_a + J_b|,$$
$$\text{kai } J_a = J_b\text{:}\ \ 1 \le l \le |J_a + J_b|,$$
$$m = m_{Ja} - m_{Jb},$$
$$-l \le m \le l.$$

2. „Lyginumo atrankos taisyklė“: jeigu šuolio metu branduolio būsenos lyginumas nepakinta, tada šuolyje gali atsirasti arba būti sugeriama tik lyginė daugiapolė spinduliuotė (t. y. nelyginiam l yra galimas tik Ml šuolis, o lyginiam l yra galimas tik El šuolis), o jeigu šuolio metu būsenos lyginumas pakinta, tada šuolyje gali atsirasti arba būti sugeriama tik nelyginė daugiapolė spinduliuotė (t. y. nelyginiam l yra galimas tik El šuolis, o lyginiam l yra galimas tik Ml šuolis).
3. Dažniausiai vyrauja šuoliai, kurių daugiapoliškumo eilė yra lygi mažiausiai leidžiamajai vertei ($l_{\min}$).
4. Vidutiniams ir sunkiesiems branduoliams elektrinių kvantinių šuolių tikimybė yra maždaug 10^2 kartų didesnė už tos pačios daugiapoliškumo eilės ir energijos magnetinių šuolių tikimybę (tačiau pagal lyginumo atrankos taisyklę duotos eilės šuolis tarp duotų dviejų kvantinių būsenų gali būti tik elektrinis arba tik magnetinis).

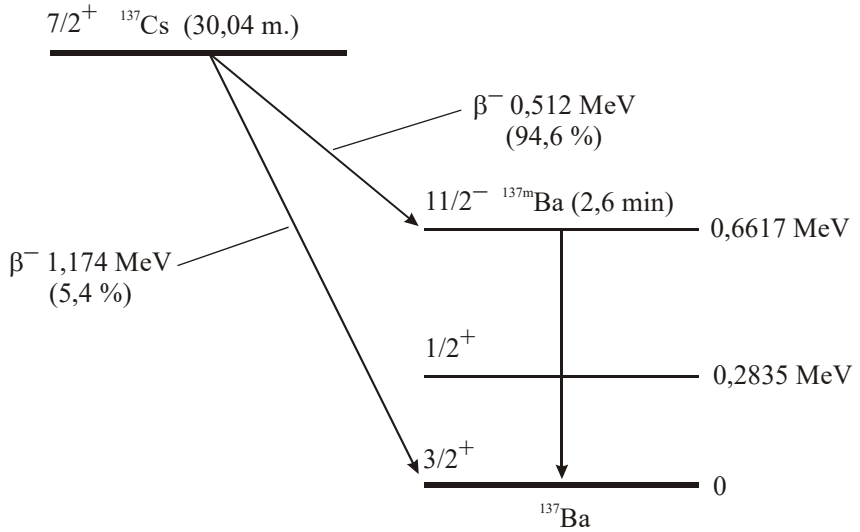
5. l+1-osios eilės daugiapolio šuolio tikimybė yra maždaug 10^5 kartų mažesnė už l-tosios eilės daugiapolio šuolio tikimybę.
6. Sujungus taisykles Nr. 4 ir Nr. 5, gaunami tokie apytiksliai šuolių tikimybių santykiai (čia $l' = l + 1$):

$$\frac{\lambda(\mathrm{E}l')}{\lambda(\mathrm{M}l)} = \frac{\lambda(\mathrm{E}l')}{\lambda(\mathrm{E}l)} \cdot \frac{\lambda(\mathrm{E}l)}{\lambda(\mathrm{M}l)} \approx 10^{-5} \times 10^{2} \approx 10^{-3};$$

$$\frac{\lambda(\mathrm{M}l')}{\lambda(\mathrm{E}l)} = \frac{\lambda(\mathrm{M}l')}{\lambda(\mathrm{M}l)} \cdot \frac{\lambda(\mathrm{M}l)}{\lambda(\mathrm{E}l)} \approx 10^{-5} \times 10^{-2} \approx 10^{-7}.$$

Taigi, pvz., M2 šuoliai „konkuruoja“ su E1 šuoliais daug silpniau negu E2 šuoliai su M1 šuoliais. Tačiau reikia turėti omenyje, kad šuolių tikimybių vertės ((5.2.48) ir (5.2.49) formulės bei anksčiau suformuluotos taisyklės Nr. 4–6) buvo gautos labai netiksliu būdu (naudojant nepriklausomų nukleonų artinį ir idealizuotą nukleono banginę funkciją). Konkretiems branduoliams tos tikimybės gali skirtis nuo anksčiau pateiktų verčių keliomis eilėmis. Pvz., dažnai galioja nelygybė $\lambda(\mathrm{E2}) > \lambda(\mathrm{M1})$.

Egzistuoja sužadintieji nuklidai, kurių vidutinė gyvavimo trukmė yra neįprastai ilga (didesnė už 10^{-10} s; gali siekti net kelias valandas arba ilgiau). Tokios ilgaamžės sužadintosios būsenos vadinamos ***metastabiliosiomis būsenomis***. Iš anksčiau suformuluotų taisyklių išplaukia, kad metastabiliosios būsenos egzistavimo sąlyga – tai didelė $l_{\min}$ vertė ir maža šuolio energija. Be to, būsenos gyvavimo trukmė duotojo šuolio atžvilgiu priklauso ir nuo to šuolio rūšies (elektrinis ar magnetinis). $l_{\min}$ vertę ir atitinkamo šuolio rūšį lemia abiejų būsenų branduolio sukiniai ir tų būsenų lyginumai, t. y. abiejų būsenų charakteristikos (branduolio „būsenos charakteristika“ – tai branduolio sukinys ir būsenos lyginumas). Pvz., bario izotopo $^{137}_{56}\mathrm{Ba}$ pagrindinės būsenos charakteristika yra $3/2^+$, pirmosios sužadintosios būsenos charakteristika yra $1/2^+$, o antrosios sužadintosios būsenos charakteristika yra $11/2^-$ (žr. 5.9 pav.) Atsidūrus $^{137}\mathrm{Ba}$ branduoliui antrajame sužadintajame lygmenyje, yra galimas E5 šuolis į pirmąjį sužadintąjį lygmenį (šuolio energija 0,6617 – 0,2835 = 0,3782 MeV) ir M4 šuolis į pagrindinį lygmenį (šuolio energija 0,6617 MeV). Pagal (5.2.48) ir (5.2.49) formules M4 šuolio tikimybė yra daug didesnė, todėl šie šuoliai vyrauja. Šiuo atveju iš (5.2.49) formulių išplaukia, kad nuklido $^{137}\mathrm{Ba}$ antrosios sužadintosios būsenos pusamžis yra 460 s. Tikroji to pusamžio vertė yra maždaug 3 kartus mažesnė (153 s). Metastabiliąsias būsenas įprasta žymėti raide „m“ po branduolio masės skaičiaus. Pvz., $^{137}\mathrm{Ba}$ branduolio antroji sužadintoji būsena žymima „$^{137\mathrm{m}}\mathrm{Ba}$“.



5.9 pav. $^{137}\mathrm{Cs}$ skilimo schema. Schemoje pateikti pusamžiai, didžiausios β dalelių energijos, β skilimo kanalų tikimybės, $^{137}\mathrm{Ba}$ branduolio mažiausios energijos vertės ir intensyviausias kvantinis šuolis tarp $^{137}\mathrm{Ba}$ energijos lygmenų. Antroji sužadintoji $^{137}\mathrm{Ba}$ branduolio būsena yra metastabilioji

5.2.7. E1 kvantinių šuolių tikimybės per laiko vienetą bendroji išraiška

Apskaičiuosime E1 šuolių tikimybę per laiko vienetą. Pagal (5.2.24), kai $l = 1$,

$$\lambda_{\mathrm{E}}(1,m) = \frac{4}{9}\frac{k^3}{\hbar\varepsilon_0}|Q_{1m} + Q'_{1m}|^2 = \frac{4}{9}\frac{\omega^3}{c^3\hbar\varepsilon_0}|Q_{1m} + Q'_{1m}|^2 \approx \frac{4}{9}\frac{\omega^3}{c^3\hbar\varepsilon_0}|Q_{1m}|^2 . \qquad (5.2.50)$$

Į klasikinę apibendrintojo elektrinio dipolinio momento apibrėžtį (5.2.17), kaip ir į kvantinę išraišką (5.2.29), įeina sferinė harmonika Y_{lm}. Kelių mažiausios eilės sferinių harmonikų išraiškos ir bendroji Y_{lm} išraiška yra 5.3 lentelėje.

5.3 lentelė. Sferinės harmonikos

l	m_l	$Y_{lm_l}(\theta,\phi)$
0	0	$(1/4\pi)^{1/2}$
1	0	$(3/4\pi)^{1/2}\cos\theta$
1	±1	$\mp(3/8\pi)^{1/2}\sin\theta\ \mathrm{e}^{\pm\mathrm{i}\phi}$
2	0	$(5/16\pi)^{1/2}(3\cos^2\theta - 1)$
2	±1	$\mp(15/8\pi)^{1/2}\sin\theta\cos\theta\ \mathrm{e}^{\pm\mathrm{i}\phi}$
2	±2	$(15/32\pi)^{1/2}\sin^2\theta\ \mathrm{e}^{\pm 2\mathrm{i}\phi}$
l	m_l	$Y_{lm_l}(\theta,\varphi) \equiv \left[\frac{(2l+1)}{4\pi}\frac{(l-m_l)!}{(l+m_l)!}\right]^{1/2}(-1)^{m_l}P_l^{m_l}(\cos\theta)\ \mathrm{e}^{\mathrm{i}m_l\phi}$; čia $P_l^m(x)$ yra jungtinis Ležandro daugianaris[a]: $P_l^m(x) \equiv \frac{1}{2^l l!}(1-x^2)^{m/2}\frac{\mathrm{d}^{l+m}}{\mathrm{d}x^{l+m}}(x^2-1)^l$

[a] Kartais daugiklis $(-1)^{m_l}$ priskiriamas jungtiniam Ležandro daugianariui.

Žinome, kad klasikinis elektrinės dipolinės spinduliuotės atsiradimo aiškinimas yra protonų posistemės harmoniniai virpesiai, kurių metu visi protonai juda viena kryptimi vienodu greičiu (žr. 5.7 pav., antroji dalis). Z ašį nukreipsime virpesių kryptimi, o koordinačių atskaitos tašką patalpinsime branduolio centre. Tada erdvinio krūvio tankio kompleksinė amplitudė $\rho(\boldsymbol{r})$, kuri įeina į (5.2.17) pointegralinę funkciją, nepriklauso nuo azimutinio kampo ϕ (žr. 3.7b pav.). Turint omenyje, kad integravimo tūrio elementas sferinėse koordinatėse yra lygus $\mathrm{d}V = r^2\sin\theta\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\phi$, galima pastebėti, kad, apskaičiuojant (5.2.17) integralą, kai $m = \pm 1$, integravimas ϕ atžvilgiu pasireiškia daugikliu $\int_0^{2\pi} e^{\pm\mathrm{i}\phi}\mathrm{d}\phi$, kuris yra lygus nuliui. Vadinasi, šiuo atveju iš trijų dipolinių elektrinių momentų Q_{10}, $Q_{1,-1}$ ir Q_{11} tik vienas (Q_{10}) yra nelygus nuliui. Todėl E1 kvantinių šuolių tikimybė per laiko vienetą yra lygi

$$\lambda(E1) = \frac{4}{9}\frac{\omega^3}{c^3\hbar\varepsilon_0}|Q_{10}|^2 . \qquad (5.2.51)$$

Apskaičiuosime dydį Q_{10}. Įrašius sferinės harmonikos Y_{10} išraišką (žr. 5.3 lentelę) į (5.2.17), gaunamas šis reiškinys:

$$Q_{1,0} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}}\int_V r\cos\theta\rho(\boldsymbol{r})\mathrm{d}V \equiv \sqrt{\frac{3}{4\pi}}\int_V z\rho(\boldsymbol{r})\mathrm{d}V = \sqrt{\frac{3}{4\pi}}\left|\int_V \boldsymbol{r}\rho(\boldsymbol{r})\mathrm{d}V\right| . \qquad (5.2.52)$$

[Paskutinioji lygybė atspindi minėtąją prielaidą, kad krūvio erdvinis pasiskirstymas yra simetriškas atžvilgiu posūkio aplink Z ašį. Tai reiškia, kad funkcija $\rho(\boldsymbol{r})$ yra lyginė koordinačių x ir y atžvilgiu. Todėl sandaugos $x\cdot\rho(\boldsymbol{r})$ integralas x atžvilgiu ir sandaugos $y\cdot\rho(\boldsymbol{r})$ integralas y atžvilgiu yra lygūs nuliui. Tuo pačiu ir minėtųjų sandaugų integralai viso branduolio tūriu V yra lygūs nuliui, nes tuos integralus galima apskaičiuoti integruojant paeiliui kiekvienos Dekarto koordinatės atžvilgiu. Taigi, lieka tik sandaugos $z\cdot\rho(\boldsymbol{r})$ integralas.] Šios išraiškos

modifikavimas, kad ji teisingai atspindėtų kvantinę branduolio prigimtį, atliekamas tuo pačiu metodu, kaip 5.2.5 skyriuje: pakeičiant krūvio tankį $\rho(\boldsymbol{r})$ reiškiniu $e\psi_a(\boldsymbol{r})\psi_b^*(\boldsymbol{r})$. Šitaip gauname:

$$|Q_{1,0}|^2 = \frac{3e^2}{4\pi}|\boldsymbol{r}_{ba}|^2, \tag{5.2.53}$$

čia vektorius $\boldsymbol{r}_{ba}$ yra spindulio vektoriaus $\boldsymbol{r}$ „matricos elementas“:

$$\boldsymbol{r}_{ba} \equiv \int_V \psi_b^* \boldsymbol{r} \psi_a \mathrm{d}V \tag{5.2.54}$$

Taigi, galutinė E1 kvantinių šuolių tikimybės per laiko vienetą išraiška yra šitokia:

$$\lambda(E1) = \frac{\omega^3 e^2}{3\pi\varepsilon_0 c^3 \hbar}|\boldsymbol{r}_{ba}|^2 = \frac{\omega^3 e^2}{3\pi\varepsilon_0 c^3 \hbar}|\boldsymbol{r}_{ab}|^2. \tag{5.2.55}$$

Antroji (5.2.55) lygybė išplaukia iš savybės $\boldsymbol{r}_{ab}^* = \boldsymbol{r}_{ba}$. Ta pati savybė yra būdinga ir kitų fizikinių dydžių operatorių matricoms: operatoriaus matrica yra lygi kompleksiškai jungtinei transponuotajai matricai (t. y. pakeitus visus matricos elementus kompleksiškai jungtiniais dydžiais ir transponavus gautąją matricą, gaunama pradinė matrica). Taip yra todėl, kad visų fizikinių dydžių operatoriai yra vadinamieji „Ermito operatoriai“.

(5.2.55) formulė gauta derinant klasikinę elektrodinamiką ir kvantinę mechaniką. Kitame skyriuje ta pati formulė bus gauta remiantis Einšteino koeficientų sąryšiais ir taikant kvantinės mechanikos metodus (t. y. netaikant daugiapolės spinduliuotės teorijos). Tuo pačiu bus pagrįstas ankstesnis teiginys, kad, remiantis klasikine daugiapolės spinduliuotės teorija, galima gauti teisingas kvantinių šuolių tikimybių vertes.

5.3. Kvantinių šuolių teorija

5.3.1. Elementarioji kvantinė elektromagnetinio spinduliavimo teorija

Praeitame skyriuje, remiantis Maksvelo lygtimis, buvo išvestos savaiminių spinduliuojamųjų kvantinių šuolių tikimybių per laiko vienetą išraiškos. Tačiau yra galimi ir priešingos krypties šuoliai, kurių metu branduolys sugeria fotoną ir pereina iš žemesnio energijos lygmens į aukštesnį. Be to, yra galima ir fotono sugertis, kurios metu branduolys pereina iš aukštesnio lygmens į žemesnį. Aišku, kad šuolių, kurių metu branduolys sugeria fotoną, tikimybė per laiko vienetą yra proporcinga juos stimuliuojančios spinduliuotės intensyvumui. Jeigu yra žinoma *savaiminio* šuolio tikimybė per laiko vienetą, tada minėtojo proporcingumo koeficientą galima išreikšti remiantis elementariąja kvantine elektromagnetinio spinduliavimo teorija, kurią 1916 m. sukūrė Einšteinas. Ta teorija yra trumpai išdėstyta toliau.

Kad būtų paprasčiau, tarkime, kad branduolys gali būti tik dviejuose energijos lygmenyse E_a ir E_b (be to, $E_b < E_a$). Spinduliuotei sąveikaujant su branduolių sistema, yra galimi trijų rūšių spinduliuojamieji kvantiniai šuoliai:

1. ***Savaiminiai šuoliai***, kurių metu branduolys pereina iš lygmens E_a į lygmenį E_b be jokio išorinio poveikio (savaime) ir išspinduliuoja fotoną, kurio energija

$$\hbar\omega_{ab} = E_a - E_b \qquad (5.3.1)$$

(žr. 5.10a pav.). Toks spinduliavimas vadinamas ***savaiminiu spinduliavimu***. Tokio šuolio tikimybė per nykstamąjį laiką dt yra lygi

$$\mathrm{d}P_{ab}^{(\mathrm{s})} = A_{ab}\mathrm{d}t\,; \qquad (5.3.2)$$

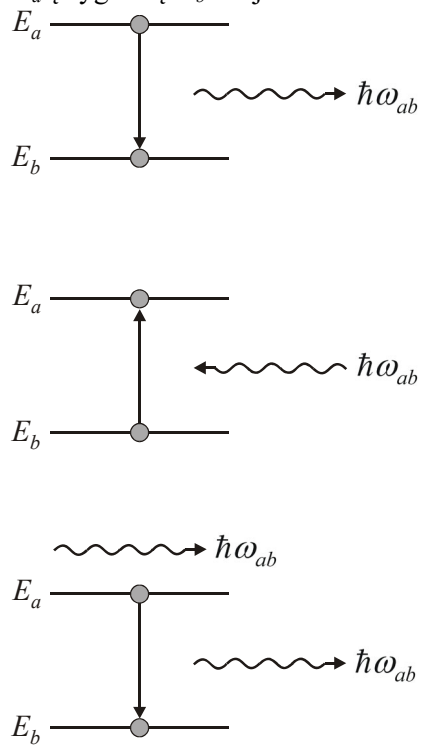
čia A_{ab} yra konstanta, kuri nusako branduolio savaiminio šuolio tarp lygmenų E_a ir E_b tikimybę per laiko vienetą.

2. Branduolys gali pereiti iš lygmens E_b į lygmenį E_a sugėręs energijos $\hbar\omega_{ab}$ fotoną (žr. 5.10b pav.). Kvantinius šuolius, kuriuos sukelia išorinė spinduliuotė, vadinsime ***priverstiniais šuoliais***. Priverstinio šuolio iš lygmens E_b į lygmenį E_a (tokį šuolį sutrumpintai žymėsime „$b \to a$“) tikimybė per laiką dt yra lygi

$$\mathrm{d}P_{ba}^{(\mathrm{p})} = B_{ba}W_{\omega}(\omega_{ab})\mathrm{d}t\,; \qquad (5.3.3)$$

čia $W_{\omega}(\omega_{ab})$ yra spinduliuotės energijos spektrinis tankis, kuris atitinka dažnį ω_{ab}, o B_{ba} yra konstanta, kuri nusako priverstinio šuolio iš lygmens E_b į lygmenį E_a tikimybę per laiko vienetą energijos spektrinio tankio vienetui.

3. Dėl branduolio sąveikos su išorine spinduliuote gali įvykti ir priešingos krypties priverstinis šuolis: branduolys gali pereiti iš aukštesniojo lygmens E_a į žemesnįjį lygmenį E_b išspinduliuodamas energijos $\hbar\omega_{ab}$ fotoną (žr. 5.10c pav.). Toks spinduliavimas vadinamas ***priverstiniu spinduliavimu***. Tokio priverstinio šuolio tikimybė per laiką dt yra lygi



5.10 pav. Trijų rūšių spinduliuojamieji kvantiniai šuoliai: (a) savaiminiai šuoliai (savaiminė spinduliuotė); (b) priverstiniai šuoliai, kurių metu spinduliuotė sugeriama; (c) priverstiniai šuoliai, kurių metu atsiranda priverstinė spinduliuotė

$$\mathrm{d}P_{ab}^{(\mathrm{p})} = B_{ab}W_{\omega}(\omega_{ab})\mathrm{d}t\,; \qquad (5.3.4)$$

čia B_{ab} yra konstanta, kuri nusako priverstinio šuolio iš lygmens E_a į lygmenį E_b tikimybę per laiko vienetą energijos spektrinio tankio vienetui. Fotonas, kuris emituojamas priverstinio šuolio $a \to b$ metu, yra visais atžvilgiais tapatus tą šuolį stimuliavusiam fotonui (yra to paties dažnio, tos pačios poliarizacijos ir apibūdinamas tuo pačiu intensyvumo kampiniu pasiskirstymu). Taigi, po priverstinio šuolio $a \to b$ vietoj vieno fotono turime du visiškai vienodus fotonus.

Dydžiai A_{ab}, B_{ab} ir B_{ba}, kurie įeina į (5.3.2)–(5.3.4) formules, yra vadinami ***Einšteino koeficientais***. Išvesime du šių koeficientų sąryšius. Branduolių, kurių energija E_a, skaičių žymėsime N_a, o branduolių, kurių energija E_b, skaičių žymėsime N_b (šiuos skaičius vadinsime tų energijos lygmenų ***užpildomis***). Pagal tikimybės prasmę skaičiaus N_b pokytis per laiką dt dėl savaiminių šuolių $a \to b$ yra lygus $N_a \mathrm{d}P_{ab}^{(\mathrm{s})}$, pokytis dėl priverstinių šuolių $b \to a$ yra lygus $-N_b \mathrm{d}P_{ba}^{(\mathrm{p})}$, o pokytis dėl priverstinių šuolių $a \to b$ yra lygus $N_a \mathrm{d}P_{ab}^{(\mathrm{p})}$. Analogiškai skaičiuojamas ir skaičiaus N_a pokytis per laiką dt. Taip gauname, kad abiejų lygmenų užpildų pokyčiai per laiką dt yra

$$\mathrm{d}N_a = -(A_{ab} + B_{ab}W_\omega(\omega_{ab}))N_a \mathrm{d}t + B_{ba}W_\omega(\omega_{ab})N_b \mathrm{d}t\,, \tag{5.3.5}$$

$$\mathrm{d}N_b = -\mathrm{d}N_a = -B_{ba}W_\omega(\omega_{ab})N_b \mathrm{d}t + (A_{ab} + B_{ab}W_\omega(\omega_{ab}))N_a \mathrm{d}t\,. \tag{5.3.6}$$

Tarkime, kad branduolių sistema yra termodinaminės pusiausvyros. Tada branduolių priverstiniai kvantiniai šuoliai vyksta dėl sąveikos su šilumine spinduliuote, kuri yra izotropinė ir nepoliarizuota. Todėl nuo šiol teigiame, kad koeficientai B_{ab} ir B_{ba} atitinka izotropinę ir nepoliarizuotą elektromagnetinę spinduliuotę. Termodinaminės pusiausvyros sąlygomis N_b ir N_a nekinta:

$$\frac{\mathrm{d}N_a}{\mathrm{d}t} = 0\,. \tag{5.3.7}$$

Įrašę (5.3.5) į (5.3.7) ir išreiškę W_ω, išvedame:

$$W_\omega(\omega_{ab}) = \frac{A_{ab}}{B_{ba}\dfrac{N_b}{N_a} - B_{ab}}\,. \tag{5.3.8}$$

Antra vertus, termodinaminės pusiausvyros N_a ir N_b vertes galima išreikšti taikant Bolcmano pasiskirstymo formulę, kuri išreiškia tikimybę P, kad branduolio energija laisvai pasirinktu laiko momentu termodinaminės pusiausvyros sąlygomis yra lygi diskrečiai vertei E_i:

$$P(E_i) = \frac{1}{Z}\exp\left(-\frac{E_i}{k_\mathrm{B}T}\right); \tag{5.3.9}$$

čia Z yra vadinamoji ***statistinė suma***, kurios vertė gaunama iš sąlygos, kad visų tikimybių suma būtų lygi vienetui. Bendruoju atveju kiekvieną iš lygmenų E_b ir E_a gali atitikti kelios kvantinės būsenos. Bolcmano pasiskirstymo formulė (5.3.9) nusako *vienos kvantinės būsenos* tikimybę, kai sistema yra termodinaminės pusiausvyros. Norint gauti tikimybę P, kad branduolys bus duotajame *energijos lygmenyje* E_b (nekonkretizuojant kvantinės būsenos), tą išraišką reikia padauginti iš kvantinių būsenų, kurios atitinka tą lygmenį, skaičiaus g_b. Todėl tikimybės $P(E_a)$ ir $P(E_b)$ yra

$$P(E_b) = \frac{g_b}{Z}\exp\left(-\frac{E_b}{k_\mathrm{B}T}\right) \text{ ir } P(E_a) = \frac{g_a}{Z}\exp\left(-\frac{E_a}{k_\mathrm{B}T}\right). \tag{5.3.10}$$

Jeigu pilnutinis branduolių skaičius yra lygus N, tada $N_n = N{\cdot}P(E_n)$ ir $N_m = N{\cdot}P(E_m)$. Vadinasi,

$$\frac{N_b}{N_a} = \frac{g_b}{g_a}\exp\left(\frac{E_a - E_b}{k_\mathrm{B}T}\right) = \frac{g_b}{g_a}\exp\left(\frac{\hbar\omega_{ab}}{k_\mathrm{B}T}\right); \tag{5.3.11}$$

Įrašę (5.3.11) į (5.3.8), matome:

$$W_\omega(\omega_{ab}) = \frac{A_{ab}}{\dfrac{g_b}{g_a}B_{ba}\exp\left(\dfrac{\hbar\omega_{ab}}{k_\mathrm{B}T}\right) - B_{ab}}\,. \tag{5.3.12}$$

Kadangi ši išraiška gauta remiantis prielaida, kad branduolių sistema yra termodinaminės pusiausvyros, tai (5.3.12) yra *šiluminės spinduliuotės* energijos spektrinis tankis. Vadinasi, (5.3.12) reiškinys turi sutapti su šiluminės spinduliuotės energijos spektrinio tankio išraiška, kurią nusako ***Planko spinduliavimo dėsnis*** (***Planko formulė***):

$$W_{\omega,T} = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3}\cdot\frac{1}{\exp\left(\dfrac{\hbar\omega}{k_\mathrm{B}T}\right) - 1}\,. \tag{5.3.13}$$

Įsitikinsime, kad iš šio reikalavimo išplaukia du sąryšiai tarp Einšteino koeficientų A_{ab}, B_{ab} ir B_{ba}. Visų pirma iš Planko formulės (5.3.13) išplaukia, kad, kai $T \to \infty$, energijos spektrinis tankis $W_\omega(\omega_{ab})$ turi artėti į begalybę. Tai reiškia, kad trupmenos (5.3.12) vardiklis turi artėti į nulį. Todėl

$$g_b B_{ba} = g_a B_{ab} . \tag{5.3.14}$$

Padauginus (5.3.12) trupmenos skaitiklį ir vardiklį iš g_a ir atsižvelgus į (5.3.14), gaunama tokia lygybė:

$$W_\omega = \frac{A_{ab}}{B_{ab}} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega_{ab}}{k_B T}\right) - 1} \tag{5.3.15}$$

Palyginus (5.3.15) su Planko formule (5.3.13), akivaizdu, kad abiejų reiškinių antroji trupmena yra vienoda. Vadinasi, abu šie reiškiniai gali tapačiai sutapti tik tada, kai ir pirmoji trupmena yra vienoda:

$$\frac{A_{ab}}{B_{ab}} = \frac{\hbar\omega_{ab}^3}{\pi^2 c^3} . \tag{5.3.16}$$

Du sąryšiai (5.3.14) ir (5.3.16) dar neleidžia vienareikšmiškai apskaičiuoti trijų Einšteino koeficientų. T. y. vienas koeficientas turi būti apskaičiuotas kitais metodais. Pvz., praeitame skyriuje buvo išvesta branduolio savaiminio spinduliuojamojo kvantinio šuolio tikimybės per laiko vienetą išraiška (5.2.24) ir (5.2.25), kuri išplaukia iš Maksvelo lygčių, kai spinduliuotės šaltinio matmenys yra daug mažesni už bangos ilgį. Pagal apibrėžtį ta tikimybė yra Einšteino koeficientas A (atitinkantis ilgabangę spinduliuotę). Atskiras atvejis – E1 šuolio tikimybės per laiko vienetą išraiška (5.2.55). Kitame skirsnyje ta pati išraiška bus išvesta taikant tik kvantinės mechanikos metodus.

5.3.2. Spinduliuojamųjų kvantinių šuolių teorija

Šrėdingerio lygtis

$$\hat{H}\Psi = -\frac{\hbar}{\mathrm{i}}\frac{\partial\Psi}{\partial t} \tag{5.3.17}$$

yra tiesinė diferencialinė lygtis, kurios sprendimo sudėtingumas priklauso nuo hamiltoniano $\hat{H}$ pavidalo. Dažniausiai ši lygtis sprendžiama artutiniais metodais. Vienas iš svarbiausių artutinių metodų, kurie naudojami kvantinėje mechanikoje, yra trikdymų teorija. Trikdymų teorija taikytina tais atvejais, kai tiriamosios kvantinės sistemos hamiltonianą $\hat{H}$ galima išreikšti suma hamiltoniano $\hat{H}^{(0)}$, kurio tikrinės funkcijos $\Psi^{(0)}$ ir tikrinės vertės $E^{(0)}$ yra žinomos, ir mažo dėmens $\hat{V}$, kuris vadinamas hamiltoniano ***trikdžiu***:

$$\hat{H} = \hat{H}^{(0)} + \hat{V}(t), \tag{5.3.18}$$

$$\hat{H}^{(0)}\Psi^{(0)} = E^{(0)}\Psi^{(0)} . \tag{5.3.19}$$

Pastaroji lygtis atspindi prielaidą, kad nesutrikdytasis hamiltonianas $\hat{H}^{(0)}$ išreikštu pavidalu nepriklauso nuo laiko, t. y. jo tikrinės funkcijos $\Psi^{(0)}$ atitinka (1.1.5) lygybę:

$$\Psi_n^{(0)} = \psi_n^{(0)} \exp\left(-\mathrm{i}\frac{E_n^{(0)}}{\hbar}t\right); \tag{5.3.20}$$

čia $\psi_n^{(0)}$ išreikštu pavidalu nepriklauso nuo laiko (apatinis indeksas – tai tikrinės funkcijos numeris; visos tikrinės funkcijos yra tiesiškai nepriklausomos). Kadangi tikrinės funkcijos $\Psi_n^{(0)}$ sudaro pilnąją ortogonaliųjų funkcijų sistemą, tai (5.3.17) lygties sprendinius Ψ galima išreikšti „nesutrikdytojo“ hamiltoniano tikrinių funkcijų tiesiniu dariniu. T.y., jeigu nesutrikdytą būseną nusako funkcija $\Psi_a^{(0)}$, tada

$$\Psi = \Psi_a^{(0)} + \sum_n C_n(t)\Psi_n^{(0)} \tag{5.3.21}$$

Trikdymų teorija suformuluoja šių tiesinių darinių koeficientų C_n skaičiavimo metodą, kai trikdys $\hat{V}$ yra pakankamai mažas. Sutrikdytosios banginės funkcijos apskaičiuojamos nuosekliųjų artinių metodu. T. y. prie tiksliojo sprendinio artėjama nuosekliai, žingsnis po žingsnio, ir kiekviename žingsnyje naudojami ankstesnio žingsnio rezultatai. Vienas toks žingsnis atitinka vieną ***artinį***. Taigi,

$$C_n = C_n^{(1)} + C_n^{(2)} + \ldots; \tag{5.3.22}$$

čia $C_n^{(1)}$ yra n-tojo koeficiento pirmasis artinys, $C_n^{(2)}$ to koeficiento antrojo artinio pataisa ir t. t. Šios pataisos mažėja didėjant artinio numeriui, todėl apytikslėje analizėje dažnai galima apsiriboti tik pirmuoju artiniu.

Trikdymų teorija teigia, kad, jeigu pradinę būseną nusako nesutrikdyto hamiltoniano tikrinė funkcija $\Psi_a^{(0)}$, o trikdys $V(t)$ atsiranda laiko momentu $t = 0$, tada pirmojo artinio koeficientų pataisos yra tokios:

$$C_n(t) = -\frac{\mathrm{i}}{\hbar}\int_0^t V_{na}(\tau)\exp\left(\mathrm{i}\frac{E_n^{(0)} - E_a^{(0)}}{\hbar}\tau\right)\mathrm{d}\tau\,. \tag{5.3.23}$$

Čia dydis V_{na} – tai trikdžio hamiltoniano ***matricos elementas*** operatoriaus $\hat{H}^{(0)}$ tikrinių funkcijų bazėje:

$$V_{na}(t) \equiv \int \psi_n^{(0)*}\hat{V}(t)\psi_a^{(0)}\mathrm{d}\upsilon\,. \tag{5.3.24}$$

Remdamiesi (5.3.23) formule, apskaičiuosime priverstinių kvantinių šuolių tikimybę per laiko vienetą. Tarkime, kad laiko momentu $t = 0$ sistemos banginė funkcija yra hamiltoniano $\hat{H}^{(0)}$ tikrinė funkcija $\Psi_a^{(0)}$, o sistemos energija lygi atitinkamai tikrinei vertei E_a. Kvantinė mechanika teigia, kad tuo atveju, kai sistemos hamiltonianas yra tiksliai lygus $\hat{H}^{(0)}$ (t. y. kai nėra jokių trikdžių), sistemos būsena nesikeis neribotai ilgai. Todėl tokia sistemos būsena, kai sistemos energija turi tiksliai apibrėžtą vertę, yra vadinama ***nuostoviąja būsena***. Nuostoviųjų būsenų banginės funkcijos ir energijos yra nuostoviosios Šrėdingerio lygties sprendiniai. Jeigu sistemos hamiltonianas yra tik apytiksliai lygus $\hat{H}^{(0)}$ (t. y. jeigu egzistuoja trikdžiai), tada po tam tikro laiko t sistemos būsena gali pasikeisti. Bendruoju atveju naujoji sistemos būsena jau nebus apibūdinama apibrėžta energijos E verte, ir jos banginė funkcija bus lygi „nesutrikdytųjų“ tikrinių funkcijų tiesiniam dariniui (5.3.21). Pagal kvantinės mechanikos postulatus dydis $|C_b(t)|^2$ nusako tikimybę, kad, laiko momentu t atlikus matavimą, sistemos kvantinė būsena atitiks vieną iš hamiltoniano $\hat{H}^{(0)}$ tikrinių verčių E_b. Jeigu išmatuotoji sistemos energijos vertė $E_b \neq E_a$, tada sakoma, kad įvyko sistemos ***kvantinis šuolis*** iš lygmens E_a į lygmenį E_b. Atitinkamai dydį $|C_b(t)|^2$ galima vadinti ***kvantinio šuolio*** $E_a \to E_b$ ***tikimybe per laiką*** t ir žymėti $P_{ab}(t)$:

$$P_{ab}(t) = |C_b(t)|^2. \tag{5.3.25}$$

Kai trikdys yra pakankamai silpnas, koeficientus $C_b(t)$ galima skaičiuoti pagal (5.3.23) formulę. Kaip pavyzdį, aptarsime harmoninio trikdžio atvejį:

$$\hat{H}_{\mathrm{tr}}(t) = \hat{H}'_{\mathrm{tr}}\sin\omega t\,; \tag{5.3.26}$$

čia ω yra trikdžio kampinis dažnis (teigiamas dydis), o $\hat{H}'_{\mathrm{tr}}$ yra trikdžio amplitudė, kuri nepriklauso nuo laiko. Pasinaudoję tuo, kad $\exp(\mathrm{i}\omega t) = \cos(\omega t) + \mathrm{i}\cdot\sin(\omega t)$, (5.3.26) lygybę užrašome kompleksiniu pavidalu:

$$\hat{H}_{\mathrm{tr}}(t) = \frac{1}{2\mathrm{i}}\hat{H}'_{\mathrm{tr}}(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t} - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t})\,; \tag{5.3.27}$$

Vadinasi, harmoninį trikdį (5.3.26) galima laikyti dviejų tokio pavidalo trikdžių suma:

$$\hat{V}(t) = \hat{V}'\mathrm{e}^{\pm\mathrm{i}\omega t} \tag{5.3.28}$$

(pvz., (5.3.27) trikdžio atveju $\hat{V}' = \hat{H}'_{\mathrm{tr}}/(2\mathrm{i})$). Šio trikdžio matricos elementas, kuris įeina į (5.3.23), yra lygus

$$V_{ba}(t) = V'_{ba}\mathrm{e}^{\pm\mathrm{i}\omega t}\,; \tag{5.3.29}$$

čia V'_{ba} yra trikdžio amplitudės matricos elementas:

$$V'_{ba} \equiv \int \psi_b^{(0)*}\hat{V}'\psi_a^{(0)}\mathrm{d}\upsilon\,. \tag{5.3.30}$$

Įrašę (5.3.29) į (5.3.23) ir integravę laiko atžvilgiu, išvedame:

$$C_b^{(1)}(t) = -\frac{\mathrm{i}}{\hbar}V'_{ba}\frac{\exp\left[\mathrm{i}(\omega_{ba} \pm \omega)t\right] - 1}{\mathrm{i}(\omega_{ba} \pm \omega)}\,; \tag{5.3.31}$$

čia dažnis ω_{ba} yra priešingas dažniui ω_{ab}, kuris apibrėžiamas (5.3.1) lygybe. Įrašę (5.3.31) į (5.3.25), gauname šuolio $E_a \to E_b$ tikimybės per laiką t išraišką. Vadinasi, šuolio tikimybė *per laiko vienetą* yra lygi minėtosios tikimybės išvestinei laiko atžvilgiu. Diferencijavus tą išraišką laiko atžvilgiu, gaunama priverstinio kvantinio šuolio tikimybė per laiko vienetą:

$$\lambda_{ab} \equiv \frac{\mathrm{d}P_{ab}^{(\mathrm{p})}}{\mathrm{d}t} = \frac{2\,|V_{ba}|^2}{\hbar^2} \cdot \frac{\sin\left[(\omega_{ba} \pm \omega)t\right]}{\omega_{ba} \pm \omega}\,; \tag{5.3.32}$$

čia vartojamas žymuo V_{ba}, o ne V'_{ba}, nes $|V_{ba}| = |V'_{ba}|$. Antroji trupmena kaip dydžio $x \equiv \omega_{ba} \pm \omega$ funkcija turi maksimumą taške $x = 0$. Jeigu tiriamasis argumento verčių intervalas $\Delta\omega$ yra daug platesnis už to maksimumo plotį $2\pi/t$ (t. y. jeigu $t >> 2\pi / \Delta\omega$), tada šią funkciją galima aproksimuoti Dirako delta funkcija. Tipiški energijų intervalai, kurie tiriami branduolio fizikoje, yra platesni už 1 keV, t. y. $\Delta\omega > 1\ \mathrm{keV} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C} / \hbar \approx 1{,}5 \cdot 10^{18}\ \mathrm{s}^{-1}$. Vadinasi, jeigu mus domina sistemos būsenos pokytis per laiką t, kuris yra daug didesnis už $2\pi / (1{,}5 \cdot 10^{18}\ \mathrm{s}^{-1}) \approx 4 \cdot 10^{-18}$ s, tada (5.3.32) reiškinyje galima pereiti prie ribos $t \to \infty$ ir pasinaudoti δ funkcijos asimptotine išraiška

$$\delta(x) = \lim_{d \to 0} \frac{1}{\pi x} \sin\left(\frac{x}{d}\right). \tag{5.3.33}$$

Vadinasi,

$$\lambda_{ab} = \frac{2\pi}{\hbar^2}\,|V_{ba}|^2\,\delta(\omega_{ba} - \omega) = \frac{2\pi}{\hbar}\,|V_{ba}|^2\,\delta(E_b - E_a - \hbar\omega)\,, \quad \text{kai } E_b > E_a; \tag{5.3.34a}$$

čia pasinaudota δ funkcijos savybe $\delta(dx) = \delta(x) / d$. Analogišką išraišką gauname, kai $E_b < E_a$ (t. y. kai $\omega_{ba} < 0$):

$$\lambda_{ab} = \frac{2\pi}{\hbar^2}\,|V_{ba}|^2\,\delta(\omega_{ba} + \omega) = \frac{2\pi}{\hbar}\,|V_{ba}|^2\,\delta(E_b - E_a + \hbar\omega)\,, \quad \text{kai } E_b < E_a. \tag{5.3.34b}$$

Vadinasi, *harmoninis trikdys gali sukelti tik tuos kvantinius šuolius, kurių metu energijos pokytis yra lygus arba priešingas Planko konstantos ir trikdžio dažnio sandaugai*:

$$E_b - E_a = \pm\hbar\omega\,. \tag{5.3.35}$$

Ši sąlyga atspindi energijos tvermės dėsnį: nors sistemos energija pasikeičia, tačiau *pilnutinė* energija, į kurią dar įeina ir trikdžių šaltinio (pvz., elektromagnetinės spinduliuotės) energija, turi likti nepakitusi. Todėl sistemos energijos pokytis ($E_b - E_a$) yra priešingas trikdžių šaltinio energijos pokyčiui. Jeigu trikdys yra dažnio ω elektromagnetinė banga, tada to trikdžio sukeltas šuolis į aukštesnį energijos lygmenį (kai $E_b > E_a$) vyksta sugeriant dažnio ω_{ba} fotoną. Šuolis į žemesnį lygmenį (kai $E_b < E_a$) vyksta išspinduliuojant dažnio ω_{ab} fotoną. Tai yra vadinamasis priverstinis spinduliavimas. Įvykus priverstiniam kvantiniam šuoliui į žemesnį energijos lygmenį, pilnutinis fotonų skaičius padidėja, nes šuolį sukėlęs fotonas neišnyksta. Taigi, spinduliuotė yra sustiprinama.

Naudodamiesi (5.3.34a) lygybe, išreikšime branduolio protono kvantinio šuolio tikimybę išoriniame kintamajame elektriniame lauke, kurio kampinis dažnis ω. Tokio elektrinio lauko stiprio išraiška yra

$$\boldsymbol{\mathcal{E}}_0 \sin(\omega t) = \boldsymbol{\mathcal{E}}_0 \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t} - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}}{2\mathrm{i}}\,; \tag{5.3.36}$$

čia $\boldsymbol{\mathcal{E}}_0$ yra elektrinio lauko amplitudės vektorius. Šiuo atveju hamiltoniano trikdys yra protono potencinė energija tame lauke:

$$\hat{H}_{\mathrm{tr}}(t) = e(\boldsymbol{r} \cdot \boldsymbol{\mathcal{E}}_0) \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t} - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}}{2\mathrm{i}}\,; \tag{5.3.37}$$

čia $\boldsymbol{r}$ yra protono spindulys vektorius. Taigi, šį trikdį galima išreikšti dviejų (5.3.28) pavidalo dėmenų suma. Vieno tokio dėmens amplitudė yra lygi

$$\hat{V}' = \frac{e(\boldsymbol{r} \cdot \boldsymbol{\mathcal{E}}_0)}{2\mathrm{i}}\,. \tag{5.3.38}$$

Todėl trikdžio matricos elemento modulis yra lygus

$$|V_{ba}| = \frac{1}{2} e\,|\boldsymbol{r}_{ba} \cdot \boldsymbol{\mathcal{E}}_0| = \frac{1}{2} e\,|\boldsymbol{r}_{ba}|\,\mathscr{E}_0 \cos\theta_{ba}\,; \tag{5.3.39}$$

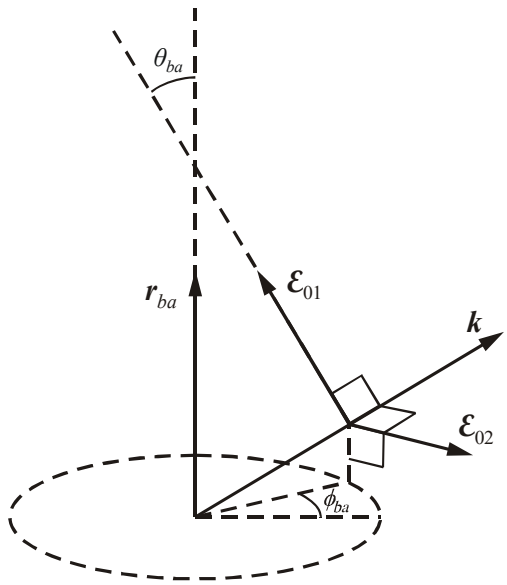
čia $\boldsymbol{r}_{na}$ yra spindulio vektoriaus matricos elementas:

$$\boldsymbol{r}_{ba} \equiv \int \psi_b^* \boldsymbol{r} \psi_a \mathrm{d}\upsilon \tag{5.3.40}$$

(toliau banginių funkcijų žymenyse nerašysime viršutinio indekso „(0)“), o θ_{ba} yra kampas tarp vektorių $\boldsymbol{\mathcal{E}}_0$ ir $\boldsymbol{r}_{ba}$. Įrašę (5.3.39) į (5.3.34a) ir pasinaudoję tuo, kad δ funkcija yra lyginė, matome:

$$\lambda_{ab} = \frac{\pi}{2\hbar^2} e^2 \,|\, \boldsymbol{r}_{ba} \,|^2 \, \mathscr{E}_0^2 \cos^2 \theta_{ba} \cdot \delta(\omega - \omega_{ba}) \,. \tag{5.3.41}$$

Matome, kad kvantinių šuolių, kuriuos sukelia kintamasis elektrinis laukas, tikimybė per laiko vienetą yra proporcinga protono spindulio vektoriaus matricos elemento modulio kvadratui $|\boldsymbol{r}_{ba}|^2$. Kintamojo elektrinio lauko šaltinis gali būti, pvz., elektromagnetinė banga, kurios bangos ilgis yra daug didesnis už branduolio matmenis. Kampas θ_{ba} priklauso nuo vektoriaus $\boldsymbol{\mathcal{E}}_0$ krypties, o pastaroji priklauso nuo spinduliuotės sklidimo krypties ir spinduliuotės poliarizacijos. Žinome, kad bet kokios poliarizacijos skersinę elektromagnetinę bangą galima išreikšti sudėjus dvi tiesiškai poliarizuotas bangas, kurių poliarizacijos plokštumos yra statmenos viena kitai. Vieną iš tų dviejų plokštumų pasirinksime taip, kad jai priklausytų vektorius $\boldsymbol{r}_{ba}$ (žr. 5.11 pav.). Atitinkamą elektrinio lauko vektorių žymėsime $\boldsymbol{\mathcal{E}}_{01}$, o jai statmeno elektrinio lauko amplitudės vektorių žymėsime $\boldsymbol{\mathcal{E}}_{02}$ (šias dvi tiesines poliarizacijas vadinsime atitinkamai „pirmąja poliarizacija“ ir „antrąja poliarizacija“). Tada, kaip matome 5.11 pav., kampas tarp $\boldsymbol{r}_{na}$ ir vektoriaus $\boldsymbol{\mathcal{E}}_{01}$ yra lygus θ_{ba}, o kampas tarp $\boldsymbol{r}_{ba}$ ir $\boldsymbol{\mathcal{E}}_{02}$ yra visada lygus 90º (nepriklausomai nuo spinduliuotės sklidimo krypties). Vadinasi, pirmosios poliarizacijos spinduliuotės fotono sugerties tikimybę per laiko vienetą nusako (5.3.41) reiškinys, o antrosios poliarizacijos spinduliuotės fotono sugerties tikimybė yra lygi nuliui (nes cos(π/2) = 0):



5.11 pav. Dvi spinduliuotės poliarizacijos: pirmajai poliarizacijos plokštumai priklauso spindulio vektoriaus matricos elementas $\boldsymbol{r}_{ba}$, o antroji poliarizacijos plokštuma yra statmena pirmajai. $\boldsymbol{k}$ yra spinduliuotės bangos vektorius

$$\lambda_{ab}^{(1)} = \frac{\pi}{2\hbar^2} e^2 \,|\, \boldsymbol{r}_{ba} \,|^2 \, \mathscr{E}_0^2 \cos^2 \theta_{ba} \cdot \delta(\omega - \omega_{ba}) \,; \tag{5.3.42a}$$

$$\lambda_{ab}^{(2)} = 0 \,. \tag{5.3.42b}$$

(5.3.42a,b) išraiškos gautos remiantis prielaida, kad spinduliuotės kryptis ir elektrinio lauko kryptis (t. y. poliarizacijos plokštuma) yra tiksliai apibrėžtos. Bendruoju atveju kiekvienos iš dviejų galimųjų poliarizacijų spinduliuotei yra būdingas tam tikras krypčių pasiskirstymas. Tada priverstinio šuolio tikimybė per laiko vienetą yra lygi dydžio $\lambda_{ab}^{(p)}$ (p = 1, 2) vidurkiui visų krypčių atžvilgiu ir abiejų poliarizacijų atžvilgiu. Jeigu spinduliuotė yra izotropinė ir nepoliarizuota, tada minėtasis vidurkis skaičiuojamas palyginti paprastai: reikia integruoti reiškinių (5.3.42a) ir (5.3.42b) aritmetinį vidurkį visų galimų spinduliuotės *sklidimo* krypčių atžvilgiu (t. y. erdvinio kampo atžvilgiu) ir tą integralą padalyti iš 4π:

$$\lambda_{ab} = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\lambda_{ab}^{(1)} + \lambda_{ab}^{(2)}}{2} \mathrm{d}\Omega = \frac{1}{8\pi} \int \lambda_{ab}^{(1)} \mathrm{d}\Omega \,; \tag{5.3.43}$$

čia $\mathrm{d}\Omega$ yra erdvinio kampo elementas:

$$\mathrm{d}\Omega = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta_{ba}\right) \mathrm{d}\theta_{ba} \mathrm{d}\phi_{ba} = \cos\theta_{ba} \mathrm{d}\theta_{ba} \mathrm{d}\phi_{ba} \tag{5.3.44}$$

(čia pasinaudota tuo, kad kampas tarp spinduliuotės sklidimo krypties ir vektoriaus $\boldsymbol{r}_{ba}$ yra lygus $\pi/2 - \theta_{ba}$). Kampo θ_{ba} integravimo ribos yra nuo $-\pi/2$ iki $+\pi/2$, o kampo ϕ_{ba} – nuo 0 iki 2π. Įrašę (5.3.42a) į (5.3.43) ir integravę, gauname priverstinio šuolio $a \to b$ tikimybę ilgabangės izotropinės nepoliarizuotos spinduliuotės sąlygomis:

$$\lambda_{ab} = \frac{\pi}{6\hbar^2} e^2 \,|\, \boldsymbol{r}_{ba} \,|^2 \, \mathscr{E}_0^2 \cdot \delta(\omega - \omega_{ba}) \,. \tag{5.3.45}$$

Į (5.3.34a,b) ir (5.3.45) reiškinius įeina Dirako delta funkcija, nes laikoma, jog ir trikdžio dažnis ω, ir kvantinio šuolio dažnis ω_{ba} yra tiksliai apibrėžti. Tikrovėje taip niekada nebūna. Pvz., elektromagnetinė spinduliuotė yra įvairių dažnių bangų superpozicija, ir tų bangų dažniai yra tolygiai pasiskirstę tam tikrame intervale, o sužadintieji energijos lygmenys turi tam tikrą baigtinį plotį, kuris susijęs su jų baigtine gyvavimo trukme, t. y. kvantinio šuolio dažnis ω_{ba} taip pat nėra absoliučiai tiksliai apibrėžtas. Kartais intervalai tarp energijos lygmenų būna mažesni už šį lygmenų išplitimą. Tada galima teigti, kad kvantinių būsenų energijos yra tolygiai pasiskirsčiusios tam tikrame energijos intervale (t. y. sistemos energijos spektras yra tolydus). Bendruoju atveju, skaičiuojant kvantinių šuolių tikimybes, reikia atsižvelgti ir į trikdžio dažnio pasiskirstymą, ir į kvantinio šuolio dažnio pasiskirstymą. Tačiau kartais trikdžio dažnio ω ir kvantinio šuolio dažnio ω_{ba} pasiskirstymų pločiai skiriasi keliomis eilėmis. Tada kurį nors vieną iš šių pasiskirstymų galima pakeisti delta funkcijos pavidalo skirstiniu. Taigi, yra galimi du ribiniai atvejai, kurie trumpai išnagrinėti toliau.

Tarkime, kad trikdžio dažnis ω yra tiksliai apibrėžtas, o energijos lygmenų pasiskirstymui nėra jokių apribojimų. Tokiu atveju (5.3.34a,b) reiškiniuose delta funkciją reikia pakeisti galutinių būsenų energiniu tankiu $\rho(E_b)$. Būsenų tankio ρ prasmė – tai nuostoviųjų būsenų skaičius vienetiniame energijos intervale. Esant tolydžiam galutinių būsenų energiniam pasiskirstymui, priverstinio šuolio iš energijos lygmens E_a į lygmenį E_b tikimybė per laiko vienetą yra lygi

$$\lambda_{ab} = \frac{2\pi}{\hbar} |V_{ba}|^2 \, \rho(E_b) . \tag{5.3.46}$$

Taigi, *kvantinio šuolio tikimybė per laiko vienetą yra tiesiog proporcinga trikdžio matricos elemento modulio kvadratui ir galutinių būsenų tankiui*.

Dabar tarkime, kad dažnis ω_{ba} yra tiksliai apibrėžtas, o trikdžio dažnių spektrui nėra jokių apribojimų. Kaip ir anksčiau aptartu atveju, šuolio tikimybės per laiko vienetą išraiškoje nelieka δ funkcijos, tačiau šiuo atveju šuolio tikimybė per laiko vienetą λ_{ba} yra proporcinga ne sistemos būsenų energiniam tankiui, o trikdžio energijos spektriniam tankiui. Kaip pavyzdį, vėl aptarsime elektromagnetinės spinduliuotės atvejį. Pagal elementariąją kvantinę spinduliuotės teoriją (žr. 5.3.1 skyrių) priverstinio šuolio $a \to b$ tikimybė per laiko vienetą yra lygi

$$\lambda_{ab} = B_{ab} W_{\omega}(\omega_{ba}) ; \tag{5.3.47}$$

čia B_{ab} yra vienas iš Einšteino koeficientų, o $W_{\omega}(\omega_{ba})$ yra šuolį stimuliuojančios spinduliuotės energijos spektrinis tankis esant dažniui ω_{ba} (žr. (5.3.3)). (5.3.47) lygybė galioja esant bet kokio pavidalo energijos spektriniam tankiui W_{ω}. Vadinasi, ji turi galioti ir monochromatinės spinduliuotės atveju. Didelio bangos ilgio monochromatinės, izotropinės ir nepoliarizuotos spinduliuotės atveju priverstinio kvantinio šuolio tikimybę per laiko vienetą nusako (5.3.45) reiškinys. Vadinasi, norint gauti Einšteino koeficiento B_{ab} išraišką didelio bangos ilgio spinduliuotės atvejui, pakanka (5.3.45) reiškinį padalyti iš $W_{\omega}(\omega)$, kai elektromagnetinė spinduliuotė yra monochromatinė, o jos dažnis yra lygus ω_{ba}. Iš elektrodinamikos žinoma, kad plokščiojoje elektromagnetinėje bangoje elektrinio ir magnetinio laukų energijos tankių suma yra lygi $\varepsilon_0 \mathscr{E}^2$, kur $\mathscr{E}$ yra elektrinio lauko stiprio modulis. Kadangi elektrinis laukas kinta laike harmoniniu dėsniu, tai šio reiškinio laikinis vidurkis yra lygus $\varepsilon_0 \mathscr{E}_0^2 / 2$, kur $\mathscr{E}_0$ yra lauko amplitudės modulis. Kadangi dažnis yra tiksliai apibrėžtas ir lygus ω_{ba}, tai elektromagnetinio lauko energijos *spektrinis* tankis yra gaunamas padauginus tūrinį tankį iš $\delta(\omega - \omega_{ba})$:

$$W_{\omega}(\omega) = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \mathscr{E}_0^2 \delta(\omega - \omega_{ba}) . \tag{5.3.48}$$

Padaliję (5.3.45) iš (5.3.48), gauname Einšteino koeficiento B_{an} išraišką didelių bangos ilgių atveju:

$$B_{ab} = \frac{\pi}{3\varepsilon_0 \hbar^2} e^2 \, |\boldsymbol{r}_{ba}|^2 . \tag{5.3.49}$$

Anksčiau buvo minėta, kad kvantinės mechanikos požiūriu sistema bus nuostovios būsenos tol, kol nėra išorinių poveikių (žr. pastraipą po (5.3.24) formulės). Tačiau tikrovėje šis teiginys galioja tik pagrindinei (mažiausios energijos) būsenai. Sužadintosios būsenos branduolys visada pereina į pagrindinę būseną, – net ir tada, kai nėra jokių išorinių poveikių. Šis prieštaravimas aiškinamas tuo, kad kvantinė mechanika nagrinėja grynai mechaninę problemą: dalelių judėjimą išoriniuose laukuose, kurie yra žinomi (pvz., protono judėjimą branduolio elektrostatiniame lauke arba išoriniame

elektromagnetiniame lauke). Taigi, neatsižvelgiama į tai, kad judanti elektringoji dalelė pati sukuria elektromagnetinį lauką, kuris veikia ją pačią. Tai yra reliatyvistinis efektas, kurį galima teisingai aprašyti tik taikant reliatyvistinę teoriją – kvantinę elektrodinamiką. Panaši padėtis egzistuoja ir klasikinėje fizikoje: klasikinė mechanika teigia, kad, dalelei judant potencialiniame jėgų lauke, jos pilnutinė mechaninė energija yra tvari. Tokio judėjimo pavyzdys yra elektringosios dalelės judėjimas elektrostatiniame lauke. Tačiau klasikinėje elektrodinamikoje įrodoma, kad tokiu atveju dalelės energija turi mažėti, nes su pagreičiu judanti elektringoji dalelė spinduliuoja elektromagnetines bangas. Būtent todėl ankstesnė daugiapolės spinduliuotės analizė rėmėsi Maksvelo lygtimis.

Nors vien tik kvantinės mechanikos metodais negalima apskaičiuoti savaiminio spinduliuojamojo kvantinio šuolio tikimybės per laiko vienetą (t. y. Einšteino koeficiento A_{ba}), tačiau, kaip minėta, tą tikimybę galima išreikšti pasinaudojus žinomu sąryšiu tarp savaiminio ir priverstinio spinduliavimo Einšteino koeficientų (žr. (5.3.16)):

$$A_{ba} = \frac{\hbar\omega_{ba}^3}{\pi^2 c^3} B_{ba} . \tag{5.3.50}$$

Jeigu $g_b = g_a$, tada $B_{ba} = B_{ab}$ (žr. (5.3.14)). Jeigu spinduliuotės, kuri atsiranda dėl šuolio $b \to a$, bangos ilgis yra daug didesnis už branduolio matmenis, tada koeficientą B_{ab} galima apskaičiuoti pagal (5.3.49). Įrašę (5.3.49) reiškinį į (5.3.50), išvedame:

$$A_{ba} = \frac{\omega_{ba}^3}{3\pi\varepsilon_0 c^3 \hbar} e^2 \, |\boldsymbol{r}_{ba}|^2 . \tag{5.3.51}$$

Šis reiškinys sutampa su (5.2.55) reiškiniu, kuris gautas remiantis anksčiau aprašyta daugiapolės spinduliuotės teorija. Taigi, įsitikinome, kad taikiant klasikinę daugiapolės spinduliuotės teoriją ir modifikuojant jos išvadas taip, kaip paaiškinta 5.2.4–5.2.5 skyriuose, yra gaunamos teisingos kvantinių šuolių tikimybės.

Matome, kad savaiminio kvantinio šuolio tikimybė per laiko vienetą yra proporcinga spindulio vektoriaus matricos elemento modulio kvadratui (kaip ir kvantinių šuolių, kuriuos stimuliuoja kintamasis elektrinis laukas, tikimybė: žr. (5.3.45)). Iš šio matricos elemento išraiškos (5.3.40) matome, kad jis priklauso nuo funkcijų ψ_b ir ψ_a sanklotos erdvėje. T. y. šuolio tikimybė yra tuo mažesnė, kuo mažesnė erdvės sritis, kurioje abi banginės funkcijos ψ_b ir ψ_a kartu pastebimai skiriasi nuo nulio.

Jeigu spindulio vektoriaus matricos elementas lygus nuliui, tada atitinkamas kvantinis šuolis yra vadinamas ***draudžiamuoju šuoliu***. Šuoliai, kuriuos atitinkantis spindulio vektoriaus matricos elementas skiriasi nuo nulio, vadinami ***leidžiamaisiais šuoliais***. Taisyklės, kurios nusako leidžiamuosius ir draudžiamuosius šuolius, vadinamos ***kvantinių šuolių atrankos taisyklėmis***. Pvz., išreiškus harmoninio osciliatoriaus spindulio vektoriaus matricos elementą, gaunama, kad jis skiriasi nuo nulio tik tada, kai šuolis vyksta tarp gretimų kvantinio osciliatoriaus energijos lygmenų, kuriuos nusako kvantinis skaičius n. Tai reiškia, kad harmoninio osciliatoriaus atrankos taisyklė yra

$$\Delta n = \pm 1 . \tag{5.3.52}$$

Branduolio leidžiamieji kvantiniai šuoliai – tai E1 šuoliai. Todėl branduolio kvantinių šuolių atrankos taisyklės – tai E1 šuolio sąlygos:

$\Delta J = 0, \pm 1$ (tačiau šuoliai tarp lygmenų su $J = 0$ yra draudžiamieji), (5.3.53a)

$\Delta m_J = 0, \pm 1$ (tačiau šuoliai tarp lygmenų su $m_J = 0$ ir vienodais J yra draudžiamieji), (5.3.53d)

$\Pi = -\Pi'$; (5.3.53e)

Kaip rodo praeito skyriaus (apie daugiapolę spinduliuotę) rezultatai, net jeigu šuolis yra draudžiamasis, tai nereiškia, kad jis yra negalimas. Tačiau draudžiamųjų šuolių tikimybė per laiko vienetą yra daug mažesnė negu leidžiamųjų.

5.3.3. *Spinduliuotės linijos forma. Natūralusis linijos plotis*

Tarkime, turime didelį skaičių N_0 branduolių, kurie sužadinti į tą patį energijos lygmenį E_n. Jeigu ši būsena būtų nuostovioji, tada visų branduolių energija nesikeistų neribotai ilgai ir kiekvieno branduolio banginė funkcija būtų lygi

$$\Psi_n(\boldsymbol{r}, t) = \psi_n(\boldsymbol{r}) \mathrm{e}^{-\mathrm{i}E_n t/\hbar} . \tag{5.3.54}$$

Tačiau kiekvienas branduolys po tam tikro laiko savaime pereina į pagrindinį energijos lygmenį E_m išspinduliuodamas energijos kvantą. Šis laikas skirtingiems branduoliams gali būti labai įvairus; jo

vidurkis yra lygus sužadintosios būsenos n vidutinei gyvavimo trukmei τ_n. Pagal kvantinio šuolio tikimybės per laiko vienetą prasmę sužadintųjų branduolių skaičiaus pokytis per nykstamąjį laiką dt (t. y. per tą laiką įvykusių kvantinių šuolių skaičius su minuso ženklu) yra

$$\mathrm{d}N = -\lambda_n N \mathrm{d}t\,; \tag{5.3.55}$$

čia N yra sužadintųjų branduolių skaičius duotuoju laiko momentu, o λ_n yra savaiminio šuolio iš lygmens E_n tikimybė per laiko vienetą ($\lambda_n = 1 / \tau_n$). Padaliję abi puses iš dt, gauname diferencialinę lygtį, kurios sprendinys yra eksponentinė laiko funkcija:

$$N(t) = N_0 \mathrm{e}^{-\lambda_n t}\,; \tag{5.3.56}$$

čia laikas t atskaitomas nuo laiko momento, kai visi N_0 branduolių buvo sužadinti (t. y. kai kiekvieno branduolio banginė funkcija buvo (5.3.54)). Santykis $N(t)/N_0 = \mathrm{e}^{-\lambda_n t}$ nusako tikimybę, kad atsitiktinai pasirinktas branduolys laiko momentu t dar yra sužadintosios būsenos. Antra vertus, yra žinoma, kad banginės funkcijos modulio kvadrato integralas koordinačių atžvilgiu taip pat turi nusakyti tikimybę, kad branduolio energija lygi duotai vertei E_n. Vadinasi, banginės funkcijos modulio kvadratas taip pat turi mažėti eksponentiškai:

$$|\Psi_n(t)|^2 = |\Psi_n(t=0)|^2\, \mathrm{e}^{-\lambda_n t}\,. \tag{5.3.57}$$

Tai reiškia, kad į nenuostoviosios būsenos banginės funkcijos išraišką turi įeiti daugiklis, kurio modulio kvadratas lygus $\mathrm{e}^{-\lambda_n t}$. Tas daugiklis lygus $\mathrm{e}^{-\lambda_n t/2}$:

$$\Psi_n(\boldsymbol{r}, t) = \psi_n(\boldsymbol{r}) \mathrm{e}^{-\mathrm{i}E_n t/\hbar} \mathrm{e}^{-\lambda_n t/2}\,. \tag{5.3.58}$$

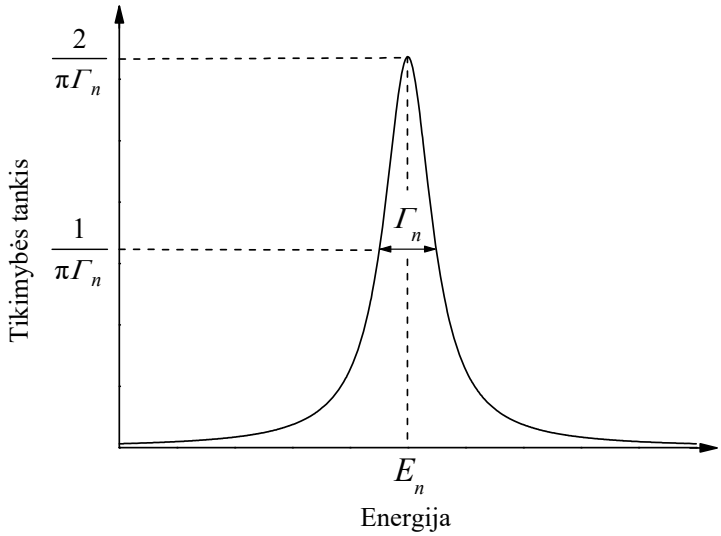
Kadangi banginės funkcijos modulis priklauso nuo laiko, tai būsenos energija nėra tiksliai apibrėžta. Tai reiškia, kad fotonų, kuriuos išspinduliavo skirtingi branduoliai savaiminių šuolių metu, energijos šiek tiek skiriasi. Šį energijos neapibrėžtumą patogiausia apibūdinti energijos tikimybės tankiu $P(E)$. Energijos tikimybės tankis – tai normuotas į vienetą energijos spektrinis tankis. Bet kurio signalo energijos spektrinis tankis yra proporcingas to signalo Furjė transformacijos modulio kvadratui. Apskaičiavę (5.3.58) reiškinio Furjė transformacijos modulio kvadratą ir normavę į vienetą, gauname, kad tikimybė aptikti branduolį energijos intervale nuo E iki $E + \mathrm{d}E$ yra lygi[1]

$$P(E)\mathrm{d}E = \frac{2\Gamma_n}{\pi} \cdot \frac{1}{4(E - E_n)^2 + \Gamma_n^2}\mathrm{d}E\,; \tag{5.3.59}$$

čia

$$\Gamma_n = \hbar / \tau_n\,. \tag{5.3.60}$$

Pastovus daugiklis $2\Gamma_n / \pi$ (5.3.59) lygybės dešiniojoje pusėje – tai normavimo konstanta, kuri užtikrina lygybę $\int_{-\infty}^{\infty} P(E)\mathrm{d}E = 1$. Tikimybės tankio funkcija $P(E)$ pavaizduota 5.12 pav. Tokio pavidalo skirstinys, kurį nusako (5.3.59) formulė, turi tris pavadinimus: tikimybių teorijoje jis vadinamas ***Koši skirstiniu*** (angl. *Cauchy distribution*), o fizikai jį vadina ***Lorenco skirstiniu*** arba ***Breito ir Vignerio skirstiniu*** (angl. *Breit-Wigner distribution*). Matome, kad dydžio Γ_n prasmė – tai energijos pasiskirstymo plotis pusės maksimumo aukštyje, kai sistema yra būsenos n. Šis dydis yra energijos neapibrėžtumo matas.



5.12 pav. Energijos pasiskirstymas dėl kvantinės būsenos nenuostovumo

[1] Šis rezultatas gaunamas pasinaudojus sąryšiu tarp Furjė transformacijos parametro ω (kampinio dažnio) ir energijos: $\omega = -E/\hbar$ (čia minuso ženklas reikalingas todėl, kad banginės funkcijos išraiškoje (5.3.58) prieš E yra minusas).

Iš (5.3.60) išplaukia, kad energijos neapibrėžtumas yra atvirkščiai proporcingas duotosios būsenos gyvavimo trukmei: kuo nestabilesnė būsena, tuo platesnis jos energijos pasiskirstymas. Dydis Γ_n vadinamas ***energijos lygmens pločiu***. Kai Γ_n artėja į nulį, energijos tikimybės tankis artėja prie Dirako δ funkcijos (žr. δ funkcijos asimptotinė išraiška (E.10)).

Išspinduliuotų fotonų energijos pasiskirstymo plotis pusės maksimumo aukštyje vadinamas ***natūraliuoju linijos pločiu***. Jeigu galutinė būsena yra stabili, tada fotonų energijos pasiskirstymas yra tokios pačios formos ir tokio paties pločio kaip pradinio lygmens (E_n) energijos pasiskirstymas. Taigi, šiuo atveju natūralusis linijos plotis yra lygus sužadintojo energijos lygmens pločiui Γ_n. Bendresniu atveju, kai kvantinis šuolis vyksta tarp dviejų nestabiliųjų būsenų, kurių pločiai yra Γ_1 ir Γ_2, natūralusis linijos plotis lygus abiejų būsenų pločių sumai:

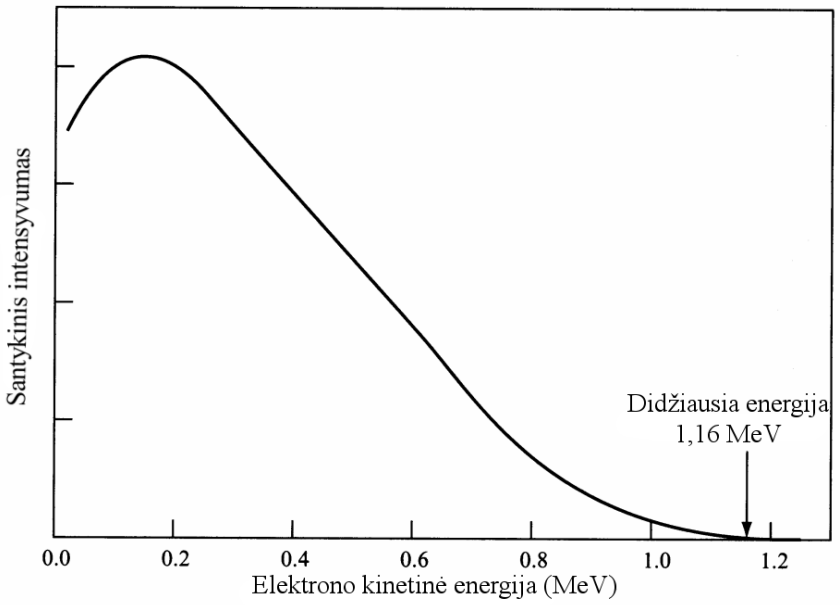
$$\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2. \tag{5.3.61}$$

5.4. Beta skilimas

5.4.1. *Beta skilimo bendrosios savybės*

Kiekvienam elementui egzistuoja tam tikros branduolio neutronų skaičiaus vertės, kai to elemento branduolys yra stabilus. Tas neutronų skaičiaus verčių intervalas yra palyginti siauras (keli vienetai). Branduoliai, kurie turi neutronų perteklių, dažniausiai skyla išspinduliuodami elektroną. Tada branduolio krūvis padidėja vienu elementariuoju krūviu, o branduolio masės skaičius nepakinta. Analogiškai branduoliai, kurie turi protonų perteklių, dažniausiai skyla išspinduliuodami pozitroną (elektrono antidalelę) arba pagaudami vieną iš atomo vidinių sluoksnių elektronų. Tada branduolio krūvis sumažėja vienu elementariuoju krūviu, o branduolio masės skaičius nepakinta. Šių vyksmų metu išspinduliuoti elektronai vadinami „beta minus“ (β^-) dalelėmis, o pozitronai vadinami „beta plius“ (β^+) dalelėmis. Toks skilimas vadinamas ***beta skilimu***.

Kitaip negu α dalelių, β dalelių energijos spektras yra tolydus. Šio spektro pavyzdys pateiktas 5.13 pav. Dešinysis šios kreivės kraštas (kuriame intensyvumas sumažėja iki nulio) atitinka didžiausią elektronų kinetinę energiją. Jeigu nepaisoma branduolio atatrankos energijos (kuri yra palyginti maža), minėtoji didžiausioji kinetinė energija yra lygi $(M_1 - M_2 - m_e)c^2$, kur M_1 yra pirminio branduolio rimties masė, M_2 yra antrinio branduolio masė, o m_e yra elektrono rimties masė (kadangi bendruoju atveju antrinis branduolys gali būti sužadintos būsenos, tai iš energijos ir masės ekvivalentumo išplaukia, kad M_2 gali būti nežymiai didesnė už *pagrindinės būsenos* antrinio branduolio rimties masę). Tačiau *vidutinė* elektronų energija yra lygi tik maždaug trečdaliai didžiausios energijos. T. y. likusieji du trečdaliai energijos yra „prarandami“. Austrų fizikas V. Paulis 1931 m. paaiškino šį regimąjį prieštaravimą energijos tvermės dėsniui postuluodamas, kad kartu su elektronu arba pozitronu



5.13 pav. Elektronų, kuriuos emituoja bismuto izotopas $^{210}_{83}\mathrm{Bi}$, kinetinės energijos pasiskirstymas

iš branduolio išlekia dar viena dalelė, kuri neturi elektros krūvio ir nėra detektuojama. Italų kilmės amerikiečių fizikas E. Fermis vėliau tą dalelę pavadino „neutrinu“ (išvertus iš italų kalbos – „mažasis neutronas“). Taigi, skilimo metu išsiskirianti energija yra pasiskirsčiusi tarp dviejų dalelių – β dalelės (t. y. elektrono arba pozitrono) ir neutrino. Todėl išlekiančios β dalelės kinetinė energija gali būti lygi bet kokiai vertei nuo 0 iki Q: jeigu didesnę energijos Q dalį nusineša neutrinas, tada β dalelės kinetinė energija artima nuliui, o jeigu neutrinas gauna tik mažą dalį energijos, tada β dalelės kinetinė energija artima Q. Neutrino sukinys yra ½ (kaip ir neutrono, protono bei elektrono), jo masė yra labai maža (šiuo metu manoma, kad ta masė nėra tiksliai nulinė, tačiau šiuolaikiniai matavimo metodai nėra pakankamai tikslūs, kad tai įrodyti eksperimentiškai) ir jis labai silpnai sąveikauja su medžiaga. Dėl pastarosios priežasties neutrinus labai sunku detektuoti. Nors Saulės spinduliuojamų neutrinų srauto tankis prie Žemės paviršiaus yra palyginti didelis (maždaug $7 \cdot 10^{10}$ neutrinų per sekundę į kvadratinį centimetrą), tačiau juos pavyko eksperimentiškai aptikti tik praėjus maždaug 20 m. po Paulio hipotezės.

Kadangi tipiškos beta dalelių energijos 1 MeV eilės, o elektrono rimties energija yra maždaug 0,5 MeV, tai aišku, kad beta dalelių energiją ir impulsą reikia išreikšti reliatyvistinėmis formulėmis. Pvz., kinetinė elektrono energija yra lygi

$$T_e = E_e - m_e c^2 , \qquad (5.4.1)$$

čia E_e yra *reliatyvistinė* elektrono energija (t. y. rimties ir kinetinės energijų suma). Braižant beta dalelių spektrus, ant abscisių ašies įprasta atidėti beta dalelių *kinetinę* energiją. Kadangi branduolio atatrankos energija yra palyginti maža, tai galima teigti, kad pilnutinė energija Q, kuri išsiskiria beta skilimo metu, yra lygi didžiausiai kinetinei elektronų energijai T_0, t. y. ją nusako spektro abscisė, kuri atitinka dešinįjį spektro kraštą.

> ***Pastabos***: 1) Kadangi šiame skyriuje didžiąja T raide bus žymima elektrono arba pozitrono kinetinė energija, tai pusamžis bus žymimas $t_{1/2}$. 2) Toliau šiame skyriuje didžiausiąją *kinetinę* β dalelės energiją žymėsime T_0, o didžiausiąją *reliatyvistinę* energiją žymėsime E_0.

Beta skilimo metu vienas branduolio neutronas virsta protonu arba atvirkščiai:

$$\mathrm{n} \to \mathrm{p} + \mathrm{e}^- + \bar{\nu}, \qquad \mathrm{p} \to \mathrm{n} + \mathrm{e}^+ + \nu \qquad (5.4.2)$$

Čia ν yra neutrino žymuo, o $\bar{\nu}$ yra antineutrino (neutrino antidalelės) žymuo. Alternatyvus vyksmas, kurio metu protonas gali virsti neutronu, yra ***elektrono pagavimas***. Pastarojo vyksmo metu branduolio protonas ir atomo elektronas „susijungia“, sudarydami neutroną:

$$\mathrm{p} + \mathrm{e}^- \to \mathrm{n} + \nu . \qquad (5.4.3)$$

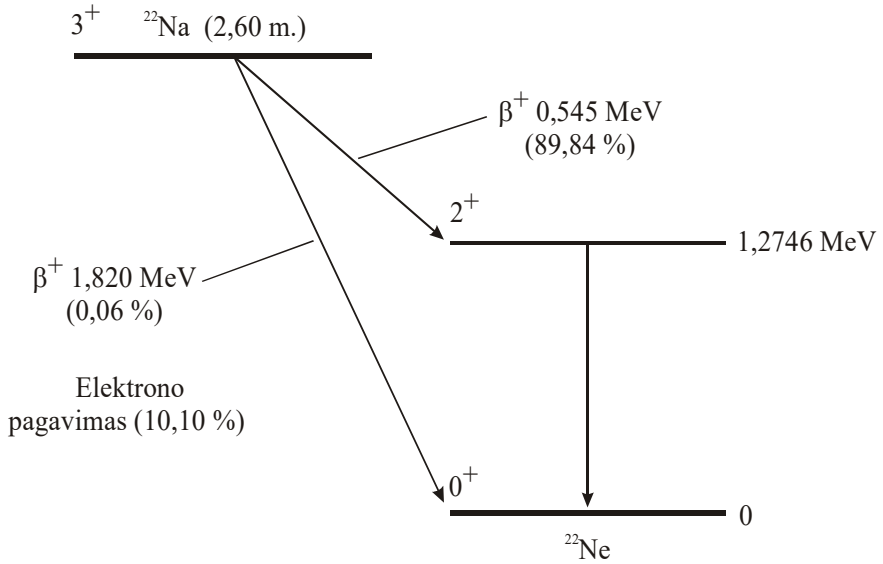
Elektronas dažniausiai pagaunamas iš elektronų sluoksnio, kuris yra arčiausiai branduolio (K sluoksnio), todėl elektrono pagavimas dažnai vadinamas ***K pagavimu***.

Beta skilimo energijos diagramos pavyzdys yra pateiktas 5.14 pav. Šiuo atveju didžioji dalis skilimų vyksta susidarant sužadintajam antrinio nuklido (^{22}Ne) branduoliui, kuris paskui pereina į pagrindinį (žemiausiąjį) energijos lygmenį išspinduliuodamas 1,27 MeV energijos fotoną. Daugumos kitų nuklidų β skilimo metu taip pat susidaro sužadintieji branduoliai.

Beta skilimą sąlygoja silpnoji sąveika. Palyginimas: alfa skilimą sąlygoja stiprioji sąveika, o gama spinduliavimą – elektromagnetinė sąveika. Todėl beta skilimas visumoje yra lėtesnis vyksmas lyginant su virsmais, kuriuos sąlygoja stiprioji arba elektromagnetinė sąveika.

Skaičiuojant β skilimo konstantą λ, reikia taikyti visiškai kitus metodus negu skaičiuojant α skilimo konstantą (žr. 5.1.3 skyrių). Taip yra dėl kelių priežasčių:

1) Kaip minėta 5.1.3 skyriuje, α skilimo pusamžį lemia tuneliavimo pro potencialo barjerą tikimybė. β^- skilimo atveju toks potencialo barjeras neegzistuoja (nes branduolys traukia išspinduliuotąjį elektroną), o β^+ skilimo atveju tuneliavimo pro barjerą tikimybė yra praktiškai lygi vienetui.
2) β skilimo atveju pasikeičia nukleono rūšis ir atsiranda dvi naujos dalelės (elektronas ir antineutrinas arba pozitronas ir neutrinas), o α skilimo atveju protonų ir neutronų skaičiai nesikeičia ir galima laikyti, kad išspinduliuotoji dalelė egzistavo branduolyje dar prieš skilimą.
3) β dalelių greičiai gali būti artimi šviesos greičiui, todėl reikia taikyti reliatyvistines formules (o α dalelių greičiai yra daug mažesni už šviesos greitį).
4) Elektronų arba pozitronų, kurie spinduliuojami β skilimo metu, energijos yra pasiskirsčiusios tolygiai (žr. 5.13 pav.), o α dalelių spektras yra linijinis (žr. 5.2 pav. 5.1.1 skyriuje).



5.14 pav. ^{22}Na skilimo schema. Schemoje parodyti pusamžis, didžiausios β dalelių energijos, atitinkamų β skilimų tikimybės ir kvantinis šuolis tarp ^{22}Ne lygmenų

5.4.2. *Beta dalelių spektras*

Bendrąjį beta dalelių energijos spektro pavidalą galima apskaičiuoti remiantis Fermio teorija. Pradinė lygtis – tai anksčiau išvesta bendroji kvantinio šuolio tikimybės per laiko vienetą išraiška (5.3.46):

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} |H_{21}|^2 \, \rho(E_0) \, . \tag{5.4.4}$$

Čia indeksai „1“ ir „2“ žymi atitinkamai pradinę ir galutinę sistemos būsenas. Matricos elementas:

$$H_{21} = \int \psi_2^* H \psi_1 \mathrm{d}V \, , \tag{5.4.5}$$

čia H yra trikdžio (silpnosios sąveikos) hamiltonianas, o ψ_1 ir ψ_2 yra pradinė ir galutinė banginės funkcijos. Daugiklis ρ yra galutinių būsenų energinis tankis. Remiantis šio dydžio apibrėžimu, jį galima išreikšti šitaip:

$$\rho(E_0) = \left.\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}E}\right|_{E=E_0} \, . \tag{5.4.6}$$

Taip užrašius, yra akivaizdesnė būsenų energinio tankio fizikinė prasmė: tai yra galutinių būsenų skaičius dn nykstamajame galutinių energijų intervale dE, padalytas iš to intervalo. Duotasis kvantinis šuolis yra tuo labiau tikėtinas, kuo daugiau yra galimų galutinių būsenų.

Nors (5.4.4) formulė buvo gauta aptariant gama spinduliavimą, tačiau ji galioja visų rūšių kvantiniams šuoliams, jeigu tie šuoliai įvyksta dėl sąveikos, kuri yra palyginti silpna (lyginant su sąveika, dėl kurios egzistuoja palyginti ilgaamžė pradinė sistemos būsena). Kadangi beta skilimas vyksta dėl silpnosios sąveikos, tai pastaroji prielaida tikrai yra teisinga. Tačiau yra vienas esminis skirtumas, lyginant su tos formulės taikymu ankstesniame skyriuje (kur buvo analizuojamas gama spinduliavimas). Ankstesniame skyriuje, išvedant tą formulę, buvo laikoma, kad galutinė sistemos banginė funkcija priklauso tik nuo nukleonų erdvinių koordinačių, kaip ir pradinė banginė funkcija. Tuo tarpu beta skilimo atveju galutinė sistemos banginė funkcija priklauso dar ir nuo dviejų emituotų lengvųjų dalelių koordinačių. Jeigu pradinę ir galutinę branduolio bangines funkcijas žymėsime atitinkamai ψ_a ir ψ_b, tada galutinę visos sistemos (branduolys + elektronas + antineutrinas) banginę funkciją simboliškai galima užrašyti taip:

$$\psi_2 = [\psi_b \psi_\mathrm{e} \psi_\nu] \, . \tag{5.4.7}$$

Toks užrašymas atspindi tą faktą, kad nepriklausomų dalelių sistemos banginė funkcija yra išreiškiama tų dalelių banginių funkcijų sandaugų tiesiniu dariniu (žr. 3.5 skyrių). Taigi, trikdžio matricos elementą galima užrašyti taip:

$$H_{21} = \int [\psi_b^* \psi_\mathrm{e}^* \psi_\nu^*] H \psi_a \mathrm{d}V \, . \tag{5.4.8}$$

Kvantiniai šuoliai, kurie atitinka beta skilimą, skiriasi nuo kvantinių šuolių, dėl kurių atsiranda gama spinduliavimas, tuo, kad beta skilimo atveju ne tik pakinta branduolio energija, bet ir neutronas virsta protonu arba atvirkščiai. Taigi, šiuo atveju protonų ir neutronų posistemių negalima nagrinėti atskirai vieną nuo kitos, o tame šuolyje dalyvaujančius protoną ir neutroną reikia laikyti vienos dalelės (nukleono) skirtingomis kvantinėmis būsenomis, tarp kurių gali vykti kvantiniai šuoliai. Skaičiuojant matricos elementą, reikia integruoti nukleono, kuris dalyvauja šiame kvantiniame šuolyje, koordinačių (spindulio vektoriaus) atžvilgiu.

Toliau, kad būtų trumpiau, elektroną arba pozitroną vadinsime „elektronu“, o neutriną arba antineutriną vadinsime „neutrinu“. Kadangi elektronas ir neutrinas yra laisvosios dalelės, tai jų banginės funkcijos yra lygios atitinkamai

$$\psi_{\mathrm{e}}(\boldsymbol{r}_{\mathrm{e}}) = \frac{1}{\sqrt{V}} \exp\left[\frac{\mathrm{i}}{\hbar}(\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{r}_{\mathrm{e}})\right], \tag{5.4.9a}$$

$$\psi_{\nu}(\boldsymbol{r}_{\nu}) = \frac{1}{\sqrt{V}} \exp\left[\frac{\mathrm{i}}{\hbar}(\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r}_{\nu})\right]; \tag{5.4.9b}$$

čia $\boldsymbol{r}_{\mathrm{e}}$ ir $\boldsymbol{r}_{\nu}$ yra elektrono ir neutrino spinduliai vektoriai, $\boldsymbol{p}$ ir $\boldsymbol{q}$ yra elektrono ir neutrino judesio kiekiai, o V yra erdvės srities, kurioje „uždarytos“ dalelės, tūris (šis tūris gali būti pasirinktas laisvai, nes, kaip vėliau pamatysime, išvedant galutinę λ išraišką, jis susiprastins). Reikia atkreipti dėmesį į tai, kad čia raidė „q“ žymi ne elektros krūvį (kaip įprasta), o neutrino bangos vektorių arba jo modulį (bangos skaičių). Iš šių banginių funkcijų išraiškų išplaukia, kad į matricos elemento (5.4.8) pointegralinės funkcijos išraišką įeina toks daugiklis:

$$\exp\left[\frac{\mathrm{i}}{\hbar}(\boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{r})\right]. \tag{5.4.10}$$

Čia $\boldsymbol{P}$ yra elektrono ir neutrino impulsų vektorinė suma:

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{p} + \boldsymbol{q}, \tag{5.4.11}$$

o $\boldsymbol{r}$ yra nukleono, kuris dalyvauja kvantiniame šuolyje, spindulys vektorius. Kad nustatyti to eksponentinio daugiklio didumo eilę, tarkime, kad elektrono kinetinė energija yra 1 MeV. Tada $p = 1{,}4\ \mathrm{MeV}/c$ ir $p/\hbar = 0{,}007\ \mathrm{fm}^{-1}$. Kadangi branduolio spindulys yra vidutiniškai 4 fm, tai sandauga $rP/\hbar$ yra 0,03 eilės. Vadinasi, branduolio viduje $rP/\hbar \ll 1$, todėl minėtąją eksponentinę funkciją galima išreikšti Teiloro eilute ir palikti tik pirmąjį dėmenį:

$$\exp\left[\frac{\mathrm{i}}{\hbar}(\boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{r})\right] = 1 + \frac{\mathrm{i}(\boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{r})}{\hbar} + \ldots \approx 1 \tag{5.4.12}$$

Kadangi elektrono ir neutrino impulsai neįeina nei į branduolio pradinės ir galutinės banginių funkcijų išraiškas, nei į trikdžio operatoriaus H išraišką, tai, naudojant pastarąjį artinį, trikdžio matricos elementas H_{21} nepriklauso nuo elektrono ir neutrino būsenų ir yra lygus vadinamajam ***branduolio matricos elementui***

$$M_{ba} = \int \psi_b^* H \psi_a \mathrm{d}V, \tag{5.4.13}$$

padaugintam iš $1/V$ (pastarasis daugiklis atsiranda iš normavimo daugiklių, kurie įeina į elektrono ir neutrino banginių funkcijų išraiškas (5.4.9a,b)). Kadangi šiame artinyje $|H_{21}|^2$ nepriklauso nuo $\boldsymbol{p}$ ir $\boldsymbol{q}$, tai, apskaičiuojant λ, vienintelis daugiklis, kuris priklauso nuo elektrono ir neutrino impulsų, yra būsenų tankis ρ. Tuo remiantis, galima apskaičiuoti elektrono energijos arba impulso pasiskirstymą.

Skaičiuodami galutinių būsenų tankį, pasinaudosime kubinės begalinio gylio potencialo duobės analizės rezultatais. 1.2 skyriuje buvo įrodyta, kad, taikant periodines kraštines sąlygas ant kubo, kurio briaunos ilgis w, sienų, laisvos dalelės impulso vektoriaus komponentės gali įgyti tik diskrečias vertes, kurios yra dydžio $2\pi\hbar/w = h/w$ kartotiniai (žr. (1.2.8)):

$$p_x = \frac{n_x h}{w}, \quad p_y = \frac{n_y h}{w}, \quad p_z = \frac{n_z h}{w} \tag{5.4.14}$$

T. y. judesio kiekių erdvės tūrio elemente, kurio tūris $h^3/w^3 = h^3/V$, yra viena leidžiamoji judesio kiekio vertė (čia $V = w^3$ yra kubo, kuriame „uždaryta“ dalelė, tūris). Kadangi laisvosios dalelės judesio kiekio vektorius pilnai nusako jos būseną, tai galima teigti, kad laisvosios dalelės būsenų tankis judesio kiekių erdvėje yra V/h^3. Todėl elektrono būsenų, kurios atitinka elektrono judesio kiekio vertes nuo p iki $p + \mathrm{d}p$, skaičius yra lygus

$$\mathrm{d}n_e = \frac{4\pi p^2 \mathrm{d}pV}{h^3}; \tag{5.4.15}$$

čia reiškinys $4\pi p^2$ nusako spindulio p sferos plotą, o reiškinys $4\pi p^2 \mathrm{d}p$ nusako sferinio sluoksnio, kurio spindulys p, o storis $\mathrm{d}p$, tūrį. Neutrino judesio kiekio modulį žymėsime q. Tada neutrino būsenų, kurios atitinka neutrino judesio kiekio vertes nuo q iki $q + \mathrm{d}q$, skaičius yra lygus

$$\mathrm{d}n_\nu = \frac{4\pi q^2 \mathrm{d}qV}{h^3}. \tag{5.4.16}$$

Skaičius būsenų, kai elektronas ir neutrinas vienu metu turi apibrėžtus judesio kiekio modulius (elektronas – nuo p iki $p + \mathrm{d}p$, o neutrinas – nuo q iki $q + \mathrm{d}q$), yra lygus (5.4.15) ir (5.4.16) reiškinių sandaugai:

$$\mathrm{d}^2 n = \frac{(4\pi)^2 V^2 p^2 \mathrm{d}p q^2 \mathrm{d}q}{h^6} \tag{5.4.17}$$

(tai yra antrosios eilės nykstamasis dydis, nes jis yra proporcingas dviejų pirmosios eilės nykstamųjų dydžių – $\mathrm{d}p$ ir $\mathrm{d}q$ – sandaugai). Tačiau vieną iš dydžių p ir q galima eliminuoti, nes jie nėra nepriklausomi: juos susieja tarpusavyje energijos ir impulso tvermės dėsniai. Jeigu yra nepaisoma mažos antrinio branduolio atatrankos energijos, tada visa išsiskyrusi reliatyvistinė energija (įskaitant ir elektrono bei neutrono rimties energijas) yra lygi

$$E_0 = E_\mathrm{e} + E_\nu = E_\mathrm{e} + qc, \tag{5.4.18}$$

čia pasinaudojome prielaida, kad neutrino rimties masė lygi nuliui. Elektrono pilnutinę reliatyvistinę energiją E_e galima išreikšti elektrono impulsu šitaip:

$$E_\mathrm{e} = \sqrt{m_\mathrm{e}^2 c^4 + p^2 c^2}.$$

Iš (5.4.18) išplaukia, kad, kai yra duotos energijos E_0 ir E_e, tada neutrino impulso modulis yra lygus

$$q = \frac{E_0 - E_\mathrm{e}}{\mathrm{c}}. \tag{5.4.19}$$

Kadangi (5.4.17) formulė išvesta laikant, kad $\boldsymbol{p}$ ir $\boldsymbol{q}$ yra nepriklausomi, tai apskaičiuojant $\mathrm{d}q$ reikia tarti, kad p (ir E_e) yra pastovus. Vadinasi,

$$\mathrm{d}q = \frac{\mathrm{d}E_0}{\mathrm{c}}. \tag{5.4.20}$$

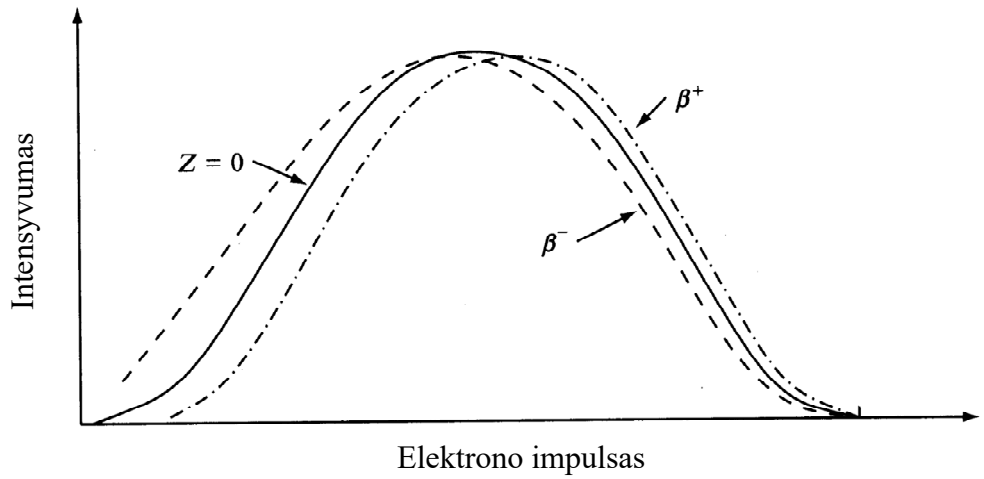
Įrašę šį reiškinį į (5.4.17) ir padaliję abi puses iš $\mathrm{d}E_0$, gauname

$$\frac{\mathrm{d}^2 n}{\mathrm{d}E_0} \sim p^2 (E_0 - E_\mathrm{e})^2 \mathrm{d}p \sim \mathrm{d}\lambda. \tag{5.4.21}$$

Čia $\mathrm{d}\lambda$ yra skilimo konstanta, kuri atitinka ne visus galimus skilimus, o tik tuos, kurių metu išlekia elektronas, kurio impulsas priklauso intervalui nuo $p(E_\mathrm{e})$ iki $p(E_\mathrm{e}) + \mathrm{d}p$. Būtent todėl ši skilimo konstanta yra nykstamasis dydis: mes labai tiksliai apibrėžėme išlekiančių elektronų energiją (nykstamojo dydžio tikslumu), tačiau iš tikro ta energija yra atsitiktinė. Taigi, tikimybė, kad per laiko vienetą išlėks elektronas, kurio impulso modulis priklauso minėtam intervalui, yra nykstamai maža.

Iki šiol neatsižvelgėme į Kulono sąveikos įtaką išspinduliuotiems elektronams ir pozitronams. Vykstant β^- skilimui, Kulono trauka tarp išspinduliuotojo elektrono ir branduolio padidina mažiausios energijos elektronų skaičių, o vykstant β^+ skilimui, Kulono stūma tarp išspinduliuotojo pozitrono ir branduolio sumažina mažiausios energijos pozitronų skaičių. Kulono sąveikos įtaką β dalelių spektrui atspindi papildomas daugiklis $F(Z, E)$, kuris vadinamas ***Fermio funkcija***. Jos argumentai yra antrinio branduolio krūvio skaičius Z ir β dalelės energija E. Jeigu skilimas yra β^+ tipo, tada Fermio funkcijos išraiškoje vietoj Z reikia naudoti $-Z$. Ta funkcija yra apskaičiuota įvairiems galimiems atvejams; yra jos reikšmių lentelės. Įrašę $\mathrm{d}n/\mathrm{d}E_0$ išraišką (5.4.21) ir Fermio funkciją į bendrąją skilimo konstantos formulę (5.4.4), gauname galutinę išraišką tikimybės per laiko vienetą, kad įvyks beta skilimas, kurio metu išspinduliuotos beta dalelės impulsas bus tarp p ir $p + \mathrm{d}p$:

$$\mathrm{d}\lambda(p) = C\,|M|^2\, F(Z, E_\mathrm{e})\, p^2 (E_0 - E_\mathrm{e})^2 \mathrm{d}p. \tag{5.4.22}$$



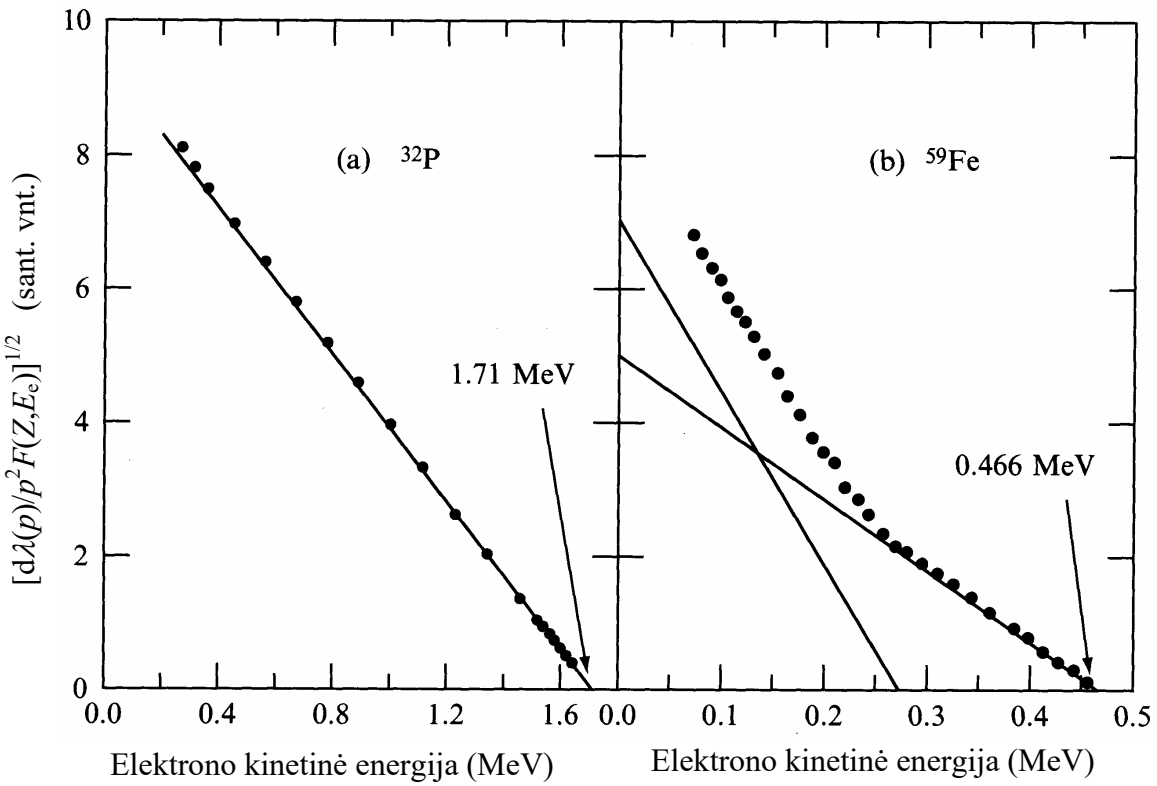
5.15 pav. Beta dalelių judesio kiekio (impulso) spektras

Čia C yra konstanta. Į C išraišką neįeina tūris V. Taip yra todėl, kad jis susiprastina dauginant trikdžio matricos elemento modulio kvadratą $|H_{21}|^2$ iš d^2n / dE_0. [Kaip minėta, matricos elementas (5.4.8) yra atvirkščiai proporcingas V. Vadinasi, matricos elemento modulio kvadratas atvirkščiai proporcingas V^2. Tačiau d^2n / dE_0 tiesiog proporcingas V^2 (žr. (5.4.17). Todėl padauginus $|H_{21}|^2$ iš d^2n / dE_0 tūris V, kuris neturi fizikinės prasmės (jis buvo reikalingas tik banginių funkcijų normavimui), susiprastina.]

Padalijus (5.4.22) iš dp, gaunamas elektronų impulsų pasiskirstymas. Kad gauti kinetinės energijos pasiskirstymą, reikėtų dalyti ne iš dp, o iš elektrono kinetinės energijos diferencialo dT_e. Tačiau, kadangi elektronų energijos ir impulso pasiskirstymų bendrieji pavidalai yra panašūs, toliau aptarsime tik impulsų pasiskirstymą, kurio matematinė išraiška yra paprastesnė negu energijų pasiskirstymo.

5.15 pav. pavaizduotas beta dalelių impulsų pasiskirstymas, kuris atitinka (5.4.22) formulę. Ištisinė linija atitinka išraišką, į kurią neįeina Fermio funkcija. Kai impulsas yra mažas, (5.4.22) reiškinys yra proporcingas p^2, o kai impulsas yra didelis (artimas maksimaliai vertei), tada (5.4.22) reiškinys yra proporcingas $(E_0 - E_e)^2$, t. y. mažėja didėjant elektrono impulsui p. Punktyrinės linijos atitinka spektrus, kurie apskaičiuoti atsižvelgiant į Kulono sąveiką tarp branduolio ir emituoto elektrono (t. y. naudojant Fermio funkciją). Akivaizdu, kad pozitronų spektras yra pasislinkęs į didesnių energijų pusę, o elektronų – į mažesnių energijų pusę.

Pilnutinę skilimo energiją arba pilnutinį impulsą nusako 5.13 pav. arba 5.15 pav. pavaizduotų spektrų taškas, atitinkantis dešinįjį spektro kraštą (kur intensyvumas sumažėja iki nulio). Tačiau iš minėtų grafikų tą didžiausią energiją sunku vizualiai nustatyti, nes (5.4.22) reiškinio išvestinė, kai $E_e = E_0$, yra lygi nuliui (t. y. spektras artėja prie abscisių ašies tangentiškai). Kad tiksliau nustatyti didžiausiąją energiją, reikia išmatuotąjį intensyvumą (kuris yra proporcingas $d\lambda$) padalyti iš $p^2 F(Z, E_e)$ ir paskui ištraukti kvadratinę šaknį. Kaip matome iš (5.4.22), šitaip apskaičiuotas reiškinys yra lygus konstantai, padaugintai iš $E_0 - E_e$. Vadinasi, grafiškai pavaizdavus to reiškinio priklausomybę nuo E_e, gaunama mažėjanti tiesė, kurios sankirtos su abscisių ašimi taškas nusako E_0. Tokiu metodu yra paprasčiau nustatyti E_0, nes tos tiesės sankirtos su abscisių ašimi tašką galima nustatyti pratęsus tiesę iš mažesniųjų energijų srities, kur β dalelių skaičiavimo sparta yra palyginti didelė (taigi, didesnis tikslumas). Šitaip apibrėžtos funkcijos grafikas yra vadinamas ***Fermio-Kiuri kreive*** arba ***Kiuri kreive*** (angl. *Kurie plot*). Kiuri kreivių pavyzdžiai pateikti 5.16 pav. 5.16a pav. atitinka fosforo izotopo ^{32}P β^- skilimą, o 5.16b pav. atitinka geležies izotopo ^{59}Fe β^- skilimą. Matome, kad 5.16a pav. Kiuri kreivė yra tiesės pavidalo, o 5.16b pav. Kiuri kreivė turi dvi tiesines sritis. Pastaruoju atveju taip yra todėl, kad skylant ^{59}Fe branduoliui, yra galimi du β skilimo kanalai, kurių didžiausios energijos yra skirtingos. Pratęsus kiekvieną iš tų tiesių iki susikirtimo su abscisių ašimi, galima nustatyti atitinkamas didžiausias energijas. Šis pavyzdys iliustruoja Kiuri kreivių praktinę naudą: jeigu būtų pavaizduotas netransformuotas energijos spektras, tada nesimatytų minėtųjų tiesinių sričių, todėl nebūtų galima taip paprastai įsitikinti, jog egzistuoja daugiau negu vienas skilimo kanalas.



5.16 pav. Beta spektrų Kiuri kreivės

Pilnutinė skilimo konstanta gaunama integruojant (5.4.22) reiškinį nuo 0 iki didžiausios elektrono impulso vertės:

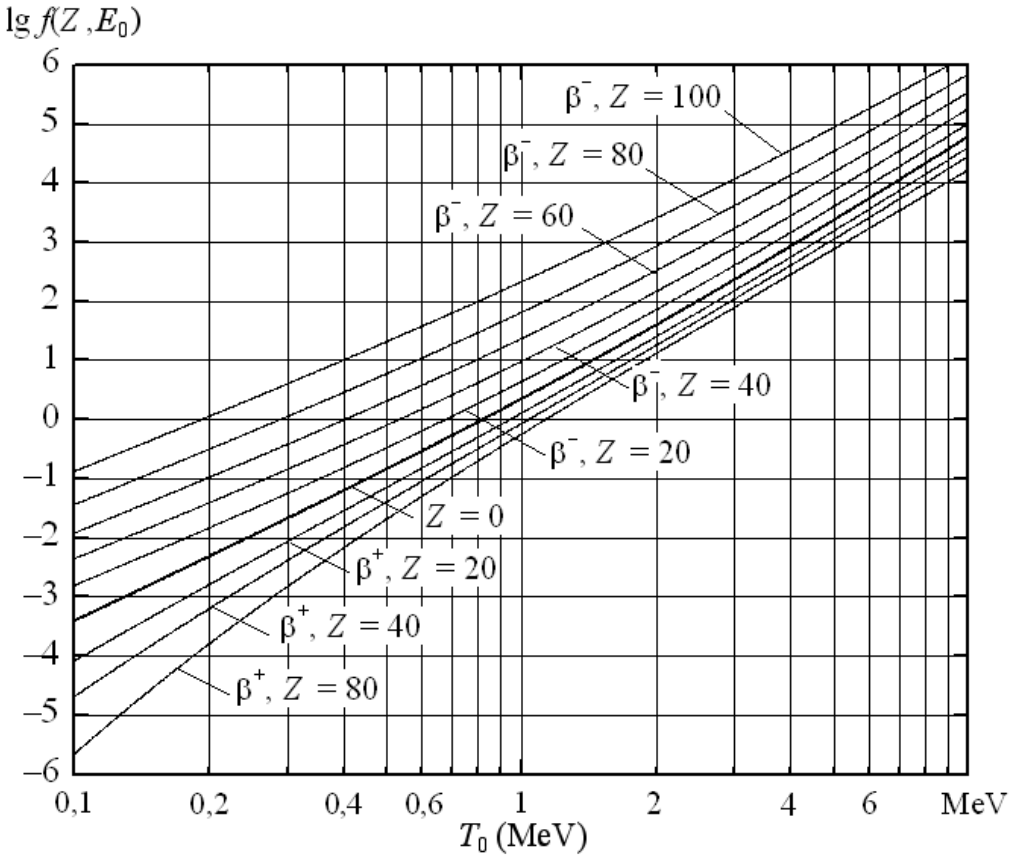
$$\lambda = C\,|M|^2 \int_0^{p_{\max}} F(Z,E_e)p^2(E_0-E_e)^2\,\mathrm{d}p \equiv C\,|M|^2\, f(Z,E_0)\,. \qquad (5.4.23)$$

Pastaroji lygybė apibrėžia kitą specialiąją funkciją f, kuri susijusi su Fermio funkcija $F(Z, E_e)$. Funkciją f vadinsime „integraline Fermio funkcija“. Jos priklausomybė nuo elektronų didžiausios kinetinės energijos T_0 yra parodyta 5.17 pav. Matome, kad integralinė Fermio funkcija (vadinasi, ir skilimo konstanta) didėja augant didžiausiai elektronų energijai. Ši priklausomybė yra apytiksliai laipsninė, o laipsnio rodiklis yra apytiksliai lygus 4. Be to, matome, kad, esant duotai elektrono arba pozitrono energijai, β^+ skilimo konstanta yra mažesnė negu β^- skilimo konstanta (laikant, kad abiem atvejais branduolio matricos elemento moduliai yra vienodi). Taip yra todėl, kad pozitronai gali išlėkti iš branduolio tik tuneliavę pro Kulono potencialo barjerą (taip pat kaip alfa dalelės, kurios buvo aptariamos 5.1 skyriuje), o elektronams tokio barjero nėra. Kadangi tuneliavimo tikimybė mažėja didėjant potencialo barjero aukščiui, o Kulono potencialo barjero aukštis didėja didėjant antrinio branduolio krūviui Z, tai integralinė Fermio funkcija (ir skilimo konstanta), atitinkanti β^+ skilimą, yra tuo mažesnė, kuo didesnis Z (žr. 5.17 pav.) β^- skilimo atveju priklausomybė yra priešingo pobūdžio: integralinė Fermio funkcija (ir skilimo konstanta) didėja didėjant Z.

Kadangi integralinė Fermio funkcija gali būti tiksliai apskaičiuota (jeigu yra žinomi Z ir E_0), tai, išmatavus λ, galima apskaičiuoti branduolinį matricos elementą $|M|^2$, atitinkantį duotosios rūšies kvantinį šuolį:

$$\frac{1}{C\,|M|^2} = \frac{f(Z,E_0)}{\lambda} \equiv \frac{ft_{1/2}}{\ln 2}\,. \qquad (5.4.24)$$

Čia $t_{1/2}$ yra skilimo pusamžis *duotosios rūšies kvantinio šuolio atžvilgiu*. Bendruoju atveju yra galimi keli beta skilimo kanalai (pvz., antrinis branduolys po beta skilimo gali atsidurti viename iš kelių galimų energijos lygmenų). Pilnutinė beta skilimo konstanta gaunama dauginant kiekvieno kanalo skilimo konstantą iš atitinkamos santykinės tikimybės (t. y. tokios rūšies beta skilimų santykinės dalies visame beta skilimų skaičiuje) ir sudedant tas sandaugas.



5.17 pav. Integralinės Fermio funkcijos dešimtainio logaritmo priklausomybės nuo β^- arba β^+ dalelių didžiausios kinetinės energijos T_0 esant įvairiems antrinio branduolio krūvio skaičiams Z. [Šios kreivės apskaičiuotos taip, kaip paaiškinta [6] vadovėlio 9.3.5 skyriuje. lg f reikšmės, kurios pateiktos [4] vadovėlio 3.8 pav., yra didesnės už aukščiau pateiktas reikšmes dydžiu 0,2.]

Kaip matome, integralinės Fermio funkcijos ir skilimo pusamžio sandauga yra atvirkščiai proporcinga branduolinio matricos elemento modulio kvadratui. Vadinasi, dydžio $ft_{1/2}$ reikšmė suteikia informaciją apie vidinius branduolinius vyksmus, dėl kurių vyksta tos rūšies skilimas, ir nepriklauso nuo visų kitų veiksnių, kurie turi įtakos skilimo konstantai (t. y. nuo elektrono bei neutrino galutinių būsenų energijos tankio ir nuo Kulono sąveikos tarp elektrono ir branduolio). Dydis $ft_{1/2}$ vadinamas „santykiniu pusamžiu“. Kadangi $ft_{1/2}$ reikšmė labai stipriai priklauso nuo beta skilimo tipo, tai yra įprasta nurodyti tos sandaugos dešimtainį logaritmą lg($ft_{1/2}$), kur $t_{1/2}$ išreikštas sekundėmis.

5.4.3. *Beta skilimo atrankos taisyklės*

Iki šiol rėmėmės prielaida, kad branduolio matricos elementas (5.4.13) yra nelygus nuliui. Tokie beta skilimai, kurie atitinka šią sąlygą, yra vadinami ***leidžiamaisiais beta skilimais***. Kadangi beta skilimas – tai tam tikros rūšies kvantinis šuolis, tai taip pat vartojamas terminas ***leidžiamieji kvantiniai šuoliai***.

Jeigu branduolinis matricos elementas yra lygus nuliui, tada netinka ankstesnė trikdžio matricos elemento metodika, kuri rėmėsi tuo, kad kompleksinė eksponentinė funkcija, nusakanti elektrono ir neutrino banginių funkcijų sandaugą viename erdvės taške $\boldsymbol{r}$, buvo pakeista vienetu (žr. (5.4.12)). Tiksliau skaičiuojant, reikia palikti ir aukštesnių eilių dėmenis tos kompleksinės eksponentės skleidinyje Teiloro eilute (5.4.12). Pvz., pirmojo laipsnio dėmuo yra

$$\frac{\mathrm{i}(\boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{r})}{\hbar} \tag{5.4.25}$$

Kiekvienas to skleidinio dėmuo atitinka tam tikrą elektrono ir neutrino pilnutinio impulso momento vertę. Apskritai, jeigu dalelės banginė funkcija priklauso nuo pasirinktos krypties (t. y. nuo kampinių koordinačių θ ir ϕ), tai rodo, kad dalelė turi nenulinį orbitinį judesio kiekio momentą atskaitos taško atžvilgiu. Jeigu tas judesio kiekio momentas turi tiksliai apibrėžtą vertę, tada dalelės banginės funkcijos kampinė dalis (t. y. „kampinė banginė funkcija“) yra atitinkama sferinė harmonika, kurios

indeksai l ir m nusako dalelės šalutinį (orbitinį) ir magnetinį kvantinius skaičius. Analogiška išvada galioja ir dviejų nepriklausomų dalelių sistemai (pvz., elektronui ir neutrinui), jeigu vietoj tos sistemos banginės funkcijos yra imama abiejų dalelių banginių funkcijų sandauga, kai abiejų dalelių spinduliai vektoriai sutampa ir lygūs $\boldsymbol{r}$, o kampas θ yra apibrėžiamas kaip kampas tarp $\boldsymbol{r}$ ir abiejų dalelių suminio impulso $\boldsymbol{P}$. Pvz. nulinio laipsnio dėmuo yra konstanta, t. y. nepriklauso nuo kampų. Tokia elektrono ir neutrino sistemos būsena, kurios banginė funkcija nepriklauso nuo kampinių koordinačių, atitinka nulinį suminį orbitinį abiejų dalelių judesio kiekio momentą. Pirmojo laipsnio dėmuo (5.4.25) priklauso nuo kampo θ pagal skaliarinės sandaugos apibrėžtį:

$$\boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{r} = Pr\cos\theta\,. \tag{5.4.26}$$

Tokia pati yra ir pirmosios eilės sferinės harmonikos priklausomybė nuo θ:

$$Y_{1,0}(\theta,\phi) = (3/4\pi)^{1/2}\cos\theta\,.$$

Todėl galima daryti išvadą, kad jeigu elektrono ir neutrino sistemos būsena atitinka (5.4.25) pavidalo reiškinį, tada abiejų dalelių pilnutinio orbitinio impulso momento kvantinis skaičius yra lygus 1. Antrojo laipsnio dėmuo yra proporcingas $(\boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{r})^2 \sim \cos^2\theta$. Kadangi

$$Y_{0,0}(\theta,\phi) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}}\,,$$

o

$$Y_{2,0}(\theta,\phi) = (5/16\pi)^{1/2}(3\cos^2\theta - 1)\,,$$

tai

$$\cos^2\theta = \frac{4}{3}\sqrt{\frac{\pi}{5}}Y_{2,0} + \frac{2}{3}\sqrt{\pi}Y_{0,0}\,.$$

Vadinasi, antrojo laipsnio dėmuo atitinka dviejų būsenų mišinį: būsenos su $L = 2$ ir būsenos su $L = 0$. Bendruoju atveju minėtojo skleidinio dėmuo, kuris proporcingas

$$\frac{(\boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{r})^L}{\hbar^L}, \tag{5.4.27}$$

sąlygoja sferinės harmonikos Y_{LM} atsiradimą skleidinyje. T. y. galima teigti, kad elektrono ir neutrino banginių funkcijų sandauga yra išreiškiama sferinių harmonikų tiesiniu dariniu. Tai rodo, kad, esant duotoms pradinei ir galutinei branduolio būsenoms (a ir b) bei duotiems elektrono ir neutrino impulsams ($\boldsymbol{p}$ ir $\boldsymbol{q}$), bendruoju atveju negalima vienareikšmiškai nusakyti, koks yra elektrono ir neutrino orbitinis impulso momentas. Kitaip sakant, net ir tiksliai apibrėžus branduolio pradinę ir galutinę kvantines būsenas, yra galimi kelių tipų beta skilimai (kvantiniai šuoliai), kurių metu duotos pradinės būsenos branduolys virsta duotos galutinės būsenos branduoliu. Formaliai taip yra dėl to, kad, išreiškus kompleksinę eksponentinę funkciją (5.4.10) Teiloro eilute, trikdžio matricos elementas (5.4.8) išsireiškia suma matricos elementų, atitinkančių skirtingus L. Kiekvienas toks „dalinis“ matricos elementas turi būti naudojamas apskaičiuojant „dalinę“ skilimo konstantą, kuri atitinka duotosios rūšies kvantinį šuolį. Tie kvantiniai šuoliai skiriasi pilnutiniu orbitiniu momentu L, kurį „nusineša“ elektronas ir neutronas.

Minėtieji „daliniai“ matricos elementai, kurie atitinka skirtingas L vertes, lemia atitinkamos rūšies kvantinių šuolių tikimybes per laiko vienetą. Tos tikimybės yra proporcingos atitinkamų matricos elementų modulių kvadratams (pagal bendrąją kvantinio šuolio tikimybės per laiko vienetą išraišką (5.4.4)). Kadangi į „dalinio“ matricos elemento išraišką įeina daugiklis (5.4.27), kuris sparčiai mažėja didėjant L, tai atitinkamo šuolio tikimybė taip pat sparčiai mažėja didėjant L. Apytiksliai galima teigti, kad šuolių, kurie atitinka elektrono ir neutrino suminio orbitinio momento kvantinio skaičiaus vertes $L + 1$ ir L, tikimybių santykis yra tos pačios eilės kaip reiškinys $(Pr/\hbar)^2$, t. y. kaip gretimų (5.4.27) sekos narių santykis, pakeltas kvadratu. Kadangi, kaip minėta, reiškinys $Pr/\hbar$ yra ~0,01 eilės, tai minėtasis santykis yra $10^{-3} - 10^{-4}$ eilės. Pvz., antrojo draudžiamojo šuolio tikimybė yra $10^6 - 10^8$ kartų mažesnė negu leidžiamojo šuolio. Todėl elektrono ir neutrino suminio orbitinio momento kvantinis skaičius L atlieka šuolio „uždraustumo laipsnio“ vaidmenį. Šuoliai, kuriems $L = 0$, yra vadinami ***leidžiamaisiais šuoliais***. Šuoliai, kuriems $L > 0$, yra vadinami ***draudžiamaisiais šuoliais***. Šuoliai, kuriems $L = 1$, vadinami ***pirmaisiais draudžiamaisiais šuoliais***; šuoliai, kuriems $L = 2$, vadinami ***antraisiais draudžiamaisiais šuoliais*** ir t. t.

Taigi, kuo didesnis L, tuo mažesnė skilimo sparta (t. y. tuo didesnis skilimo pusamžis). Tačiau yra galimi atvejai, kai trikdžio matricos elementas, kuris atitinka kelias mažiausias L vertes (pradedant nuo $L = 0$), yra tiksliai lygus nuliui. Taip yra dėl impulso momento tvermės dėsnio. ***Beta skilimo atrankos taisyklės*** apibrėžia skilimus, kurie neprieštarauja impulso momento tvermės dėsniui. Kadangi elektrono ir neutrino sukinio kvantiniai skaičiai yra lygūs 1/2, o impulso momento tvermės dėsnis formuluojamas *pilnutiniam* impulso momentui (įskaitant ir orbitinį, ir sukininį momentus), tai, formuluojant atrankos taisykles, reikia atsižvelgti ir į sukinius. Pagal bendrąją impulso momentų sudėties taisyklę dviejų dalelių, kurių kiekvienos sukinys yra 1/2, pilnutinis sukinys gali būti 0 arba 1. [Čia ir toliau, aptariant elektrono ir neutrino sistemos suminį impulso momentą, tos sistemos „sukiniu“ bus vadinama tik ta jos impulso momento komponentė, kuri susijusi su elektrono ir neutrino vidiniais (sukininiais) impulso momentais. Likusioji elektrono ir neutrino pilnutinio impulso momento komponentė, kuri susijusi su dalelių judėjimu erdvėje ir kurios modulį nusako kvantinis skaičius L, bus vadinama „orbitiniu“ impulso momentu. Tuo tarpu „branduolio sukiniu“, kaip įprasta, bus vadinamas *pilnutinis* branduolio impulso momentas, į kurį įeina ir orbitiniai, ir sukininiai nukleonų impulso momentai.] Šuoliai, kurie atitinka nulinį pilnutinį elektrono ir neutrino sukinį, yra vadinami ***Fermio tipo šuoliais***, o šuoliai, kurie atitinka vienetinį pilnutinį elektrono ir neutrino sukinį, yra vadinami ***Gamovo ir Telerio tipo šuoliais***. Fermio („F“) šuolio atveju impulso momento tvermės dėsnis atrodo taip:

$$\boldsymbol{J}_a = \boldsymbol{J}_b + \boldsymbol{L}\,, \tag{5.4.28}$$

o Gamovo ir Telerio („GT“) šuolio atveju

$$\boldsymbol{J}_a = \boldsymbol{J}_b + \boldsymbol{L} + \boldsymbol{1}\,, \tag{5.4.29}$$

čia simbolis $\boldsymbol{1}$ žymi elektrono ir neutrino pilnutinio sukinio vektorių (jo modulis lygus $\hbar\sqrt{1\cdot(1+1)} = \hbar\sqrt{2}$).

Jeigu yra žinomi branduolio pradinis ir galutinis sukiniai J_a ir J_b, tada visos galimos L vertės yra gaunamos pagal bendrąją impulso momentų sudėties taisyklę. Pvz., jeigu šuolis yra Fermio tipo, tada galimos L vertės yra

$$L = |J_a - J_b|,\ |J_a - J_b| + 1,\ ...,\ J_a + J_b. \tag{5.4.30a}$$

Jeigu šuolis yra GT tipo ir $J_a \neq J_b$, tada galimos L vertės yra

$$L = |J_a - J_b| - 1,\ |J_a - J_b|,\ |J_a - J_b| + 1,\ ...,\ J_a + J_b + 1, \tag{5.4.30b}$$

o jeigu $J_a = J_b$, tada šioje eilutėje reikia pašalinti pirmąjį skaičių, t. y. galimos vertės yra nuo 0 iki $2J_a + 1$. Iš (5.4.30b) išplaukia, kad tuo atveju, kai J_a ir J_b skiriasi 2 vienetais arba daugiau, yra galimas tik draužiamasis šuolis (t. y. šuolis, kurio $L > 0$).

Praktikoje dažniausiai sprendžiamas atvirkščias uždavinys, t. y. visų pirma eksperimentiškai nustatomas L, o paskui pagal tai sprendžiama apie branduolio sukinio ir būsenos lyginumo pokytį. Galimas sukinio pokytis gaunamas pagal bendrąją impulso momentų sudėties taisyklę, o lyginumo pokytis gaunamas pagal tokią taisyklę: jeigu L yra lyginis, tada branduolio būsenos lyginumas nepakinta, o jeigu L yra nelyginis, tada branduolio būsenos lyginumas pakinta (šia prasme skaičiaus L lyginumo vaidmuo yra toks pats kaip daugiapolės spinduliuotės fotono lyginumo vaidmuo gama spinduliavimo atveju). Elektrono ir neutrino pilnutinis sukinys neturi įtakos lyginumo pokyčiui, nes lyginumas atspindi erdvinę simetriją, o dalelių sukiniai nėra susiję su erdvinėmis koordinatėmis.

Dabar šias taisykles pritaikysime nustatydami galimus branduolio sukinio ir lyginumo pokyčius, kurie atitinka įvairius L. Remsimės prielaida, kad duotoji L vertė atitinka labiausiai tikėtinus kvantinius šuolius (tai reiškia, kad duotoji L vertė yra mažiausia vertė, kuri neprieštarauja impulso momento tvermės dėsniui). Žinant L, galima nustatyti tik branduolio sukinio kvantinio skaičiaus J pokyčio *modulį* $|\Delta J|$, tačiau, kad būtų trumpiau, tą modulį vadinsime tiesiog „pokyčiu“.

Jeigu šuolis yra leidžiamasis (t. y. $L = 0$) ir jeigu jis yra Fermio tipo, tada pagal (5.4.30a) $J_a = J_b$, t. y. $\Delta J = 0$. Leidžiamojo Gamovo ir Telerio tipo šuolio atveju galimos J_b vertės gaunamos iš (5.4.30b): $J_b = |J_a - 1|$, J_a arba $J_a + 1$. Čia reikia turėti omenyje, kad ši skaičių seka turi būti didėjanti. T. y., jeigu šioje sekoje yra skaičių, kurie mažesni už pirmąjį skaičių, tada tuos skaičius reikia pašalinti. Vadinasi, jeigu $J_a = 0$, tada leidžiamojo GT šuolio atveju J_b gali būti lygus tik 1, t. y. $|\Delta J| = 1$. Jeigu $J_a > 0$, tada leidžiamojo GT šuolio atveju visos trys minėtos vertės yra galimos (pvz., jeigu $J_a = 1$, tada J_b gali būti 0, 1 arba 2, t. y. $|\Delta J| = 0,\ 1$). Ta pati išvada būtų ir tuo atveju, jeigu ankstesniuose dviejuose sakiniuose indeksai „a“ ir „b“ būtų sukeisti vietomis (kadangi kalbama tik

apie sukinio pokyčio modulį, tai nėra jokio skirtumo, kuri iš dviejų branduolio būsenų yra laikoma pradine, o kuri – galutine). Abu minėtus rezultatus leidžiamiesiems GT tipo šuoliams (kai $J_a = 0$ ir kai $J_a \neq 0$) galima užrašyti vienos lygybės pavidalu: $|\Delta J| = (0), 1$. Čia skliaustai nurodo, kad ΔJ vertė 0 yra galima tik tada, kai nei pradinės, nei galutinės branduolio būsenos sukinys nėra lygus nuliui.

Kaip minėta, leidžiamojo šuolio atveju branduolio būsenos lyginumas nepakinta.

Jeigu šuolis yra pirmasis draudžiamasis ($L = 1$), tada analogiškai gaunama, kad F šuolio atveju $|\Delta J| = (0), 1$, o GT šuolio atveju $|\Delta J| = 0, 1$ arba 2. Apskritai, kai kurios nors iš dviejų branduolio būsenų sukinys lygus nuliui, tada F šuolio atveju (5.3.0a) sekoje lieka tik paskutinis (didžiausias) skaičius. Tai reiškia, kad tada $|\Delta J|$ gali būti lygus tik vienam skaičiui: $|\Delta J| = L$. Atitinkamai, užrašant dvi galimas $|\Delta J|$ vertes F šuoliams, pirmasis (mažesnysis) skaičius visada yra rašomas tarp skliaustų: tai parodo, kad jis yra galimas tik tada, kai $J_a \neq 0$ ir $J_b \neq 0$.

Pirmojo draudžiamojo šuolio atveju branduolio būsenos lyginumas pakinta.

Jeigu šuolis yra antrasis draudžiamasis ($L = 2$), tada F šuolio atveju yra galimos $|\Delta J|$ vertės 0, 1 ir 2. Tačiau, kadangi šio šuolio metu nepakinta lyginumas (kaip ir leidžiamojo šuolio atveju), tai tuo atveju, kai $\Delta J = 0$, bus galimas ir leidžiamasis F šuolis. Kaip minėta, leidžiamojo šuolio tikimybė yra $10^6 - 10^8$ kartų didesnė negu antrojo draudžiamojo. Todėl šiuo atveju antrųjų draudžiamųjų šuolių „nesimatytų“ (beveik visi stebimieji beta skilimai atitiktų leidžiamuosius šuolius). Tačiau tai prieštarautų minėtajai prielaidai, kad šuoliai su $L = 2$ yra didžiausio intensyvumo. Todėl, apibrėžiant galimas $|\Delta J|$ vertes, kai šuolis yra antrasis draudžiamasis, vertę $\Delta J = 0$ reikia atmesti. Taigi, jeigu $L = 2$, tada F šuolio atveju $|\Delta J| = (1), 2$ (čia, kaip ir kitur, skliaustai nurodo, kad ΔJ vertė 1 yra galima tik tada, kai pradinės ir galutinės branduolio būsenų sukiniai nėra lygūs nuliui). Jeigu antrasis draudžiamasis šuolis yra GT tipo, tada yra galimos $|\Delta J|$ vertės nuo 0 iki 3 (t. y. iki $L + 1$), tačiau šuolius su $|\Delta J| = 0$ arba 1 „nukonkuruoja“ leidžiamieji GT šuoliai, todėl lieka tik $|\Delta J| = 2, 3$.

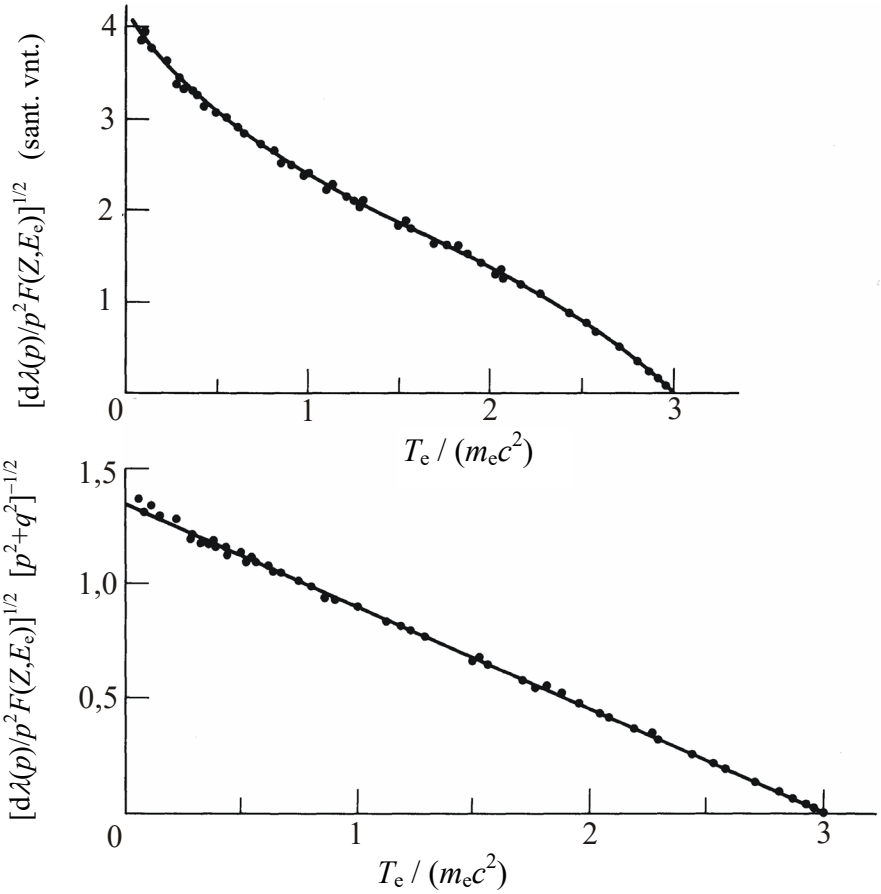
Analogišką analizę galima atlikti ir kitoms L vertėms. Atrankos taisyklės, kai L yra nuo 0 iki 4, yra pateiktos 5.4 lentelėje. Šioje lentelėje pateiktos branduolio sukinio pokyčio modulio $|\Delta J|$ vertės ir lyginumo pokyčiai $\Delta \Pi$, atitinkantys įvairaus tipo šuolius (jeigu šuolio metu lyginumas nepakinta, tada yra žodis „Ne“, o jeigu lyginumas pakinta, tada yra žodis „Taip“). Kaip matyti iš šios lentelės, pasirinktąsias L ir $|\Delta J|$ vertes, kurios neprieštarauja atrankos taisyklėms, bendruoju atveju gali atitikti ir F tipo, ir GT tipo šuolis. Tokiais atvejais skilimas yra „mišrus“, t. y. egzistuoja nenulinė tikimybė, kad jis bus F tipo, ir nenulinė tikimybė, kad jis bus GT tipo. Atskirais atvejais skilimas gali būti tik vieno tipo (F arba GT). Pvz., jeigu šuolis vyksta tarp dviejų būsenų, kurių sukiniai lygūs nuliui, o lyginumai vienodi, tada tai yra F tipo šuolis. Jeigu $\Delta J = L + 1$, tada šuolis yra GT tipo. Kitais atvejais šuoliai yra „mišrūs“. ***Pastaba***: Kaip matome šioje lentelėje, su F tipo šuoliais, kurie atitinka pirmąją (mažesniąją) $|\Delta J|$ vertę, kuri užrašyta skliaustuose, gali „konkuruoti“ GT šuoliai, kurių L yra dviem vienetais mažesnis. Jeigu pastarieji šuoliai yra galimai, tada jų tikimybė turėtų būti daug didesnė, negu minėtųjų F šuolių (dėl mažesnio L), tačiau yra galimos ir išimtys iš šio dėsningumo.

5.4 lentelė. Beta skilimo atrankos taisyklės

Draudžiamumas	L	Fermio tipo		Gamovo ir Telerio tipo	
		$\lvert\Delta J\rvert$	$\Delta \Pi$	$\lvert\Delta J\rvert$	$\Delta \Pi$
Leidžiamasis	0	0	Ne	(0), 1	Ne
Pirmasis draudžiamasis	1	(0), 1	Taip	0, 1, 2	Taip
Antrasis draudžiamasis	2	(1), 2	Ne	2, 3	Ne
Trečiasis draudžiamasis	3	(2), 3	Taip	3, 4	Taip
Ketvirtasis draudžiamasis	4	(3), 4	Ne	4, 5	Ne

Ankstesnis beta dalelių spektro pavidalo aptarimas ir tą spektrą nusakanti formulė (5.4.22) atitinka tik leidžiamuosius šuolius, nes ta formulė gauta remiantis prielaida, kad branduolio viduje elektrono ir neutrino banginės funkcijos yra konstantos. Šiame artinyje trikdžio matricos elementas H_{21} nepriklauso nuo elektrono ir neutrino būsenų ir yra tiesiog proporcingas branduoliniam matricos elementui M_{ba}. Todėl spektro, kuris atitinka leidžiamuosius šuolius, pavidalą lemia tik galimų galutinių elektrono bei neutrino būsenų skaičius (tiksliau, būsenų tankis) bei pataisa, kuri atspindi Kulono sąveiką. Tačiau draudžiamųjų skilimų atveju spektro forma pasikeičia. Taip yra todėl, kad

atitinkamų trikdžio matricos elementų išraiškose po integralo ženklu atsiranda papildomas daugiklis, priklausantis nuo $\boldsymbol{r}$, $\boldsymbol{p}$ ir $\boldsymbol{q}$. Kadangi tas daugiklis priklauso nuo $\boldsymbol{r}$, jo negalima iškelti prieš integralą (juk integruojama $\boldsymbol{r}$ atžvilgiu), o kadangi jis priklauso nuo $\boldsymbol{p}$ ir $\boldsymbol{q}$, tai reiškia, kad ir trikdžio matricos elementas priklauso nuo $\boldsymbol{p}$ ir $\boldsymbol{q}$. Todėl spektro forma atspindi ne tik elektrono bei neutrino būsenų tankį, bet ir pataisą dėl trikdžio matricos elemento priklausomybės nuo elektrono ir neutrino būsenų. Vienas iš požymių, kurie rodo, kad duotasis šuolis yra draudžiamasis, yra Fermio ir Kiuri kreivės nuokrypis nuo tiesės, nes tiesė yra gaunama tik leidžiamųjų šuolių atveju. Pvz., 5.18 pav. viršutiniame grafike parodyta Kiuri kreivė, kuri atitinka itrio izotopo ${}^{91}_{39}\mathrm{Y}$ beta skilimą, virstant cirkonio izotopu ${}^{91}_{40}\mathrm{Zr}$. Tai yra branduolio šuolis iš nuklido ${}^{91}\mathrm{Y}$ lygmens $1/2^-$ į nuklido ${}^{91}\mathrm{Zr}$ lygmenį $5/2^+$. Kadangi šiuo atveju $\Delta J = 2$, tai šis šuolis yra draudžiamasis. Kaip matome 5.4 lentelėje, šuolis, kurio metu $\Delta J = 2$, o lyginumas pakinta, gali būti pirmasis draužiamasis GT tipo arba trečias draudžiamasis F tipo. Šiuo atveju šuolis yra GT tipo, t. y. $L = 1$. Matome, kad atitinkama Kiuri kreivė yra netiesinė. Kad panaikinti šį netiesiškumą, Kiuri kreivę reikia padalyti iš kvadratinės šaknies iš funkcijos, kuri nusako trikdžio matricos elemento modulio kvadrato priklausomybę nuo $\boldsymbol{p}$ ir $\boldsymbol{q}$. Teoriškai yra įrodyta, kad tuo atveju, kai $|\Delta J| = 2$, o skilimas yra GT tipo, minėtoji priklausomybė yra proporcinga $p^2 + q^2$. Kaip matome 5.18 pav. apatiniame grafike, padalijus viršutinio grafiko kreivę iš $\sqrt{p^2+q^2}$, iš tikrųjų yra gaunama tiesė. Šis pavyzdys rodo, kad Kiuri kreivės analizė gali padėti nustatyti L vertę, kuri atitinka duotąjį β skilimą: jeigu Kiuri kreivė yra netiesinė, tai rodo, kad skilimas yra draudžiamasis. Kadangi to netiesiškumo pobūdis įvairaus tipo draudžiamiesiems šuoliams yra žinomas, tai, parinkus atitinkamą pataisos koeficientą, kuris „ištiesina“ Kiuri kreivę, galima nustatyti L, o pagal L vertę – ir branduolio sukinio pokytį šuolio metu.



5.18 pav. Viršutiniame grafike pavaizduota nepataisyta Kiuri kreivė nuklido ${}^{91}\mathrm{Y}$ draudžiamajam skilimui (šuolis iš nuklido ${}^{91}\mathrm{Y}$ lygmens $1/2^-$ į nuklido ${}^{91}\mathrm{Zr}$ lygmenį $5/2^+$). Apatiniame grafike pavaizduota pataisyta Kiuri kreivė, kuri apskaičiuota padalijus viršuje pavaizduotą funkciją iš $\sqrt{p^2+q^2}$.

5.4.4. *Įvairaus tipo beta skilimų spartų palyginimas*

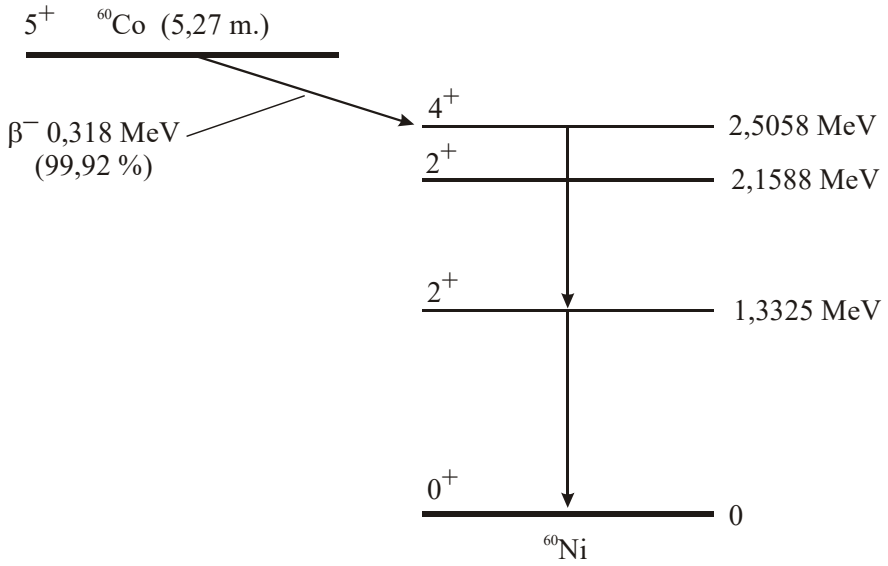
Vienas iš panašumų tarp β skilimų ir spinduliuojamųjų fotoninių branduolio kvantinių šuolių, kurie buvo aptarti 5.2 – 5.3 skyriuose, yra tas, kad trikdžio matricos elementas yra tuo didesnis, kuo didesnė pradinės ir galutinės banginių funkcijų sanklota erdvėje, nes, didėjant tai sanklotai, didėja pointegralinės funkcijos reikšmė. Pradinė ir galutinė branduolio banginės funkcijos yra panašiausios viena į kitą tada, kai pirminio branduolio neutronų skaičius yra lygus antrinio branduolio protonų skaičiui (ir atvirkščiai), nes tada pirminio branduolio neutronų pasiskirstymas tarp viendalelių būsenų yra lygiai toks pats, kaip antrinio branduolio protonų pasiskirstymas (ir atvirkščiai). Kadangi β skilimo metu protonų ir neutronų skaičiai pakinta vienetu, tai aišku, kad toks pirminio ir antrinio branduolių neutronų ir protonų posistemių sutapimas pasireiškia tik tada, kai ir pirminiame, ir antriniame branduolyje neutronų ir protonų skaičių skirtumas yra lygus ±1. Tokie branduoliai vadinami „veidrodiniais“ branduoliais. Tokių β skilimų pavyzdžiai yra skilimai $n \to p$, $^{3}H \to {}^{3}He$, $^{17}F \to {}^{17}O$. Kadangi β skilimą sąlygoja silpnoji sąveika, kurios atžvilgiu protonas ir neutronas yra lygiaverčiai, tai apskaičiuojant trikdžio matricos elementą protoną ir neutroną galima laikyti vienodomis dalelėmis. Šiuo požiūriu veidrodinių branduolių banginės funkcijos yra praktiškai vienodos (nepaisant mažo skirtumo dėl to, kad skiriasi Kulono sąveika). Todėl anksčiau minėtas dydis $fT_{1/2}$, kuris yra apytiksliai atvirkščiai proporcingas branduolinio matricos elemento modulio kvadratui, yra ypač mažas tada, kai β skilimo metu branduolys virsta veidrodiniu branduoliu. Tai reiškia, kad tokių šuolių tikimybė yra ypač didelė, o branduolio pusamžis tokio šuolio atžvilgiu yra ypač mažas. Todėl tokie leidžiamieji šuoliai vadinami „superleidžiamaisiais“.

Yra ištirtas didelis skaičius skilimų, kurių pirminio ir antrinio branduolių sukiniai ir lyginumai yra žinomi. Todėl visus šuolius galima suklasifikuoti pagal atrankos taisykles. Rezultatai yra pateikti 5.5 lentelėje. Šioje lentelėje pateiktos apytikslės santykinio pusamžio dešimtainio logaritmo vertės įvairaus „uždraustumo laipsnio“ kvantiniams šuoliams. Reikia turėti omenyje, kad skirtingų šuolių, kurių uždraustumo laipsnis yra vienodas, santykiniai pusamžiai gali skirtis keliomis eilėmis (t. y. skaičiai, kurie pateikti 5.5 lentelėje, yra tik orientacinio pobūdžio). Tačiau ši klasifikacija yra naudinga ir dažnai pagal išmatuotą santykinio pusamžio $ft_{1/2}$ vertę galima nustatyti šuolio tipą ir tuo pačiu – branduolio sukinį.

5.5 lentelė. Reiškinio lg ($ft_{1/2}$) apytikslės vertės įvairaus tipo β skilimams

Šuolio tipas	lg ($ft_{1/2}$)
Superleidžiamasis	~ 3,5
Leidžiamasis	5,5 ± 1,5
Pirmasis draudžiamasis	7,5 ± 1,5
Antrasis draudžiamasis	~ 12
Trečiasis draudžiamasis	~ 16
Ketvirtasis draudžiamasis	~ 21

Aptarsime vieną leidžiamojo β skilimo pavyzdį. Tai yra kobalto izotopo $^{60}_{27}Co$ β^- skilimas, kurį iliustruoja 5.19 pav. Kadangi šuolis yra iš būsenos 5^+ į būseną 4^+, tai mažiausia leidžiama ΔJ vertė yra 1. Kadangi šuolio metu lyginumas nepakinta, tai pagal 5.4 lentelę šis šuolis turėtų būti leidžiamasis Gamovo ir Telerio tipo šuolis. Didžiausia elektronų energija yra 0,318 MeV, todėl, turėdami omenyje, kad antrinio branduolio krūvio skaičius yra $Z = 28$, iš 5.17 pav. gauname, kad $\lg f \approx -1$. Kadangi pusamžis yra $t_{1/2} = 5{,}27$ m., tai $\lg t_{1/2} = 8.2$, todėl $\lg ft_{1/2} = \lg f + \lg t_{1/2} = 7.2$, kas beveik atitinka leidžiamųjų šuolių santykinio pusamžio dešimtainio logaritmo didžiausiąją vertę, kuri pateikta 5.5 lentelėje (≈ 7).



5.19 pav. ^{60}Co skilimo schema. Schemoje parodyti pusamžis, didžiausia β dalelių energija, atitinkamo β skilimo tikimybė, ^{60}Ni branduolio mažiausios energijos vertės ir intensyviausi kvantiniai šuoliai tarp ^{60}Ni energijos lygmenų

6. Branduolinės reakcijos

6.1. Įvadas. Branduolinės reakcijos sąvoka

Branduolio tyrimo metodai remiasi tuo, kad branduolys yra išvedamas iš pusiausvyros būsenos („sutrikdomas“), o paskui yra stebimos to sutrikdymo pasekmės. Tas branduolio trikdymas realizuojamas nukreipiant tam tikrų dalelių pluoštą į taikinį, kuriame yra tiriamieji branduoliai. Krintančiosios dalelės kartais susiduria su taikinio branduoliais ir tada įvyksta branduolinė reakcija. ***Branduolinė reakcija*** – tai yra bet koks branduolio virsmas dėl sąveikos su dalele. Praktikoje ta sąveika dažnai gali būti laikoma be galo trumpa (akimirksnine) ir pakanka tik žinoti dalelių būsenas prieš sąveiką ir po jos, todėl ta sąveika vadinama „susidūrimu“. Taigi, pagrindinis branduolinės reakcijos skirtumas nuo branduolio savaiminio skilimo yra tas, kad branduolinės reakcijos atveju prieš branduolio virsmą turime ne vieną dalelę (pirminį branduolį), o bent dvi daleles (pirminį branduolį ir į jį smogiančią dalelę).

Bendruoju atveju net ir tada, kai krintančioji dalelė ir taikinio branduolys yra tiksliai apibrėžti, yra galimos kelių rūšių branduolinės reakcijos. Kiekviena iš jų suteikia informacijos apie tam tikrą branduolio struktūros aspektą. Pvz., branduolinės reakcijos yra taikomos tiriant branduolinę jėgą, matuojant branduolio matmenis ir formą, tiriant sužadintųjų branduolių savybes ir kt. Be to, branduolinės reakcijos plačiai taikomos ir kitose srityse, pvz., energetikoje, medžiagų sudėties tyrimuose ir gaminant radioaktyvius izotopus.

Galimos susidūrimo pasekmės priklauso nuo susiduriančių dalelių prigimties ir jų energijos. Esant pakankamai didelei dalelių energijai, gali susidaryti daug antrinių dalelių. Kai energija yra palyginti maža, tada dažniausiai būna tik dvi antrinės dalelės. Tokia reakcija, kai, sąveikaujant dalelei ir branduoliui, susidaro antrinis branduolys ir dar viena dalelė, yra vadinama ***binariąja reakcija***. Toliau daugiausia bus aptariamos binariosios branduolinės reakcijos.

Binarioji branduolinė reakcija užrašoma šitaip:

$$\mathrm{a} + \mathrm{X} \rightarrow \mathrm{Y} + \mathrm{b} \quad \text{arba} \quad \mathrm{X\,(a, b)\,Y} \tag{6.1.1}$$

čia a yra krintančioji dalelė, X yra taikinio branduolys (dažniausiai nejudantis), o Y ir b yra reakcijos produktai. Dažniausiai Y yra sunkioji dalelė (pvz., atomo branduolys), kuri greitai sustoja taikinio medžiagoje, o b yra lengvoji dalelė, kuri išlekia iš taikinio ir yra detektuojama. Dažniausiai a yra nukleonai arba lengvieji branduoliai. Antrinė dalelė b dažniausiai būna γ kvantas arba nukleonas. Jeigu yra nagrinėjama grupė reakcijų, kurios skiriasi tik pradiniu ir galutiniu branduoliais (X ir Y), tačiau nesiskiria krintančiąja ir išlekiančiąja lengvosiomis dalelėmis, tada tokios reakcijos apibendrintai vadinamos, pvz., (α, n) arba (n, γ) reakcijomis (tarp skliaustų nurodytos pradinė ir antrinė lengvosios dalelės). Užrašant branduolinių virsmų lygtis, bus vartojami tokie dalelių žymenys: neutronas – n, protonas – p, α dalelė – α, deutonas – d, tritonas – t, elektronas – e^-, pozitronas – e^+, elektroninis neutrinas – ν_e, elektroninis antineutrinas – $\overline{\nu}_e$, γ kvantas – γ. Elektroninis neutrinas ir elektroninis antineutrinas dažnai vadinami tiesiog neutrinu ir antineutrinu (atitinkami žymenys yra ν ir $\overline{\nu}$).

Reakcijos energija (šiluma) apskaičiuojama pagal energijos tvermės dėsnį: tai yra pirminių ir antrinių dalelių rimties energijų skirtumas:

$$Q = (m_\mathrm{a} + m_\mathrm{X} - m_\mathrm{b} - m_\mathrm{Y})c^2 . \tag{6.1.2}$$

Jeigu $Q > 0$, tada reakcija yra ***egzoterminė*** (t. y. antrinių dalelių kinetinė energija yra didesnė negu pirminių dalelių kinetinė energija), o jeigu $Q < 0$, tada reakcija yra ***endoterminė*** (t. y. antrinių dalelių kinetinė energija yra mažesnė negu pirminių dalelių kinetinė energija, o jeigu pastaroji yra mažesnė už tam tikrą slenkstinę vertę, tada endoterminė reakcija apskritai negalima).

Branduolinę reakciją gali sukelti bet kokia pakankamai didelės energijos dalelė. Jeigu krintančioji dalelė turi teigiamą elektros krūvį (pvz., atomų branduoliai), tada, kad įvyktų branduolinė reakcija, krintančioji dalelė turi įveikti Kulono stūmos potencialo barjerą. Tai reiškia, kad krintančiosios dalelė energija turi būti artima potencialo barjero aukščiui arba didesnė už pastarąjį. Šis potencialo barjero aukštis dažnai būna palyginti didelis. Pvz., jeigu taikinio branduolys yra urano ($Z = 92$), o krintančioji dalelė yra alfa dalelė, tada Kulono potencialo barjero aukštis yra maždaug 20 MeV. Jeigu krintančioji dalelė yra neutronas, tada potencialo barjero nėra. Be to, yra žinoma, kad neutrono ryšio energija branduolyje yra maždaug 7 – 8 MeV. Tai reiškia, kad, kai branduolys pagauna neutroną, susidaręs antrinis branduolys turi maždaug tokio didumo energijos perteklių (lyginant su

pagrindine antrinio branduolio būsena). Todėl neutronai gali sukelti egzotermines reakcijas net ir tada, kai neutronų energija yra labai maža. Ši svarbi neutrono sukeltų branduolinių reakcijų ypatybė yra branduolinės energetikos pagrindas.

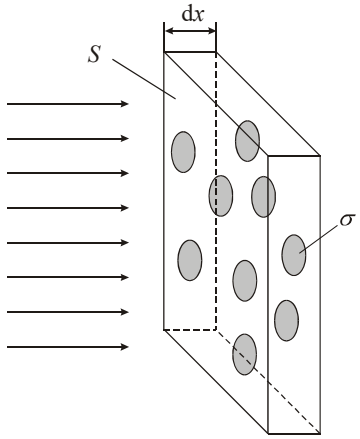
Elektronams ir gama kvantams taip pat neegzistuoja Kulono potencialo barjeras. Jie sąveikauja su branduoliu elektromagnetinės prigimties jėga (palyginimas: krintantieji branduoliai ir neutronai sukelia branduolines reakcijas dėl stipriosios branduolinės jėgos). Jeigu elektronai arba gama kvantai sukelia branduolinę reakciją, tada reakcijos produktų impulsų (judesio kiekių) vektorių pasiskirstymas suteikia informacijos apie krūvių ir srovių pasiskirstymą taikinio branduolyje.

6.2. Sąveikos skerspjūvio ir diferencialinio sąveikos skerspjūvio sąvokos

Kiekvieną galimą dviejų dalelių sąveikos („susidūrimo“) pasekmę vadinsime „įvykiu“. Konkretaus įvykio tikimybę galima išreikšti vartojant skerspjūvio sąvoką: kiekviena taikinio dalelė (pvz., elektronas, atomas arba branduolys) pakeičiama įsivaizduojama plokščia sritimi, kuri statmena krintančiųjų dalelių judėjimo krypčiai ir kurios plotas parinktas taip, kad duoto įvykio tikimybė sutaptų su tikimybe, kad krintančioji dalelė pataikys į šią sritį. Taip apibrėžtas plotas σ vadinamas to įvykio ***skerspjūviu***. Žinant skerspjūvį, duoto įvykio tikimybę galima apskaičiuoti pagal geometrinės tikimybės skaičiavimo taisykles toliau aprašytu būdu.

Jeigu taikinio dalelių koncentracija yra n, tada ploto S ir nykstamojo storio dx medžiagos sluoksnyje yra $n{\cdot}S{\cdot}\mathrm{d}x$ taikinio dalelių. Pilnutinis šių dalelių „plotas“ dS', kuris uždengia dalį ploto S, yra lygus skerspjūvių plotų sumai, t. y. $\mathrm{d}S' = \sigma{\cdot}n{\cdot}S{\cdot}\mathrm{d}x$ (žr. 6.1 pav.). Kadangi apibrėžto judesio kiekio krintančiąją dalelę aprašo plokščioji de Broilio banga (3.1.14a), kurios modulio kvadratas yra vienodas visuose taikinio paviršiaus taškuose, tai yra vienoda tikimybė, kad dalelė pataikys į bet kurį S ploto paviršiaus tašką. Todėl tikimybė dP, kad krintančioji dalelė „pataikys“ į kurią nors dx storio sluoksnyje esančią taikinio dalelę, yra lygi plotų santykiui:

$$\mathrm{d}P = \frac{\mathrm{d}S'}{S} = \sigma\, n\, \mathrm{d}x\,. \qquad (6.2.1)$$



6.1 pav. Sąveikos skerspjūvio σ aiškinimas

Šį sąryšį taip pat galima laikyti sąveikos skerspjūvio σ apibrėžtimi: sąveikos skerspjūvis σ yra lygus sąveikos tikimybės dP ir vienetiniame plote esančių dalelių skaičiaus $n{\cdot}\mathrm{d}x$ santykiui.

Kiekvienas įvykis apibūdinamas savo skerspjūviu. Pagal nesutaikomųjų įvykių tikimybių sumos taisyklę, visų galimų įvykių skerspjūvių suma nusako pilnutinį dalelių sąveikos (susidūrimo) skerspjūvį:

$$\sigma = \sum_i \sigma_i\,; \qquad (6.2.2)$$

čia σ_i yra i-tosios rūšies susidūrimo skerspjūvis.

Analogiškai apskaičiuojamas ir pilnutinis (arba konkrečios sąveikos) skerspjūvis, kai egzistuoja kelių rūšių taikiniai. Tada sąveikos skerspjūvis yra lygus

$$\sigma = \sum_i p_i \sigma_i\,; \qquad (6.2.3)$$

čia p_i yra i-tosios rūšies taikinio dalelių santykinis kiekis (t. y. tos rūšies taikinio dalelių koncentracijos ir pilnutinės taikinio dalelių koncentracijos santykis), o σ_i yra duotosios rūšies sąveikos (arba suminis kelių sąveikų) skerspjūvis sąveikaujant tik su i-tosios rūšies taikinio dalelėmis.

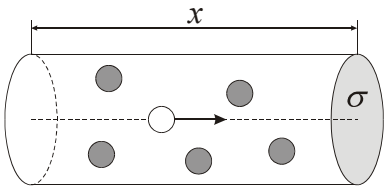
Branduolinių reakcijų skerspjūvius įprasta išreikšti barnais (b). 1 b = 10^{-28} m^2.

Iš (6.2.1) išplaukia, kad susidūrimo tikimybė P yra proporcinga dalelės nueitam keliui x. Vidutinis atstumas l, kurį nulėkus dalelei, tikimybė P tampa lygi vienetui, vadinamas dalelės ***vidutiniu laisvuoju keliu*** duotojoje medžiagoje (žodis „vidutinis“ toliau bus dažnai praleidžiamas). Šio dydžio prasmė – tai vidutinis atstumas, kurį nulekia dalelė tarp dviejų susidūrimų. Pagal (6.2.1) vidutinis laisvasis kelias lygus

$$l = \frac{1}{\sigma n}\,. \qquad (6.2.4)$$

Šią laisvojo kelio išraišką galima gauti šiek tiek vaizdesniu būdu. Judant dalelei, ji sąveikauja tik su tomis medžiagos dalelėmis, kurios priklauso „vamzdeliui“, kuris gaubia dalelės trajektoriją ir kurio skerspjūvio plotas lygus sąveikos skerspjūviui σ (žr. 6.2 pav.). Medžiagos dalelių skaičius N šiame vamzdelyje lygus jo tūrio σx ir dalelių koncentracijos n sandaugai:

$$N = \sigma x n\,; \tag{6.2.5}$$



6.2 pav. Vidutinio laisvojo kelio apskaičiavimui

čia x yra dalelės trajektorijos ilgis. Aišku, kad vidutinis atstumas, kurį nulekia dalelė tarp dviejų susidūrimų, yra lygus pilnutinio nulėktojo atstumo x ir susidūrimų skaičiaus santykiui. Kadangi susidūrimų skaičius lygus dalelių skaičiui N minėtame „vamzdelyje“, tai laisvasis kelias lygus

$$l = \frac{x}{N} = \frac{x}{\sigma x n} = \frac{1}{\sigma n}\,. \tag{6.2.6}$$

Reikia turėti omenyje, kad sąvoka „laisvasis kelias“ nusako dalelės *laisvojo* judėjimo kelią, t. y. atstumą, kurį dalelė nueina tarp dviejų *bet kokios rūšies* sąveikų. Todėl, griežtai kalbant, (6.2.6) reiškinys turi laisvojo kelio prasmę tik tada, kai σ yra *pilnutinis* sąveikos skerspjūvis. Jeigu (6.2.6) reiškinyje vietoj pilnutinio sąveikos skerspjūvio σ naudojamas dalinis skerspjūvis, kuris nusako vienos konkrečios rūšies sąveiką, tada gautojo dydžio prasmė – vidutinis dalelės kelias tarp dviejų *duotosios rūšies* susidūrimų. Jeigu egzistuoja keli sąveikos vyksmai, tada šis kelias nėra „laisvas“ tikrąja to žodžio prasme, nes tarp dviejų tos rūšies susidūrimų yra galimi ir kitų rūšių susidūrimai. Tačiau, kad būtų trumpiau, šis kelias taip pat kartais vadinamas „laisvuoju keliu“ (duotosios rūšies susidūrimų atžvilgiu), nors jis visada yra didesnis už tikrąjį laisvąjį kelią (jeigu yra galimi kitų rūšių susidūrimai). Iš (6.2.2) ir (6.2.6) išplaukia, kad tikrajam laisvajam keliui l atvirkštinis dydis yra lygus atvirkštinių „dalinių“ laisvųjų kelių sumai:

$$\frac{1}{l} = \sum_i \frac{1}{l_i}\,; \tag{6.2.7}$$

čia l_i yra vidutinis dalelės kelias tarp dviejų i-tosios rūšies susidūrimų.

Duotojo įvykio skerspjūvio σ ir taikinio dalelių koncentracijos n sandauga σn vadinama to įvykio ***makroskopiniu skerspjūviu*** (Σ). Taigi, galima teigti, kad makroskopinis skerspjūvis yra taikinio tūrio vienetą atitinkantis sąveikos skerspjūvis. Pagal (6.2.1) makroskopinis skerspjūvis nusako duotosios rūšies sąveikos įvykio tikimybę krintančios dalelės kelio vienetui, o pagal (6.2.4) makroskopinis skerspjūvis yra lygus atvirkštiniam vidutiniam keliui tarp dviejų duotosios rūšies susidūrimų:

$$\Sigma = \frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}x} = \sigma n = \frac{1}{l}\,. \tag{6.2.8}$$

Dažnai mus domina ne vienos krintančiosios dalelės sąveikos su taikiniu tikimybė, o pilnutinis sąveikos įvykių skaičius per laiko vienetą duotajame tūryje V. Vienos krintančiosios dalelės sąveikos su taikiniu tikimybė per laiko vienetą ($\mathrm{d}P/\mathrm{d}t$) gaunama padalijus (6.2.1) lygybę iš laiko $\mathrm{d}t$, per kurį dalelės nueina atstumą $\mathrm{d}x$. Taigi,

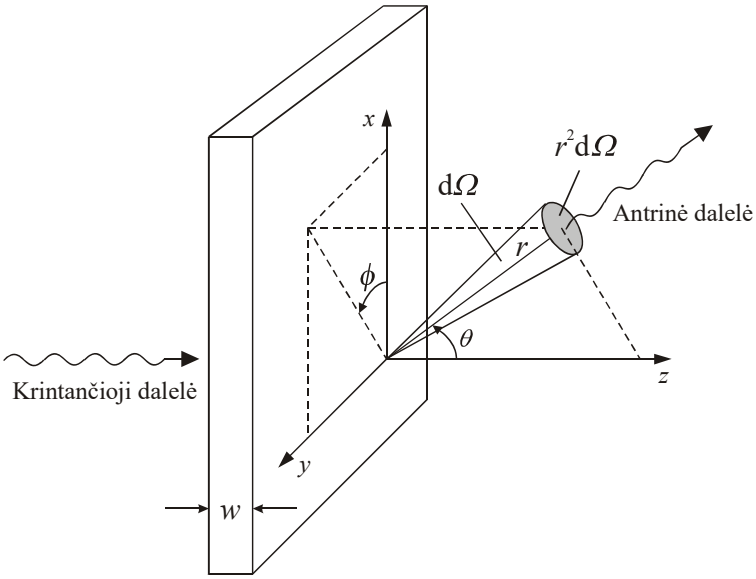
$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}t} = \sigma n \upsilon\,; \tag{6.2.9}$$

čia υ yra krintančiosios dalelės greitis. Sąveikos įvykių skaičių duotajame tūryje V per laiko vienetą pažymėsime raide R („reakcijos sparta“). Šis dydis lygus pilnutinio krintančiųjų dalelių skaičiaus tūryje V ir vienos dalelės sąveikos tikimybės per laiko vienetą $\mathrm{d}P/\mathrm{d}t$ sandaugai. Jeigu krintančiųjų dalelių koncentracija n_{kr} yra pastovi, jų skaičius tūryje V yra lygus $n_{\mathrm{kr}}V$. Vadinasi,

$$R = \sigma n \upsilon n_{\mathrm{kr}} V = \sigma N \upsilon n_{\mathrm{kr}} = \sigma N j = \Sigma V j\,; \tag{6.2.10}$$

čia $N = nV$ yra taikinio dalelių skaičius tūryje V, o $j = \upsilon n_{\mathrm{kr}}$ yra krintančiųjų dalelių srauto tankis (dalelių skaičius ploto vienetui per laiko vienetą).

Sąveikos (reakcijos) produktai (pvz., išsklaidytieji neutronai arba fotonai, kurie emituojami spinduliuojamojo neutrono pagavimo metu) gali išlėkti įvairiomis kryptimis. Dažnai sąveikos produktų (antrinių dalelių) išlėkimo krypčių kampinis pasiskirstymas suteikia informacijos apie taikinio daleles arba apie sąveikos prigimtį. Siekiant apibūdinti šį kampinį pasiskirstymą, vartojama diferencialinio sąveikos skerspjūvio sąvoka. Diferencialinis sąveikos skerspjūvis apibrėžiamas šitaip. Tarkime, kad tikimybė dP, kuri yra (6.2.1) lygybės kairiojoje pusėje, yra ne bet kurio duotosios rūšies sąveikos įvykio tikimybė, o tik tokio įvykio, po kurio dalelė išlekia į nykstamąjį erdvinį kampą dΩ duotąja kryptimi, kurią nusako kampai θ ir ϕ (žr. 6.3 pav.). [Erdvinis kampas Ω – tai sferos segmento ploto ir sferos spindulio kvadrato santykis. Kadangi r spindulio sferos plotas yra $4\pi r^2$, tai didžiausia galima Ω reikšmė yra 4π.] Kadangi dΩ yra nykstamasis dydis, tai ir tokio įvykio skerspjūvis yra nykstamasis dydis dσ. Dydžių dσ ir dΩ santykis dσ/dΩ vadinamas ***diferencialiniu sąveikos skerspjūviu*** arba ***kampiniu sąveikos skerspjūviu***. Jį žymėsime σ_Ω. Taigi, diferencialinis skerspjūvis yra antrinės dalelės išlėkimo į vienetinį erdvinį kampą duotąja kryptimi (θ, ϕ) skerspjūvis. Diferencialinis skerspjūvis išreiškiamas barnais steradianui (b/sr). Kaip parodyta 6.3 pav., θ yra kampas tarp krintančiosios dalelės krypties ir antrinės dalelės išlėkimo krypties (galimos vertės – nuo 0 iki π), o ϕ nusako pastarosios krypties projekciją į statmeną kritimo krypčiai plokštumą (galimos vertės – nuo 0 iki 2π). Jeigu pirminės dalelės judėjimo kryptį sutapatinsime su sferinės koordinačių sistemos z ašies kryptimi, tada kampas θ yra tos koordinačių sistemos polinis kampas, o kampas ϕ yra azimutinis kampas. Kampas θ kartais vadinamas ***sklaidos kampu***. Pilnutinis („integralinis“) skerspjūvis lygus diferencialinio skerspjūvio integralui visų krypčių atžvilgiu[1]:



6.3 pav. Diferencialinio sąveikos skerspjūvio apskaičiavimui

$$\sigma = \int \sigma_\Omega \mathrm{d}\Omega \equiv \int_0^{2\pi} \mathrm{d}\phi \int_0^{\pi} \sigma_\Omega \sin\theta \mathrm{d}\theta . \qquad (6.2.11)$$

Bendruoju atveju σ_Ω priklauso nuo abiejų kampų θ ir ϕ. Tačiau, kai krintančioji spinduliuotė nėra poliarizuota (t. y. kai krintančiųjų dalelių sukinių visos kryptys yra lygiavertės), σ_Ω priklauso tik nuo θ. Tada (6.2.11) formulė supaprastėja:

$$\sigma = 2\pi \int_0^{\pi} \sigma_\Omega \sin\theta \mathrm{d}\theta . \qquad (6.2.12)$$

6.3. Branduolinių reakcijų pavyzdžiai

6.3.1. *Tamprioji sklaida*

Tamprioji sklaida – tai paprasčiausia sąveikos rūšis, kai nekinta krintančiosios dalelės ir taikinio branduolio kinetinių energijų suma. Apibendrintoji tampriosios sklaidos lygtis yra

$$\mathrm{a} + \mathrm{X} \rightarrow \mathrm{X} + \mathrm{a}$$

Geriausiai ištirta tamprioji sklaida – tai vadinamoji ***Kulono sklaida***, kai krintančioji elektringoji dalelė sąveikauja su branduoliu tik elektrostatiškai, t. y. pagal Kulono dėsnį:

[1] Pagal erdvinio kampo apibrėžtį sferos ploto elementas yra r^2dΩ. Sferinėse koordinatėse tas pats ploto elementas išreiškiamas šitaip: $r^2 \sin\theta \mathrm{d}\theta \mathrm{d}\phi$. Todėl d$\Omega = \sin\theta \mathrm{d}\theta \mathrm{d}\phi$.

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{zZe^2}{r^2}; \tag{6.3.1}$$

Ši sklaida yra svarbi todėl, kad branduoliai ir daugelis elementariųjų dalelių turi elektros krūvį. Be to, tai yra vienas iš nedaugelio vyksmų, kuriam galima tiksliai apskaičiuoti diferencialinį sąveikos skerspjūvį. Tarus, kad taikinio branduolys (kuris sklaido krintančiąją dalelę) yra be galo masyvus, yra gaunama tokia diferencialinio sklaidos skerspjūvio formulė:

$$\sigma_\Omega = \frac{d^2}{16\sin^4(\theta/2)} = \left(\frac{zZe^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2 \left(\frac{1}{4E}\right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}; \tag{6.3.2}$$

čia d yra mažiausias atstumas, kuriuo suartėja branduolys ir teigiamo krūvio dalelė, kurios energija E, kai smūgis yra centrinis:

$$d = \frac{zZe^2}{4\pi\varepsilon_0 E}. \tag{6.3.3}$$

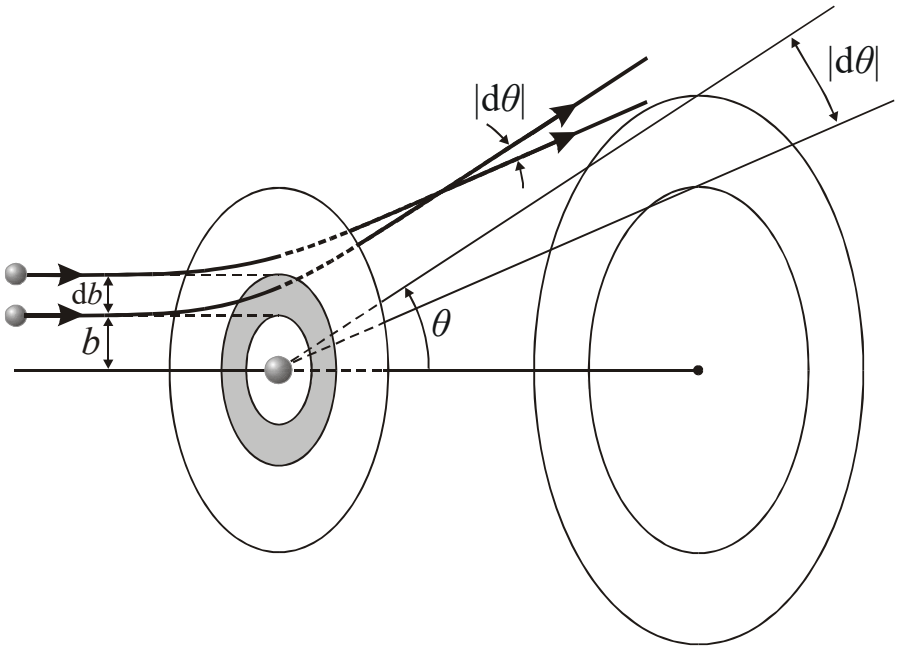
Tamprioji Kulono sklaida dar yra vadinama "Rezerfordo sklaida", nes pirmieji jos tyrimai buvo atlikti Rezerfordo laboratorijoje, ir Rezerfordas pirmasis išvedė (6.3.2) formulę, remdamasis nereliatyvistine klasikine mechanika. Rezerfordo sklaidą iliustruoja 6.4 pav. Kaip matome 6.4 pav., sklaidos kampas θ yra abipus vienareikšmiškai susijęs su „smūgio parametru" b. Tai yra atstumas tarp tiesės, išilgai kurios iš pradžių judėjo dalelė, ir branduolio (jeigu nebūtų sąveikos jėgos, tada mažiausias atstumas tarp krintančiosios dalelės ir branduolio būtų lygus smūgio parametrui b). Reikia turėti omenyje, kad (6.3.2) formulė lieka galioti ir tada, kai tarp krintančiosios dalelės ir branduolio veikia ne stūmos, o traukos jėga (pvz., kai yra sklaidomas elektronas). Tačiau pastaruoju atveju krintančioji dalelė yra išsklaidoma ne nuo sklaidos centro, o link jo.

Rezerfordas savo bandymuose naudojo natūralius alfa dalelių šaltinius, kurių spinduliuojamų dalelių energija yra mažesnė už 9 MeV. Tada atstumas d (6.3.3) yra kelis kartus didesnis už branduolio spindulį, t. y. atstumas tarp alfa dalelės ir branduolio paviršiaus visada lieka didesnis už trumpasiekės branduolinės jėgos veikimo nuotolį (~10^{-15} m). Tačiau, naudojant dalelių greitintuvus, alfa daleles ir kitus branduolius galima pagreitinti iki daug didesnių energijų. Kaip matome atstumo d išraiškoje (6.3.3), jis yra atvirkščiai proporcingas dalelės pradinei kinetinei energijai E. Vadinasi, esant pakankamai didelei E vertei, kai kurios krintančiosios dalelės (kurių smūgio parametras b yra pakankamai mažas) gali priartėti prie branduolio atstumu, kuris yra tos pačios eilės kaip branduolinės jėgos veikimo nuotolis. Tada „įsijungia" branduolinė sąveika ir pilnutinis sąveikos skerspjūvis jau neatitinka Rezerfordo formulės (6.3.2). Tuo remiasi vienas iš pirmųjų branduolio spindulio matavimo metodų: alfa dalelių energija didinama ir yra matuojamas diferencialinis sklaidos skerspjūvis esant pastoviam sklaidos kampui. Kol alfa dalelių energija yra palyginti maža, jų sąveika su branduoliais yra grynai elektrostatinė, todėl Rezerfordo formulė galioja ir skerspjūvis yra atvirkščiai proporcingas dalelių energijos kvadratui (žr. 6.5 pav., punktyrinė linija). Kai alfa dalelių energija pasiekia tokią vertę, kai atstumas d (6.3.3) tampa mažesnis už branduolio ir alfa dalelės spindulių sumą, tada kai kurios dalelės pradeda sąveikauti su branduoliu dar ir dėl stipriosios branduolinės sąveikos, ir tokių sąveikų santykinė dalis yra tuo didesnė, kuo didesnė alfa dalelių energija. Todėl esant didelėms dalelių energijoms skerspjūvio priklausomybė nuo E pasikeičia. 6.5 pav. pateikta išmatuota alfa dalelių sklaidos ^{208}Pb branduoliais 60° kampu diferencialinio skerspjūvio priklausomybė nuo alfa dalelių energijos (atskiri taškai). Matome, kad toje priklausomybėje yra lūžis maždaug ties 27 MeV. Įrašius tą energiją į (6.3.3), gaunamas atstumas tarp alfa dalelės ir branduolio centrų, kai pradeda veikti stiprioji sąveika. Atlikus daug tokio tipo eksperimentų, naudojant įvairius taikinius, ir apibendrinus jų rezultatus, nustatyta, kad tas atstumas yra šitaip susijęs su branduolio masės skaičiumi A:

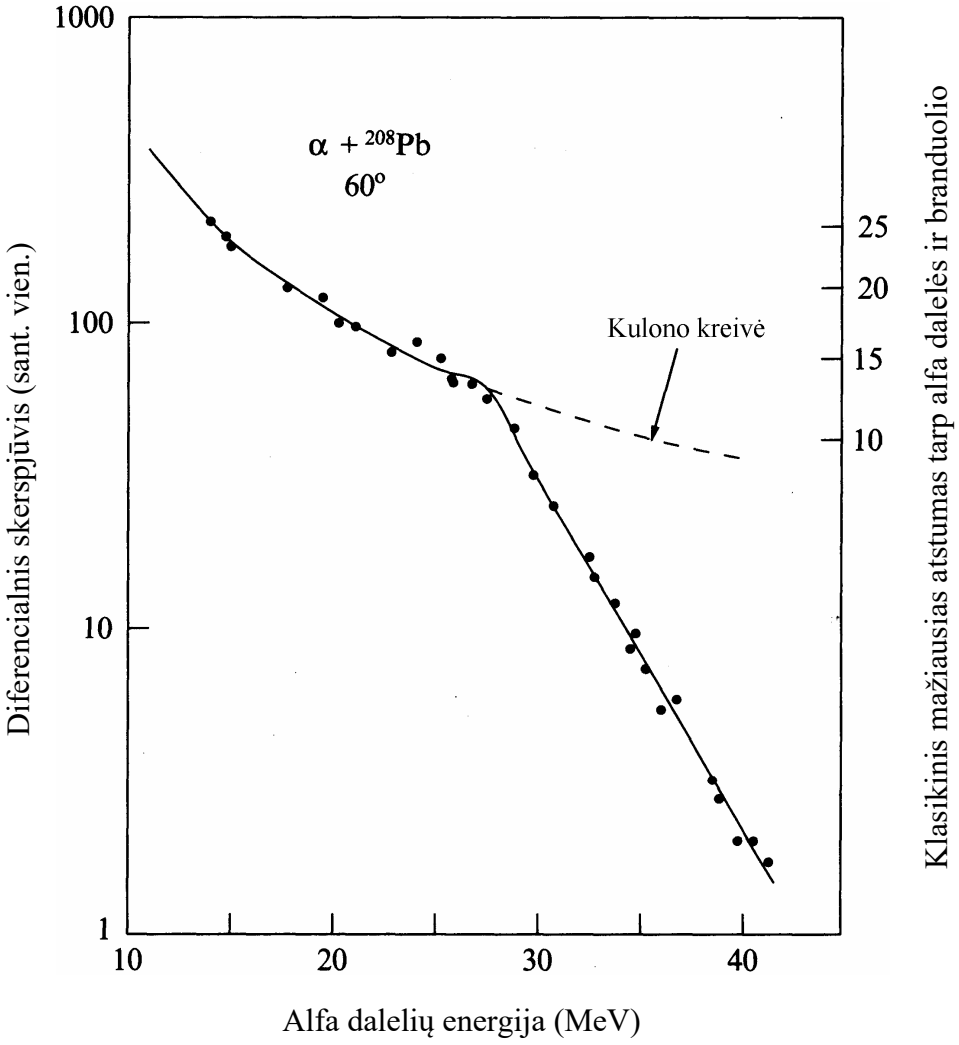
$$R = 1{,}41A^{1/3} + 2{,}11 \text{ fm} \tag{6.3.4}$$

Iš šio rezultato galima daryti išvadą, kad branduolio spindulys yra lygus $1{,}41A^{1/3}$ fm, o alfa dalelės spindulys yra 2,11 fm. Šis rezultatas tapo vienu iš pirmųjų požymių, kad branduolio spindulys yra tiesiog proporcingas $A^{1/3}$, t. y. kad visų nuklidų branduolių medžiagos tankis yra apytiksliai vienodas.

Reikia pastebėti, kad branduolio spindulys, kuris įeina į (6.3.4) reiškinį, nėra tiksliai lygus branduolio medžiagos tankio $\rho(r)$ pasiskirstymo krašto spinduliui. Iš dalies taip yra todėl, kad $\rho(r)$ neturi ryškaus krašto, o iš dalies dėl to, kad į R reikšmę įeina ir branduolinės jėgos veikimo nuotolis, kuris yra baigtinis (t. y. nelygus nuliui).



6.4 pav. Tamprioji Kulono sklaida: dalelių, kurių smūgio parametrai priklauso nykstamo pločio intervalui nuo b iki $b + \mathrm{d}b$, sklaidos kampai priklauso intervalui nuo θ iki $\theta + \mathrm{d}\theta$ (pokyčių db ir dθ ženklai yra priešingi)



6.5 pav. Alfa dalelių tampriosios sklaidos fiksuotu kampu (60°) diferencialinis skerspjūvis (santykiniais vienetais). Lūžio taškas atitinka tokią alfa dalelių energiją, kai tampa galima trumpasiekė stiprioji sąveika

6.3.2. *Tiesioginės reakcijos*

Tiesioginė branduolinė reakcija – tai tokia reakcija, kai krintančioji dalelė sąveikauja tik su mažu skaičiumi paviršinių branduolio nukleonų. Viena tokių reakcijų ypatybė yra ta, kad energijos, impulso ir masės apykaita tarp krintančiosios dalelės ir branduolio yra palyginti maža, t. y. sąveikaujančių dalelių energijos, impulsai ir masės pakinta palyginti nežymiai. Kita ypatybė yra ta, kad reakcijos trukmė yra labai maža (10^{-22} s eilės), t. y. tos pačios eilės kaip krintančiosios dalelės pralėkimo per branduolio tūrį trukmė.

Svarbi tiesioginių branduolinių reakcijų rūšis yra ***netamprioji sklaida***. Taip vadinamos reakcijos, kurių antrinės dalelės yra tos pačios kaip pirminės, tačiau dalis pirminių dalelių kinetinės energijos yra išeikvojama vienos arba abiejų dalelių sužadinimui, t. y. jų vidinės energijos padidinimui (todėl antrinių dalelių pilnutinė kinetinė energija yra mažesnė už pirminių dalelių pilnutinę kinetinę energiją). Apibendrintoji netampriosios sklaidos, kai yra sužadinamas tik taikinio branduolys, lygtis:

$$a + X \rightarrow X^* + a$$

Čia žvaigždutės simbolis nurodo, kad branduolys yra sužadintos būsenos. Paskui antriniai branduoliai pereina į pagrindinę (mažiausios energijos) būseną, išspinduliuodami gama kvantą. Matuojant tų gama kvantų energijos pasiskirstymą, yra tiriamos branduolių sužadintosios būsenos, kurios suteikia daug informacijos apie branduolių vidinę sandarą.

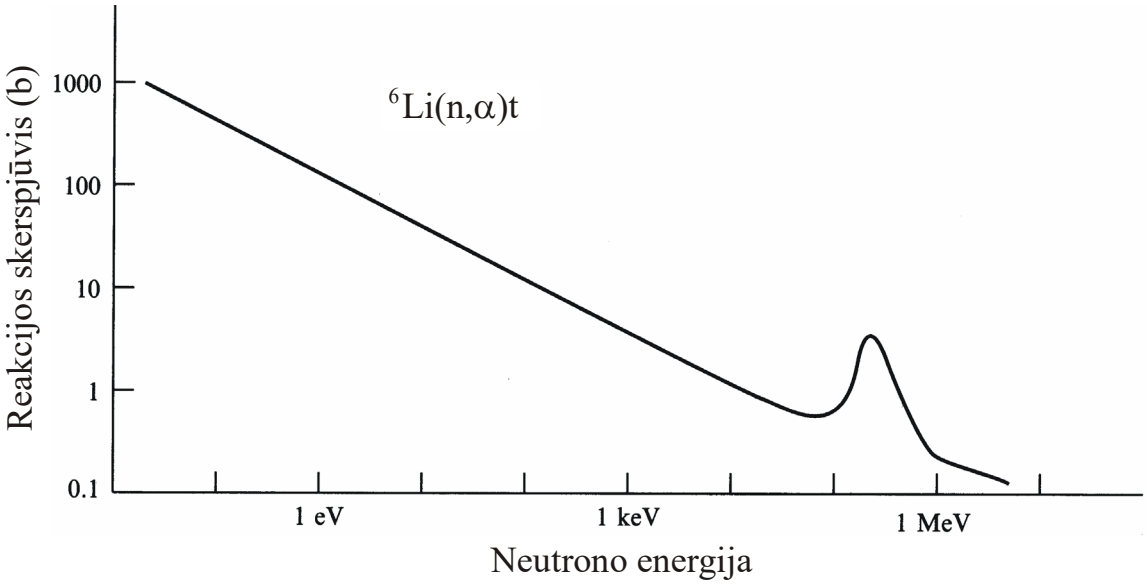
Kita svarbi tiesioginių branduolinių reakcijų rūšis yra ***pernašos reakcijos***, kurių metu vienas arba daugiau nukleonų pereina iš taikinio branduolio į krintantįjį branduolį arba atvirkščiai. Pvz., jeigu krintantysis branduolys yra deutonas, tada, sąveikaudamas su taikinio branduoliu, jis gali netekti savo protono arba neutrono. Tokios pernašos reakcijos vadinamos ***atplėšimo reakcijomis***. Pernašos reakcija, kurios metu nukleonas pereina iš taikinio branduolio į krintantįjį branduolį, vadinama ***pagrobimo reakcija***. Atplėšimo reakcijų pavyzdžiai yra (d,p), (α,d) ir (^{16}O, ^{12}C). Pagrobimo reakcijų pavyzdžiai yra (p,d), (p,t) ir (^{16}O, ^{17}O). Pernašos reakcijos naudojamos tiriant antrinių branduolių, kurių masės artimos pirminių branduolių masėms, savybes. Be to, pernašos reakcijos plačiai taikomos kuriant dirbtinius radioaktyviuosius nuklidus.

6.3.3. *Tarpinio branduolio reakcijos*

Jeigu taikinio branduolio ir krintančiosios dalelės susidūrimas yra centrinis arba beveik centrinis, tada yra galima „tarpinio branduolio“ arba „netiesioginė“ reakcija, kuri vyksta dviem etapais. Visų pirma krintančioji dalelė ir taikinys susilieja į vieną branduolį – „tarpinį branduolį“, paskui reakcijos energija pasiskirsto tarp daugelio nukleonų dėl jų tarpusavio susidūrimų. Taigi, nusistovi dinaminė pusiausvyra tarp nukleonų. Tada vidutinė nukleono energija yra mažesnė už ryšio energiją, todėl tarpinio branduolio egzistavimo trukmė yra palyginti ilga (10^{-18} s – 10^{-16} s), t. y. daug didesnė už laiką, per kurį krintančioji dalelė nueitų atstumą, lygų branduolio skersmeniui. Paskui tarpinis branduolys netenka perteklinės energijos dėl to, kad nukleonas arba nukleonų grupė atsitiktinai įgyja pakankamai didelį energijos kiekį, kad išlėktų iš branduolio. Be to, sužadintas tarpinis branduolys gali netekti energijos ir be nukleonų emisijos – emituodamas gama kvantą arba vidinės konversijos elektroną. Taigi, tarpinis branduolys netenka energijos panašiai kaip įkaitęs skysčio lašas, kuris atvėsta dėl to, kad garuoja, t. y. netenka greičiausių molekulių. Išlekiančių dalelių energiją ir prigimtį lemia „įkaitusio“ tarpinio branduolio savybės, o ne dalelių, iš kurių jis susiformavo, savybės. Kad taptų galima nukleono emisija, tarpinio branduolio sužadinimo energija turi būti didesnė už nukleono ryšio energiją. Jeigu tarpinio branduolio sužadinimo energija yra mažesnė už energiją, kuri reikalinga nukleono emisijai, arba nedaug viršija pastarąją energiją, tada labiausiai tikėtina gama kvantų ir vidinės konversijos elektronų emisija (tai yra vadinamoji „pagavimo“ reakcija).

Kaip minėta 2.2 skyriuje, susijungus dviem lengviems branduoliams į tarpinį branduolį, išsiskiria didelis energijos kiekis, tačiau šioms reakcijoms vykti trukdo Kulono potencialo barjeras (atsirandantis dėl Kulono stūmos tarp reaguojančių branduolių). Tai yra pagrindinis veiksnys, kuris trukdo panaudoti branduolių sintezę energijai gaminti. Branduolių sintezė nuolat vyksta žvaigždžių viduje (ten reikalingą slėgį ir temperatūrą palaiko gravitacijos jėga).

Neutronams neegzistuoja Kulono potencialo barjeras, todėl neutronas gali susilieti su taikinio branduoliu esant bet kokiai neutrono energijai. Tokios reakcijos tikimybė yra atvirkščiai proporcinga neutrono greičiui, t. y. kvadratinei šakniai iš neutrono kinetinės energijos. Šios priklausomybės pavyzdys yra pateiktas 6.6 pav.



6.6 pav. Branduolinės reakcijos ^{6}Li(n,α)t skerspjūvio priklausomybė nuo neutrono energijos. Ties 250 keV matomas rezonansas

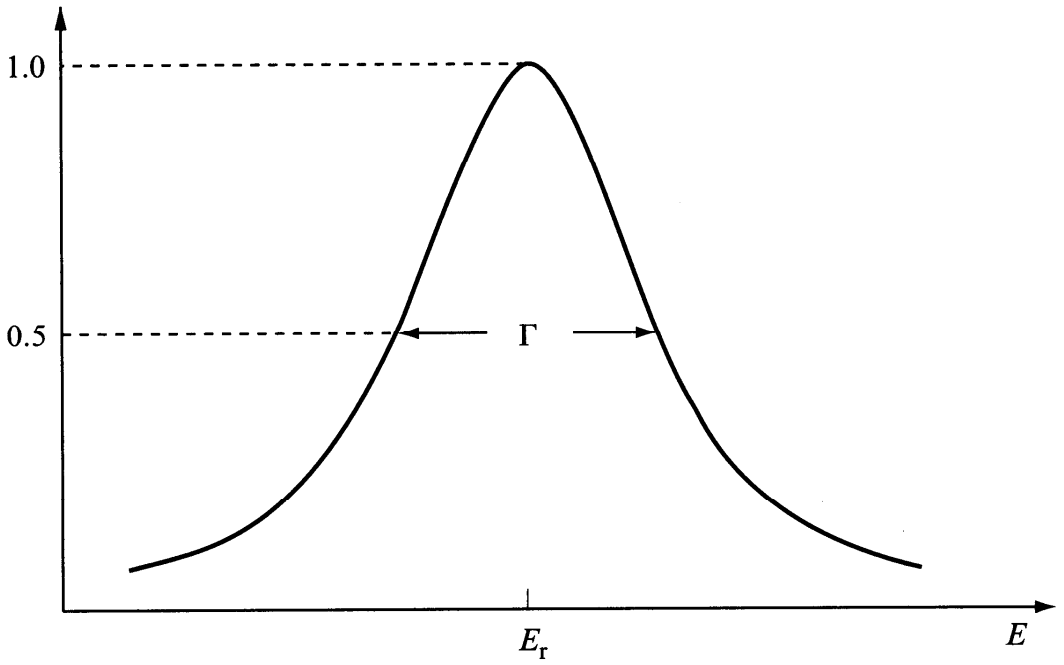
6.3.4. *Rezonansai*

6.6 pav. yra matomas ne tik minėtasis „1 / υ“ dėsnis, bet ir maksimumas ties 250 keV. Šis maksimumas atspindi vadinamąjį „rezonansą“: kai neutrono energija yra maždaug 250 keV, tada tarpinis ^{7}Li branduolys susiformuoja turėdamas sužadinimo energiją, kuri tiksliai atitinka vieną iš to branduolio aukštesniųjų sužadintųjų energijos lygmenų (kitaip sakant, „savųjų dažnių“). Tokiu atveju suintensyvėja energijos perdavimas iš išorinio trikdžio (neutronų srauto) į veikiamąją sistemą (branduolį). Šis reiškinys yra analogiškas mechaninių arba elektrinių virpesių rezonanso reiškiniui, kurio esmė yra ta, kad mechaninio arba elektrinio osciliatoriaus virpesių amplitudė (ir energija) labai padidėja, jeigu išorinės jėgos dažnis yra lygus sistemos savųjų virpesių dažniui. Kalbant apie branduolio sąveiką su neutronais, „jėgos dažnio“ vaidmenį atlieka neutrono banginės funkcijos dažnis, o „savųjų virpesių dažnio“ vaidmenį atlieka branduolio nukleonų kolektyvinio periodinio judėjimo dažnis, kuris yra lygus intervalo tarp gretimų energijos lygmenų ir Planko konstantos santykiui.

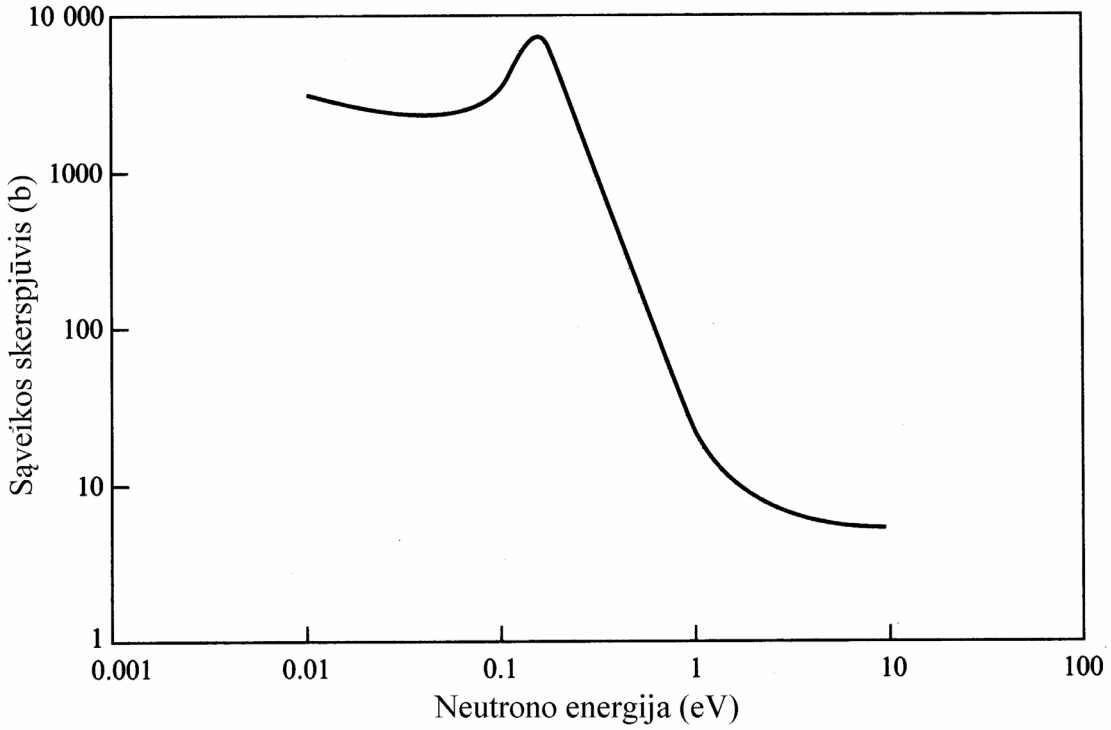
Reakcijos skerspjūvio priklausomybę nuo krintančiosios dalelės energijos rezonanso srityje nusako vadinamoji Lorenco formulė arba Breito ir Vignerio formulė:

$$\sigma(E) \sim \frac{1}{(E - E_r)^2 + (\Gamma/2)^2} . \qquad (6.3.5)$$

Šia priklausomybę iliustruoja 6.7 pav. Maksimumas atitinka rezonanso energiją E_r, o parametras Γ yra lygus kreivės pločiui pusės maksimumo aukštyje. Rezonanso, kuris svarbus branduolinei energetikai, pavyzdys yra mažos energijos neutronų pagavimo reakcijos rezonansas, kai taikinys yra kadmio izotopas ^{113}Cd (žr. 6.8 pav.). Šio rezonanso energija yra maždaug 0,17 eV, o atitinkama (didžiausia) reakcijos skerspjūvio vertė yra 10^4 b.



6.7 pav. Breito ir Vignerio rezonansinė kreivė



6.8 pav. Neutronų sąveikos su kadmio izotopu ^{113}Cd pilnutinis skerspjūvis. Matomas ryškus rezonansas ties neutrono energija 0,17 eV

6.4. Bendrosios branduolinių reakcijų savybės

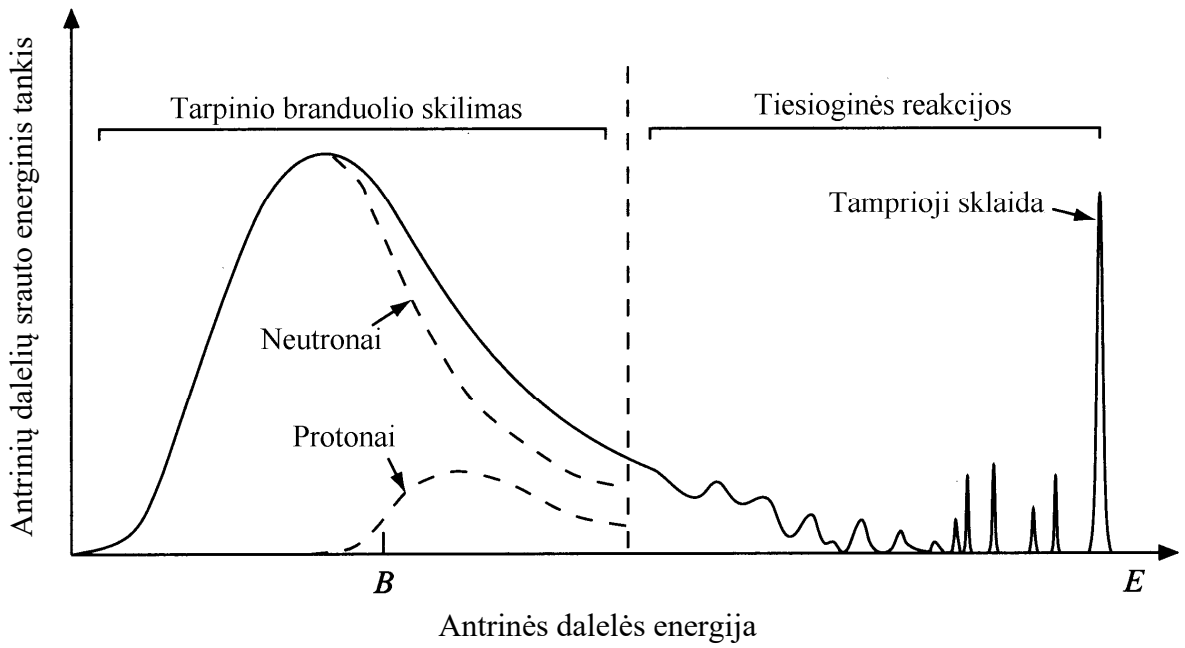
6.4.1. *Energijos spektrai*

Skirtingus reakcijų mechanizmus dažnai galima atskirti remiantis tuo, kad skirtingų rūšių reakcijų metu atsiranda antrinės dalelės su skirtingomis energijomis. Šią savybę iliustruoja 6.9 pav., kuriame parodytas tipiškas antrinių dalelių energijos spektras, kai branduolinė reakcija vykdoma apšaudant vidutinės masės branduolius protonais, kurių kinetinė energija kelis kartus viršija Kulono potencialo barjero aukštį.

Dešiniajame spektro krašte matomi keli siauri maksimumai („smailės“), kurie atitinka tampriąją sklaidą bei minėtąsias tiesiogines reakcijas (netamprioji sklaida ir pernašos reakcijos). Didžiausia energija atitinka tampriąją sklaidą, nes tampriosios sklaidos metu kinetinė energija nėra verčiama sąveikaujančių dalelių vidine energija, o tik persiskirsto tarp jų. Kadangi taikinio branduolys yra daug sunkesnis už krintančiąją dalelę (šiame pavyzdyje – protoną), tai tampriai išsklaidyto antrinio protono kinetinė energija lieka labai artima pirminio protono energijai. Maksimumai, kurie atitinka mažesnes energijas, atitinka netampriąją sklaidą, kurios metu antrinis branduolys sužadinamas į žemiausius sužadintuosius energijos lygmenis. Šiuo atveju linijinis (diskretus) spektro pobūdis atspindi tą faktą, kad branduolių sužadinimo energija yra diskreti. Pagal energijos tvermės dėsnį mažesnė smailės energija atitinka didesnę branduolio *sužadinimo* energiją, nes ant abscisių ašies yra atidėta antrinio protono *kinetinė* energija. T. y. kuo mažesnė antrinio protono kinetinė energija, tuo į aukštesnį energijos lygmenį sužadinamas antrinis branduolys (sužadinimo energija yra apytiksliai lygi energijos intervalui tarp duotosios smailės ir smailės, kuri atitinka tampriąją sklaidą). Apskritai, intervalas tarp gretimų branduolio energijos lygmenų mažėja didėjant sužadinimo energijai. Todėl mažesnes netampriai išsklaidyto protono kinetines energijas atitinka mažesni intervalai tarp smailių (žr. 6.9 pav.). Kadangi antrinių dalelių energijos, kurios atitinka kiekvieną galimą antrinio branduolio būseną, nėra tiksliai apibrėžtos, tai, mažėjant energijai, tos smailės susilieja į ištisinį spektrą (žr. 6.9 pav.). Dar mažesnes antrinių dalelių energijas atitinka platus ištisinis spektras be jokių smailių, kuris atsiranda dėl tarpinio branduolio reakcijų. Tarpinis branduolys šiuo atveju susiformuoja prisijungus protonui prie taikinio branduolio. Žinome, kad tarpinio branduolio ypatybė yra ta, kad jo sužadinimo energija yra pasiskirsčiusi tarp visų nukleonų (panašiai kaip vidinė karšto skysčio lašo energija yra pasiskirsčiusi tarp visų skysčio molekulių). Kiekvienam nukleonui tenkanti sužadinimo energijos dalis yra atsitiktinė, todėl egzistuoja nenulinė tikimybė, kad vieno nukleono energija taps pakankama, kad tas nukleonas išlėktų. Tačiau, turint omenyje, kad *vidutinė* sužadinimo energija, kuri atitinka *vieną* nukleoną, yra daug mažesnė už pilnutinę sužadinimo energiją, tikimybė, kad išlėks didelės energijos nukleonas (t. y. nukleonas, kurio energija yra lygi didelei daliai visos sužadinimo energijos), yra daug mažesnė už tikimybę, kad išlėks mažos energijos nukleonas. Todėl tarpinio branduolio reakcijas atitinka palyginti mažos antrinių nukleonų energijos (žr. 6.9 pav.).

6.9 pav. kairioji spektro dalis atitinka suminį antrinių neutronų ir protonų srautą. Punktyrinės linijos nusako neutronų ir protonų dalį tame sraute. Matome, kad protonų (ir kitų elektringųjų dalelių) emisijos tikimybė yra mažesnė negu neutronų ir ta tikimybė tampa tiksliai lygi nuliui, kai protono energija tampa mažesnė už tam tikrą mažiausią reikšmę B. Taip yra todėl, kad protonų išlėkimui iš branduolio trukdo Kulono potencialo barjeras, pro kurį jie turi tuneliuoti. Tai reiškia, kad tuo atveju, kai tarpinio branduolio sužadinimo energija yra maža, tas branduolys dažniau emituos neutroną negu elektringąją dalelę. Išimtys iš šio bendrojo dėsningumo pasireiškia tada, kai branduolyje yra didelis neutronų trūkumas. Tada energija, kuri reikalinga neutrono pašalinimui iš branduolio, gali būti daug didesnė už energiją, kuri reikalinga protono pašalinimui.

Kairiausia spektro dalis, kurioje matomas antrinio neutrono emisijos tikimybės mažėjimas mažėjant jo energijai, atspindi galimų duotos energijos laisvojo neutrono būsenų tankio mažėjimą. Taigi, šios spektro dalies pavidalas gali būti aiškinamas tuo pačiu būdu, kaip buvo aiškinamas beta dalelių spektras leidžiamojo beta skilimo atveju (žr. 5.4.2 skyrių): apibrėžus siaurą neutrono energijų intervalą dE, jį atitinkančios neutrono būsenos impulsų erdvėje užpildo sferinį sluoksnį, kurio storis $\mathrm{d}p \sim E^{-1/2}\mathrm{d}E$, o paviršiaus plotas yra proporcingas $p^2 \sim E$. Vadinasi, to sferinio sluoksnio tūris ir būsenų skaičius jame yra proporcingas $p^2\mathrm{d}p \sim E^{1/2}\mathrm{d}E$ (plg. su (5.4.15)), taigi, didėja didėjant neutrono energijai. Tačiau 6.9 pav. matome, kad, kai E yra artima nuliui, spektro forma akivaizdžiai nėra



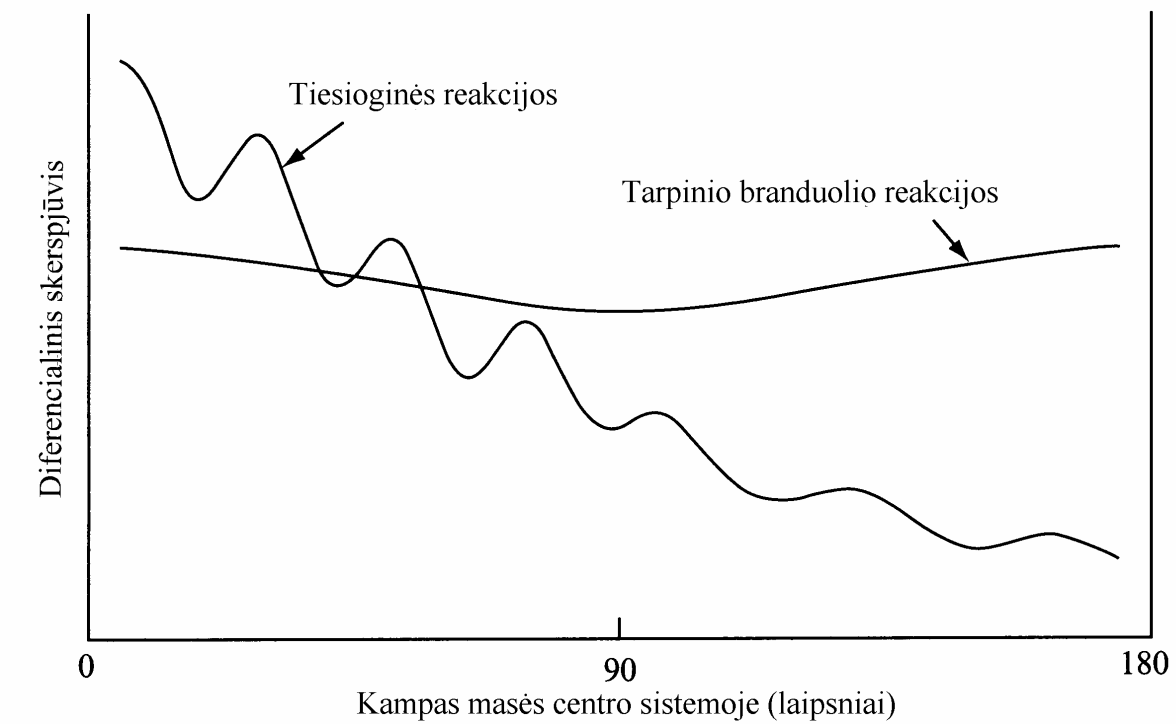
6.9 pav. Elektringųjų dalelių ir neutronų, išlekiančių po branduolinių reakcijų, energijos spektrų bendrasis pavidalas. Laikoma, kad branduolines reakcijas sukelia protonų susidūrimai su vidutinės masės branduoliais, o protonų energija yra kelis kartus didesnė už Kulono barjero aukštį

proporcinga $E^{1/2}$ (ji labiau panaši į E^2). Taip yra todėl, kad esant mažoms E vertėms neutrono emisija nėra vienintelis galima vyksmas: su juo konkuruoja gama spinduliavimas. Kuo mažesnė tarpinio branduolio sužadinimo energija, tuo didesnė tikimybė, kad tą energiją jis išspinduliuos emituodamas fotoną (gama kvantą), o ne neutroną (6.9 pav. pavaizduotas tik neutronų ir elektringųjų dalelių energijos spektras).

6.4.2. *Antrinių dalelių išlėkimo krypčių pasiskirstymai*

6.10 pav. parodyti diferencialinių reakcijos skerspjūvių priklausomybių nuo antrinių dalelių išlėkimo kampo (masių centro sistemoje) pavyzdžiai, kai reakcija yra tiesioginė arba tarpinio branduolio. Kaip minėta, tiesioginių reakcijų metu sąveikaujančių dalelių impulso ir energijos pokyčiai dažniausiai būna daug mažesni už pradinius impulsą ir energiją, todėl antrinė lengvesnioji dalelė „gauna“ didžiąją dalį krintančiosios dalelės impulso. Turint omenyje, kad impulsas yra vektorinis dydis, tai reiškia, kad po tiesioginės reakcijos yra labiau tikėtina, kad kampas tarp antrinės ir krintančiosios dalelių judėjimo krypčių bus mažesnis už 90°. Be to, po tiesioginių reakcijų dažnai pasireiškia kampinio pasiskirstymo „osciliacijos“ (žr. 6.10 pav.), kurios yra susijusios su banginėmis dalelių savybėmis ir yra aiškinamos taip pat kaip šviesos difrakcijos reiškinys esant neskaidriam apskritam ekranui (šiuo atveju „ekrano“ vaidmenį atlieka taikinio branduolys).

Dalelių, kurios emituojamos tarpinio branduolio reakcijose, kampinis pasiskirstymas yra labiau izotropinis ir simetrinis kampo $\theta = 90°$ atžvilgiu. Jeigu tas pasiskirstymas būtų idealiai izotropinis (t. y. jeigu visos kryptys būtų lygiavertės), tada atitinkamas diferencialinis skerspjūvis nepriklausytų nuo kampo, t. y. 6.10 pav. jį atitiktų horizontali tiesė. Tačiau matome diferencialinio skerspjūvio padidėjimą, esant mažiausiam ir didžiausiam kampams. Jį galima paaiškinti šitaip. Tarkime, susiduria dvi klasikinės dalelės, iš kurių viena nejuda. Tada krintančiosios dalelės impulso momentas $\boldsymbol{L}$, atskaitytas nejundančios dalelės centro atžvilgiu, bus statmenas plokštumai, kuriai priklauso krintančiosios dalelės greitis ir jos spindulys vektorius, atskaitytas nejudančios dalelės atžvilgiu. Susiformavęs tarpinis branduolys turės tą patį impulso momentą (t. y. jis suksis aplink ašį, kuri lygiagreti $\boldsymbol{L}$). Pagal impulso momento tvermės dėsnį emituotoji dalelė turi „nusinešti“ tą patį impulso momentą $\boldsymbol{L}$. Nors dalelė gali būti emituota bet kuria kryptimi (išskyrus $\boldsymbol{L}$ kryptį), tačiau dalelės impulso momentas atsiranda tik dėl tos jos greičio komponentės, kuri yra statmena $\boldsymbol{L}$. Todėl branduolio impulso momentą efektyviausiai mažina tos dalelės, kurių greitis priklauso plokštumai, kuri yra statmena vektoriui $\boldsymbol{L}$ (čia žodis „efektyviausiai“ reiškia, kad tokių dalelių kinetinė energija, kuri atitinka duotąją L vertę, yra mažiausia). Toje plokštumoje visos kryptys yra lygiavertės (t. y. jos



6.10 pav. Antrinių dalelių diferencialinių skerspjūvių priklausomybės nuo kampo bendrasis pavidalas (kampas atskaitomas nuo krintančiosios dalelės judėjimo krypties)

visos yra „optimalios“ minėtojo „efektyvumo“ prasme), todėl vien iš šio aiškinimo dar neaišku, kodėl antrinių dalelių krypčių pasiskirstymas nėra izotropinis. Tačiau dabar reikia atsižvelgti į tai, kad $\boldsymbol{L}$ kryptis yra atsitiktinė: vektorius $\boldsymbol{L}$ gali būti bet kokios krypties, kuri statmena krintančiosios dalelė greičiui $\boldsymbol{v}$. Jeigu minėtoje „optimalių“ krypčių plokštumoje laisvai pasirinksime kryptį, tada, pasukus $\boldsymbol{L}$ aplink $\boldsymbol{v}$, ta kryptis jau nebus optimali (nes nebus statmena naujajam $\boldsymbol{L}$). Tačiau kryptys, kurios atitinka $\theta = 0$ ir $\theta = 180°$, visada lieka statmenos vektoriui $\boldsymbol{L}$, nepriklausomai nuo $\boldsymbol{L}$ posūkio aplink $\boldsymbol{v}$ kampo. Todėl šias dvi kampo θ vertes atitinka didžiausias diferencialinis tarpinio branduolio reakcijos skerspjūvis (žr. 6.10 pav.). Ši antrinių dalelių išlėkimo krypčių anizotropija yra tuo ryškesnė, kuo didesnis $\boldsymbol{L}$. Jeigu tarpinio branduolio impulso momentas yra lygus nuliui (t. y. jeigu $\boldsymbol{L} = 0$), tada kampinis pasiskirstymas yra izotropinis.

6.4.3. *Branduolinių reakcijų skerspjūvių klasikinės išraiškos*

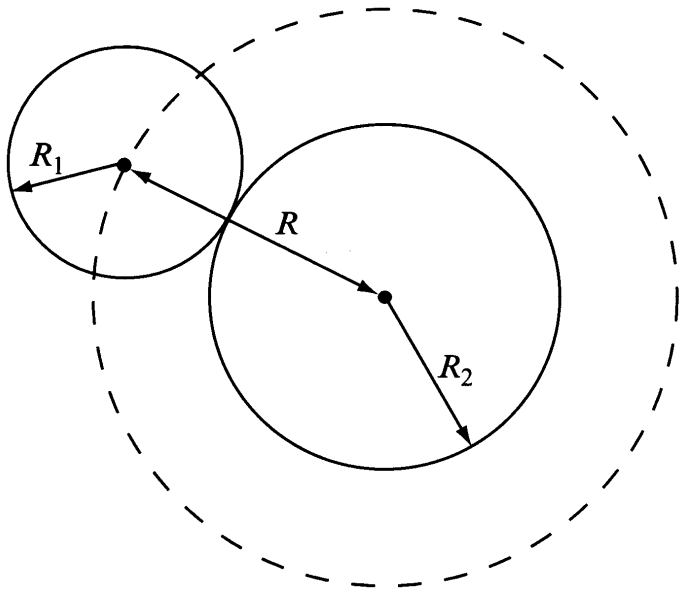
Nagrinėsime dviejų branduolių arba neutrono ir branduolio reakciją. Pilnutinį sąveikos skerspjūvį σ_p išreikšime dviejų dėmenų suma: pirmasis dėmuo (σ_s) yra tampriosios sklaidos skerspjūvis, o antrasis dėmuo (σ) yra visų kitų galimų sąveikos vyksmų skerspjūvis:

$$\sigma_p = \sigma_s + \sigma . \tag{6.4.1}$$

Dėmenį σ vadinsime ***reakcijos skerspjūviu*** (nuo šiol tampriosios sklaidos nepriskirsime prie vyksmų, kurie vadinami „reakcijomis“). Yra žinoma, kad vyksmai, kurie lemia σ, gali vykti tik tada, kai sąveikaujančios dalelės priartėja viena prie kitos atstumu, kuris mažesnis už trumpasiekės branduolinės jėgos veikimo atstumą. Vienas iš eksperimentinių požymių, kurie patvirtina šią prielaidą, yra anksčiau minėtas diferencialinio skerspjūvio nuokrypis nuo tampriosios Kulono sklaidos skerspjūvio, kai krintančiųjų branduolių energija tampa pakankamai didelė (žr. 6.5 pav.), ir iš to išplaukianti didžiausiojo sąveikos atstumo išraiška (6.3.4). Todėl apibrėšime didžiausią atstumą R tarp branduolių centrų, kai yra galima branduolinė reakcija. Tas atstumas yra lygus abiejų branduolių efektinių spindulių sumai (žr. 6.11 pav.):

$$R = R_1 + R_2 \tag{6.4.2}$$

(žodis „efektinis“ parodo, kad branduolio spindulys negali būti tiksliai apibrėžtas dėl to, kad branduolio nukleonų erdvinis pasiskirstymas neturi tiksliai apibrėžto krašto, ir dėl to, kad branduolinės



6.11 pav. Dviejų branduolių, kurių efektiniai sąveikos skerspjūviai R_1 ir R_2, geometrinio sąveikos skerspjūvio apskaičiavimas

jėgos veikimo nuotolis yra baigtinis). Taigi, jeigu atstumas r tarp branduolių centrų yra mažesnis už R, tada branduolinė reakcija yra galima, o jeigu $r > R$, tada reakcija nėra galima.

Jeigu krintančioji dalelė yra neutronas, tada reakcijos skerspjūvis yra lygus skritulio, kurio spindulys R, plotui: $\sigma = \pi R^2$ (6.11 pav. tas apskritimas pavaizduotas punktyrine linija). Tačiau jeigu sąveikauja du branduoliai, tada reakcijos skerspjūvis bus mažesnis dėl Kulono stūmos. Apskaičiuosime tą skerspjūvį, remdamiesi klasikinės nereliatyvistinės mechanikos dėsniais. 6.12 pav. pavaizduota elektringoji dalelė (krintantysis branduolys), kuri artėja pria branduolio, esant duotam atstumui b tarp dalelės ir tiesės, kuri eina per branduolio centro (tas atstumas vadinamas „smūgio parametru“). Jeigu $b > 0$, tada Kulono stūma nukreipia krintančiąją dalelę tolyn nuo branduolio. Akivaizdu, kad egzistuoja tam tikras atstumas b, kai krintančioji dalelė tik „prisiliečia“ prie branduolio paviršiaus (atitinkama dalelės trajektorija pavaizduota 6.12 pav.). Esant didesniam b, reakcija yra negalima. Tarkime, kad, kai b yra mažesnis už tą ribinę vertę, reakcija *tikrai* įvyksta (nors tikrovėje taip nėra). Nuo šiol raide b žymėsime būtent tą didžiausią smūgio parametro vertę. Tada, turint omenyje bendrąją sąveikos skerspjūvio apibrėžtį (plotas, į kurį turi pataikyti *tiesiai ir tolygiai judanti* krintančioji dalelė, kad įvyktų duotos rūšies sąveika), galima teigti, kad reakcijos skerspjūvis yra lygus skritulio, kurio spindulys b, plotui:

$$\sigma = \pi b^2. \tag{6.4.3}$$

Kulono stūma leidžia suartėti dviem vienodo krūvio ženklo dalelėms tik iki tam tikro mažiausio atstumo, kuris priklauso nuo smūgio parametro. Pagal apibrėžtį, kai smūgio parametras yra lygus b, tada tas mažiausias atstumas yra lygus R. Atitinkama didžiausia Kulono stūmos (potencinė) energija yra lygi

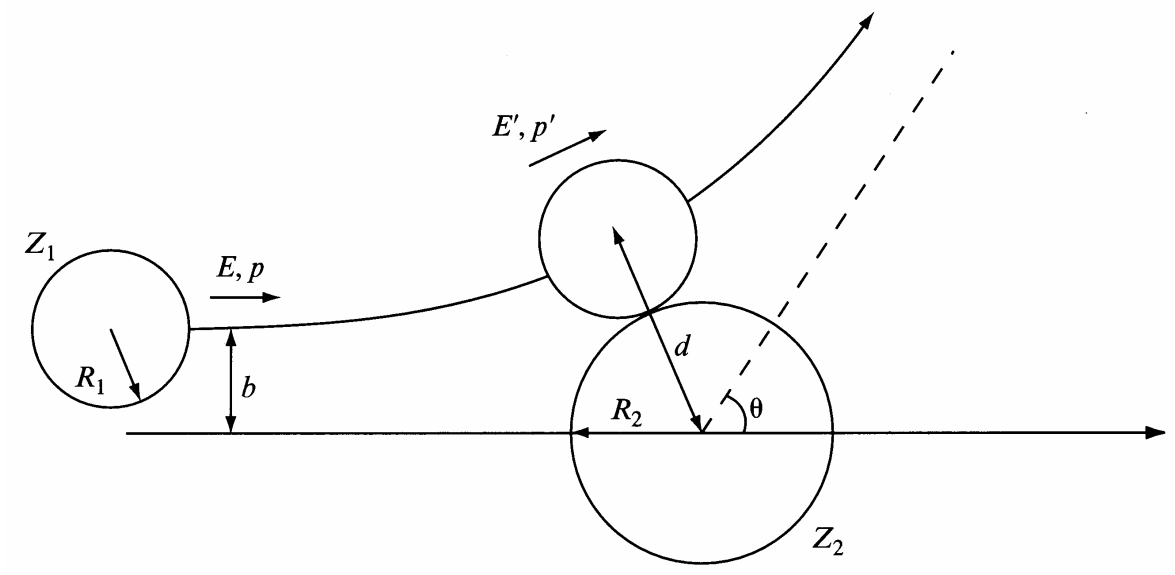
$$B = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\varepsilon_0 R}. \tag{6.4.4}$$

Čia Z_1 ir Z_2 yra sąveikaujančių branduolių krūvio skaičiai. Apskaičiuosime smūgio parametrą b, taikydami tvermės dėsnius. Kad būtų paprasčiau, tarsime, kad taikinio branduolys yra labai masyvus ir nejuda.

Kai atstumas tarp branduolių yra lygus R, tada dalis pilnutinės mechaninės energijos yra virtusi potencine energija (6.4.4), o likusioji dalis yra kinetinė energija E'. Pagal energijos tvermės dėsnį šių dviejų energijų suma turi būti lygi pradinei krintančiojo branduolio kinetinei energijai E:

$$E = E' + B. \tag{6.4.5}$$

Kitas tvermės dėsnis, kuris šiuo atveju reikalingas – tai impulso momento tvermės dėsnis. Pagal impulso momento apibrėžtį (impulso ir spindulio vektoriaus vektorinė sandauga) pradinis impulso



6.12 pav. Teigiamo elektros krūvio dalelės sąveikos su branduoliu skerspjūvio skaičiavimas

momentas yra lygus pb, o impulso momentas didžiausio suartėjimo metu yra lygus $p'R$ (čia p' yra krintančiosios dalelės impulsas didžiausio suartėjimo metu). Vadinasi, impulso momento tvermės dėsnį galima užrašyti šitaip:

$$L = pb = p'R\,. \tag{6.4.6}$$

Iš čia

$$b^2 = R^2\left(\frac{p'}{p}\right)^2 = R^2\frac{E'}{E} \tag{6.4.7}$$

(čia pasinaudota klasikiniu nereliatyvistiniu energijos ir impulso sąryšiu). Įrašę (6.4.7) į (6.4.3), gauname:

$$\sigma = \pi R^2\frac{E'}{E} = \pi R^2\left(1-\frac{B}{E}\right), \quad \text{kai } E \geq B \tag{6.4.8}$$

Tiksliau skaičiuojant reikia atsižvelgti į tai, kad taikinio masė M yra baigtinė. Tada (6.4.8) formulėje vietoj krintančiosios dalelės energijos E (ji apibrėžta laboratorinėje atskaitos sistemoje, kurioje taikinys iš pradžių nejuda) reikia vartoti tos dalelės energiją E_{mc} masių centro sistemoje:

$$E_{\text{mc}} = E\frac{M}{M+m}\,, \tag{6.4.9}$$

čia m yra krintančiosios dalelės masė. Iš (6.4.8) matome, kad tuo atveju, kai krintančioji dalelė neturi elektros krūvio, $\sigma = \pi R^2$ (nes tada $B = 0$). Be to, matome, kad didėjant krintančiosios dalelės energijai E, reakcijos skerspjūvis σ artėja prie tos pačios ribinės vertės $\sigma = \pi R^2$, nes, kai E yra didelė, Kulono jėgos įtaka yra maža.

Reakcijos skerspjūvį σ galima išreikšti krintančiosios dalelės bangos skaičiumi $k = p/\hbar$ ir orbitinio impulso momento kvantiniu skaičiumi l. Tam pasinaudojame tuo, kad, kaip išplaukia iš (6.4.6), smūgio parametras b yra lygus L/p, ir atsižvelgiame į tai, kad $L = \hbar\sqrt{l(l+1)}$:

$$\sigma = \pi b^2 = \pi\left(\frac{L}{p}\right)^2 = \frac{\pi l(l+1)\hbar^2}{(\hbar k)^2} \approx \frac{\pi l^2}{k^2} \tag{6.4.10}$$

(čia laikome, kad $l >> 1$, nes išvedant buvo remtasi klasikinės mechanikos dėsniais, kurie tinka tik didelių impulsų ir energijų atveju).

Reikia turėti omenyje, kad šios skerspjūvio išraiškos nusako tik didžiausią galimą reakcijos skerspjūvį, nes jos išvestos remiantis prielaida, kad reakcija tikrai įvyksta, jeigu $r < R$. Tikrovėje net ir tada, kai $r < R$, egzistuoja tam tikra tikimybė, kad reakcija neįvyks, o įvyks tamprioji sklaida. Be to, dažnai yra galimos kelių rūšių reakcijos, kurių kiekviena apibūdinama savo skerspjūviu, kuris

proporcingas tos rūšies reakcijos tikimybei. Šie „daliniai“ reakcijų skerspjūviai dažnai labai skiriasi nuo anksčiau išvesto skerspjūvio.

Pagal skerspjūvio išraišką (6.4.8) jis turėtų būti tiksliai lygus nuliui, kai $E \le B$, nes tada branduoliai „nesiliečia“ vienas su kitu. Tačiau iš tikro reakcijos skerspjūvis yra nelygus nuliui net ir tada, kai $E < B$, nes krintantysis branduolys gali pereiti Kulono potencialo barjerą dėl tunelinio reiškinio. Tai yra dalelių banginių savybių pasekmė.

6.4.4. *Dalinių sferinių bangų sąvoka*

Tarkime, kad krintančiosios dalelės būseną nusako plokščioji banga. Žinome, kad plokščioji banga neturi apibrėžto judesio kiekio momento. Tačiau, uždavus taikinio padėtį, plokščiąją bangą galima išreikšti dalinių sferinių bangų suma, kurių kiekviena turi apibrėžtą judesio kiekio momentą taikinio atžvilgiu. l-toji dalinė sferinė banga atitinka orbitinio kvantinio skaičiaus vertę l (čia $l = 0$, 1, 2, ...). Todėl dalinės bangos vadinamos taip pat kaip centriniame lauke judančios dalelės būsenos su tuo pačiu orbitiniu kvantiniu skaičiumi: ***s* bangos** atitinka $l = 0$, ***p* bangos** atitinka $l = 1$ ir t. t. Naudojant pusiau klasikinį įvaizdį, nesunku apskaičiuoti didžiausią galimą branduolinės reakcijos skerspjūvį, kuris atitinka l-tąją dalinę bangą. Tam pasinaudojame dviem apibrėžtimis: 1) skerspjūvio apibrėžtis – tai yra plokščia sritis, kurios plotas parinktas taip, kad geometrinė pataikymo į jį tikimybė būtų lygi reakcijos tikimybei; 2) klasikinė impulso momento apibrėžtis – tai yra spindulio vektoriaus ir impulso vektoriaus vektorinė sandauga. T. y.

$$L = bp\,. \tag{6.4.11}$$

Čia b yra vadinamasis smūgio parametras, t. y. mažiausias atstumas, kuriuo pralėktų dalelė pro taikinį, jeigu judėtų tiesia trajektorija. Kadangi dalelės, kurios būseną nusako plokščioji banga, impulsas yra tiksliai apibrėžtas (jo modulis lygus $\hbar k$, kur k yra bangos skaičius), tai, apibrėžus dalelės impulso momentą L taikinio atžvilgiu, tuo pačiu apibrėžiamas ir atstumas b (žr. (6.4.11)). Tiksliau, kiekvieną l vertę atitinka žiedas, kurio vidinis spindulys yra

$$r_l = \frac{L_l}{\hbar k} \approx \frac{l}{k} = l\lambda\!\!\!^{-}\,, \tag{6.4.12}$$

o išorinis spindulys yra

$$r_{l+1} = (l+1)\lambda\!\!\!^{-}\,.$$

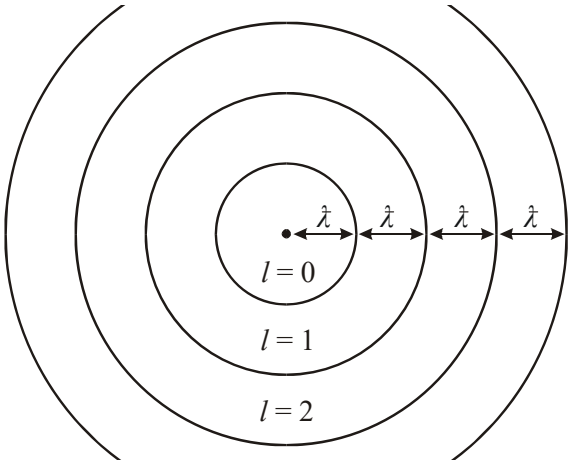
Čia $\lambda\!\!\!^{-}$ yra vadinamasis redukuotasis bangos ilgis (atvirkštinis bangos skaičius, t. y. $1/k$). Tos žiedinės zonos pavaizduotos 6.13 pav. Jeigu tarsime, kad l-toji dalinė banga tikrai įvykdys branduolinę reakciją, tada pagal skerspjūvio apibrėžtį to žiedo plotas bus lygus branduolinės reakcijos (dalyvaujant l-tajai bangai) skerspjūviui:

$$\sigma_l = \pi r_{l+1}^2 - \pi r_l^2 = (2l+1)\pi\lambda\!\!\!^{-2}\,. \tag{6.4.13a}$$

Kadangi l-toji banga nebūtinai sukels reakciją, tai ši reikšmė nusako *didžiausią galimą* reakcijos, kurią sukelia l-toji dalinė banga, skerspjūvį. Vadinasi, galima užrašyti, kad bendruoju atveju reakcijų, kurias sukelia l-toji dalinė sferinė banga, skerspjūvis atitinka nelygybę

$$\sigma_{\mathrm{r},l} \le (2l+1)\pi\lambda\!\!\!^{-2}\,. \tag{6.4.13b}$$

Čia indeksas „r“ nurodo, kad turimas omenyje reakcijos (o ne tampriosios sklaidos) skerspjūvis.



6.13 pav. Judesio kiekio momento sritys plokščiai krintančiajai bangai, kurios kryptis statmena brėžinio plokštumai. Dalelės, kurių orbitinis kvantinis skaičius l, pataiko į l-tąjį žiedą

Toks reakcijos skerspjūvio išskaidymas į dalinius skerspjūvius (atitinkančius tam tikras orbitinio kvantinio skaičiaus l reikšmes) yra ypač naudingas tada, kai krintančiųjų dalelių bangos ilgis nėra daug mažesnis už branduolio matmenis (t. y. kai susidūrimo energija yra palyginti maža), nes didėjant l vertei mažėja atitinkamos žiedinės zonos sanklota su branduoliu ir todėl dalinės bangos, kurios atitinka dideles l vertes, beveik nesąveikauja su branduoliu, t. y. jų amplitudės nekinta. Todėl branduolinių reakcijų analizėje užtenka atsižvelgti tik į tas dalines sferines bangas, kurias atitinkančių žiedinių zonų spinduliai nėra didesni už branduolio spindulį, t. y.

$$l < \frac{R}{\lambda\!\!\!^{-}}, \tag{6.4.14}$$

kur R yra branduolio spindulys. Atskiru atveju, kai nagrinėjamos ypač mažos energijos reakcijos (pvz., reakcijos, kurias vykdo šiluminiai neutronai), galioja nelygybė

$$\lambda\!\!\!^{-} >> R, \tag{6.4.15}$$

todėl (6.4.14) sąlygą atitinka tik nulinė l vertė.

Kitame skyriuje smulkiau išnagrinėta paprasčiausia sąveika – neturinčio elektros krūvio dalelių (neutronų) sąveika su centrinių jėgų lauku, kuris nepriklauso nuo sukinio.

6.4.5. *s bangų (l = 0) tampriosios sklaidos ir reakcijos skerspjūvių bendrosios išraiškos*

Tariame, kad krintančiosios dalelės pradinę būseną masės centro sistemoje nusako plokščioji banga („krintančioji banga“)

$$\psi_{\mathrm{kr}} = A\mathrm{e}^{\mathrm{i}kz}. \tag{6.4.16}$$

Plokščiosios bangos išraiška dalinėmis sferinėmis bangomis yra šitokia:

$$\psi_{\mathrm{kr}} \approx A\sum_{l=0}^{\infty} c_l(\theta)\left[\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(kr-l\pi/2)}}{kr} - \frac{\mathrm{e}^{+\mathrm{i}(kr-l\pi/2)}}{kr}\right]; \tag{6.4.17}$$

čia

$$c_l(\theta) = \mathrm{i}^{l+1}\left(l+\tfrac{1}{2}\right)P_l(\cos\theta), \tag{6.4.18}$$

kur $P_l(x)$ yra l-tojo laipsnio Ležandro daugianaris. (6.4.17) lygybė yra apytikslė; ji galioja tik toli nuo taikinio, kai $kr >> 1$ (t. y. atstumas r turi būti daug didesnis už de Broilio bangos ilgį). Toliau tarsime, kad krintančiųjų dalelių energija yra maža, todėl galioja (6.4.15) nelygybė. Tada (6.4.17) sumoje užtenka atsižvelgti tik į pirmąjį dėmenį ($l = 0$), kuris atitinka s bangas. Plokščiosios bangos komponentę, kuri atitinka krintančiąsias s bangas, žymėsime ϕ_0. Kadangi nulinio laipsnio Ležandro daugianaris yra tapačiai lygus 1, tai pagal (6.4.18) formulę $c_0 = \mathrm{i} / 2 = -1 / (2\mathrm{i})$, todėl

$$\phi_0(r) = \frac{A}{2\mathrm{i}kr}\left(-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}kr} + \mathrm{e}^{\mathrm{i}kr}\right). \tag{6.4.19}$$

Šiame reiškinyje pirmasis dėmuo atitinka sferinę bangą, kuri sueina iš visų pusių į taikinį (šią bangą vadinsime „įeinančiąja banga“), o antrasis – sferinę bangą, kuri sklinda į visas puses nuo taikinio (šią bangą vadinsime „išeinančiąja banga“). Taip yra todėl, kad sferinės bangos sklidimo kryptis – tai pastovios fazės paviršiaus $\pm kr - Et/\hbar = const$ judėjimo kryptis (turint omenyje, kad pilnoji, t. y. priklausanti nuo laiko, bangos išraiška gaunama padauginus (6.4.19) reiškinį iš $\exp(-\mathrm{i}Et/\hbar)$, kur E yra dalelės energija). Kadangi $Et/\hbar$ visą laiką didėja, tai pastovios fazės sąlygomis dėmuo $\pm kr$ taip pat turi didėti. Vadinasi, kai prieš k rašomas ženklas „–“, r turi mažėti (banga sueina į taikinį), o kai rašomas ženklas „+“, r turi didėti (banga išeina iš taikinio).

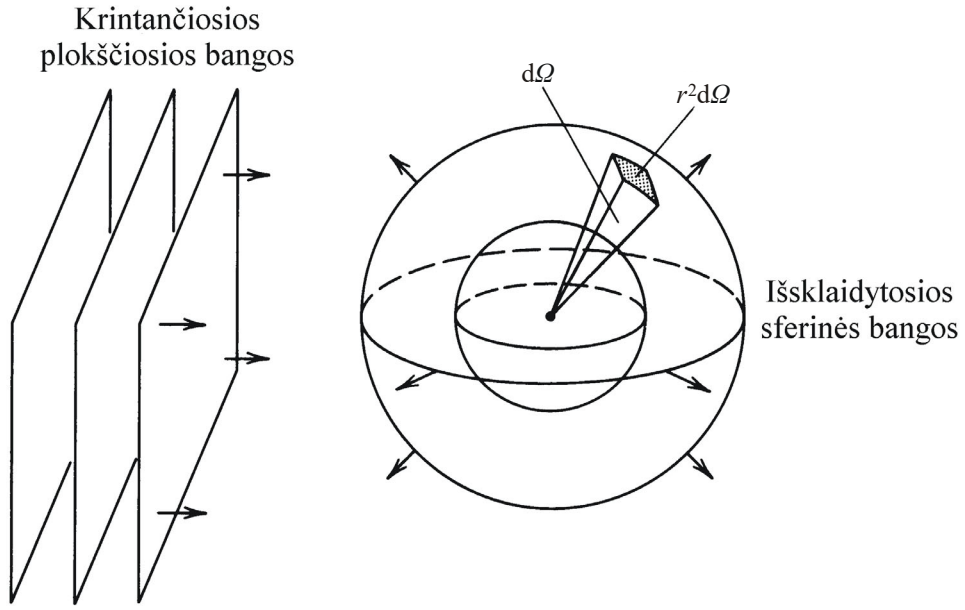
(6.4.19) reiškinys atitinka s bangas, kai dalelės būseną nusako plokščioji banga, t. y. *kai nėra sąveikos* tarp krintančiosios dalelės ir taikinio. Kai egzistuoja sąveika, plokščioji banga jau netinka nusakant dalelės būseną, nes atsiranda išsklaidytosios bangos; be to, taikinio branduolys gali absorbuoti dalelę. Iš priežastingumo principo išplaukia, kad sąveika su taikiniu gali pakeisti tik išeinančiąją dalinę bangą. Kadangi ir įeinančioji, ir išeinančioji sferinės bangos sklinda vienodomis sąlygomis (laisvoji erdvė), tai vienintelis galimas poveikis duotojo bangos skaičiaus k bangai išreiškiamas tam tikru pastoviu kompleksiniu daugikliu η išeinančiosios bangos išraiškoje. Taigi, esant sąveikai tarp krintančiosios dalelės ir taikinio (t. y. vykstant reakcijoms ir tampriajai sklaidai), s bangų išraiška yra tokia:

$$\psi_0(r) = \frac{A}{2\mathrm{i}kr}\left(-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}kr} + \eta\mathrm{e}^{\mathrm{i}kr}\right). \tag{6.4.20a}$$

Turint omenyje (6.4.19) formulę, pastarąjį reiškinį galima perrašyti šitaip:

$$\psi_0(r) = \phi_0(r) + \frac{A(\eta-1)\mathrm{e}^{\mathrm{i}kr}}{2\mathrm{i}kr}. \tag{6.4.20b}$$

Pagal apibrėžtį „reakcijos“ – tai visi vyksmai, kurie skiriasi nuo tampriosios sklaidos. Todėl, turint omenyje, kad vykstant tampriajai sklaidai masių centro sistemoje nekinta bangos skaičius k, galima teigti, kad visos reakcijos (taip pat – ir netamprioji sklaida) pasireiškia tuo, kad nustoja egzistuoti



6.14 pav. Plokščiųjų bangų sklaidos geometrija

dalelė su duotąja bangos skaičiaus k verte. Vadinasi, reakcija pasireiškia tuo, kad (6.4.20a) reiškinio antrasis dėmuo tampa lygus nuliui, t. y. nelieka išeinančiųjų bangų. Taigi, stacionarioji būsena esant sąveikai (kai taikinys yra patalpintas į pastovų krintančiųjų dalelių srautą) yra tokia, kai sistemos būseną nusako dvi bangos: plokščioji banga ϕ_0, atitinkanti krintančiąsias daleles, ir išsklaidytosios išeinančiosios sferinės bangos, atitinkančios tampriąją sklaidą (žr. 6.14 pav.), nes, kaip minėta, netampriosios sklaidos ir kitų reakcijų atveju išeinančiųjų bangų nelieka. Todėl galima teigti, kad antrasis dėmuo (6.4.20b) reiškinyje atitinka tampriai išsklaidytąsias daleles. Vadinasi, bendroji tampriai išsklaidytų s bangų išraiška yra tokia:

$$\psi_{\mathrm{skl}}(r) = \frac{A(\eta - 1)\mathrm{e}^{\mathrm{i}kr}}{2\mathrm{i}kr}. \tag{6.4.21}$$

Dabar išvesime bendrąsias s bangų tampriosios sklaidos ir reakcijos skerspjūvių išraiškas. Tam pasinaudosime reakcijos spartos išraiška (6.2.10):

$$S = \sigma N j_{\mathrm{kr}}. \tag{6.4.22}$$

Čia S yra duotosios rūšies įvykių (pvz., reakcijos arba tampriosios sklaidos) skaičius per laiko vienetą, σ yra tos rūšies įvykių skerspjūvis, N yra taikinių skaičius, o j yra krintančiųjų dalelių srauto tankis (t. y. dalelių skaičius, kuris pereina per laiko vienetą pro vienetinio ploto paviršių, statmeną dalelių judėjimo krypčiai). Toliau tarsime, kad S nusako įvykių skaičių, atitinkantį *vieną* taikinio branduolį. Tada (6.4.22) formulėje $N = 1$ ir

$$\sigma = \frac{S}{j_{\mathrm{kr}}}. \tag{6.4.23}$$

Bendroji vienos krintančiosios dalelės srauto tankio išraiška yra tokia:

$$\boldsymbol{j} = \frac{\mathrm{i}\hbar}{2m}(\psi\nabla\psi^* - \psi^*\nabla\psi). \tag{6.4.24}$$

Čia m yra dalelės masė, o ψ yra vienos dalelės banginė funkcija. Jeigu yra daugiau negu viena dalelė, kurių banginės funkcijos yra vienodos, tada šį reiškinį reikia padauginti iš dalelių skaičiaus. Apskaičiuojant krintančiųjų dalelių srauto tankį, į (6.4.24) reiškinį reikia įrašyti plokščiąją bangą (6.4.16). Tada gauname

$$j_{\mathrm{kr}} = \frac{\hbar k}{m}|A|^2. \tag{6.4.25}$$

Pvz., tampriosios sklaidos skerspjūvis yra lygus

$$\sigma_{\mathrm{skl}} = \frac{S_{\mathrm{skl}}}{j_{\mathrm{kr}}}, \tag{6.4.26}$$

kur S_{skl} yra tampriai išsklaidytų dalelių skaičius per laiko vienetą, t. y. skaičius tampriai išsklaidytų dalelių, kurios išeina iš sferos, gaubiančios vieną taikinio branduolį, per laiko vienetą. Tas skaičius – tai tampriai išsklaidytų dalelių srauto tankio integralas tos sferos paviršiumi. Tampriai išsklaidytų dalelių srauto tankį j_{skl} galima apskaičiuoti pagal tą pačią bendrąją formulę (6.4.24), tačiau šį kartą vietoj ψ reikia naudoti išsklaidytų dalelių banginę funkciją (6.4.21). Taip gauname:

$$j_{\mathrm{skl}} = \frac{\hbar}{4mkr^2}|A|^2|1-\eta|^2 . \tag{6.4.27}$$

Kaip minėta, S_{skl} yra pastarojo dydžio integralas sferos paviršiumi. Tarus, kad taikinys yra sferos centre, to integralo reikšmė gaunama padauginus (6.4.27) reiškinį iš sferos ploto, t. y. iš $4\pi r^2$. Vadinasi,

$$S_{\mathrm{skl}} = \frac{\pi\hbar}{mk}|A|^2|1-\eta|^2 . \tag{6.4.28}$$

Įrašę (6.4.28) ir (6.4.25) į (6.4.26), gauname bendrąją s bangų tampriosios sklaidos skerspjūvio išraišką:

$$\sigma_{\mathrm{skl},0} = \frac{\pi|1-\eta|^2}{k^2} \equiv \pi\lambda\!\!\!^{-2}|1-\eta|^2 \tag{6.4.29}$$

(čia antrasis indeksas „0“ parodo, kar turimos omenyje dalinės sferinės bangos, kurių $l = 0$, t. y. s bangos). Apskaičiuojant s bangų reakcijos skerspjūvį, taip pat galima taikyti bendrąją taisyklę (6.4.23), tačiau, atsižvelgus į tai, kad reakcijos pašalina pradinio bangos skaičiaus k daleles iš sistemos, šį kartą skaitiklyje reikia vartoti *nuostolių* srautą S_{n}, kuris apibrėžiamas kaip įeinančiųjų s bangų ir išeinančiųjų s bangų srautų skirtumas:

$$S_{\mathrm{n}} \equiv S_{\mathrm{in}} - S_{\mathrm{out}} . \tag{6.4.30}$$

Srautai S_{in} ir S_{out} apskaičiuojami tuo pačiu metodu, kaip sklaidos srautas S_{skl}, t. y. visų pirma apskaičiuojant *srauto tankį*, o paskui jį dauginant iš sferos ploto $4\pi\, r^2$. Apskaičiuojant įeinančiųjų s bangų srauto tankį, bendrojoje srauto tankio išraiškoje (6.4.24) vietoj ψ reikia naudoti (6.4.20a) reiškinio pirmąjį dėmenį, o apskaičiuojant išeinančiųjų s bangų srauto tankį, vietoj ψ reikia naudoti (6.4.20a) reiškinio antrąjį dėmenį. Kadangi tie dėmenys skiriasi nuo išsklaidytų bangų banginės funkcijos (6.4.21) tik pastoviu daugikliu, tai galima pasinaudoti sklaidos srauto išraiška (6.4.28), kurioje vietoj daugiklio $|1-\eta|^2$ reikia naudoti atitinkamai 1 arba $|\eta|^2$:

$$S_{\mathrm{in}} = \frac{\pi\hbar}{mk}|A|^2 , \tag{6.4.31}$$

$$S_{\mathrm{out}} = \frac{\pi\hbar}{mk}|A|^2|\eta|^2 . \tag{6.4.32}$$

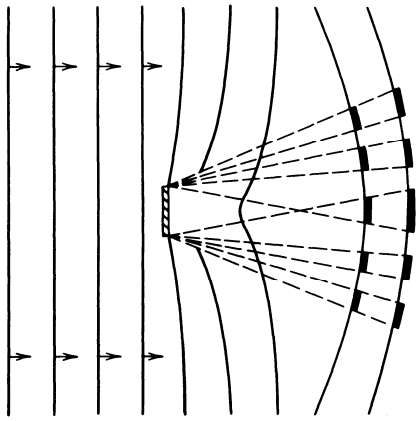
Taigi, bendroji s bangų reakcijų skerspjūvio išraiška yra

$$\sigma_{\mathrm{r},0} = \frac{S_{\mathrm{in}} - S_{\mathrm{out}}}{j_{\mathrm{kr}}} = \frac{\pi(1-|\eta|^2)}{k^2} \equiv \pi\lambda\!\!\!^{-2}(1-|\eta|^2) , \tag{6.4.33}$$

Matome, kad, jeigu $|\eta| = 1$, tada reakcijos skerspjūvis (6.4.33) yra lygus nuliui, o sklaidos skerspjūvis (6.4.29) nelygus nuliui, nes η yra kompleksinis skaičius (jeigu galiotų lygybė $\eta = 1$, tai reikštų, kad nėra jokios sąveikos tarp krintančiosios dalelės ir taikinio). Vadinasi, tamprioji sklaida nekeičia sferinių dalinių bangų amplitudės modulio, o keičia tik bangų fazę, t. y. dėl tampriosios sklaidos išeinančiųjų dalinių bangų amplitudės išraiškoje atsiranda papildomas kompleksinės eksponentės pavidalo daugiklis $\exp(\mathrm{i}\alpha)$. Tai yra savaime aiškus rezultatas, nes tamprioji sklaida pagal apibrėžtį nekeičia dalelių su duotu pradiniu bangos skaičiumi k kiekio, t. y. kiek dalelių įėjo į taikinį per laiko vienetą (S_{in}), tiek pat dalelių su tuo pačiu k išeis iš taikinio per laiko vienetą (S_{out}). Taigi, jeigu vyksta tik tamprioji sklaida, tada $S_{\mathrm{in}} = S_{\mathrm{out}}$, o nuostolių srautas S_{n} yra lygus nuliui.

Kitu ribiniu atveju, kai $\eta = 0$, reakcijos skerspjūvis (6.4.33) yra lygus didžiausiai galimai vertei, kurią nusako (6.4.13a) formulė su $l = 0$. Be to, iš (6.4.29) išplaukia, kad tamprioji sklaida pasireiškia visada, kai yra galimos reakcijos, t. y. kai $|\eta| < 1$ ir $\sigma_{\mathrm{r},0} > 0$. Vadinasi, bet kokią reakciją (t. y. netampriąją sklaidą, dalelių sugertį ir kitus branduolinius virsmus) visada lydi ir tamprioji sklaida. Tai galima suprasti pasinaudojus optine analogija. Jeigu į apskritą neskaidrų ekraną krinta plokščioji elektromagnetinė banga, už ekrano gaunamas ne geometriškai tikslus šešėlis, o šviesūs ir

tamsūs koncentriniai žiedai (žr. 6.15 pav.). Taip yra dėl to, kad, pašalinus bangos fronto dalį, pasireiškia sferinės bangos, kurių centrai yra aplink ekrano kraštus (kol ekrano nebuvo, šios sferinės bangos buvo nuslopintos dėl interferencijos, todėl šviesa sklido tiesiai). Dėl šių sferinių bangų esant kliūčiai šviesa nustoja sklisti tiesiai: užlinksta į šešėlio sritį (šis reiškinys vadinamas difrakcija). Taip pat galima įsivaizduoti ir nukleono sugertį, kai jis pataiko į branduolį. Branduolys, sugerdamas nukleoną, veikia kaip neskaidrus ekranas, kuris „uždengia“ dalį krintančio nukleono de Broilio bangos fronto. Todėl vyksta šios bangos difrakcija, t. y. banga užlinksta į branduolio „šešėlio“ sritį. Tai yra tamprioji sklaida.



6.15 pav. Bangų sklaida neskaidria kliūtimi. Ištisinės linijos žymi paviršius, kurie statmeni bangų sklidimo krypčiai. Paryškintos sritys ant šių paviršių atitinka didesnį spinduliuotės intensyvumą

6.4.6. *Banginės funkcijos tolydumas ant branduolio paviršiaus*

Iki šiol buvo aptariamas tik banginės funkcijos pavidalas branduolio išorėje ($r \geq R$). Branduolio viduje ($r < R$) banginės funkcijos pavidalas yra kitoks. Tačiau anksčiau aptartos banginės funkcijos savybės branduolio išorėje suteikia informacijos ir apie banginės funkcijos savybes branduolio viduje. Taip yra dėl to, kad banginė funkcija ir jos išvestinė koordinatės atžvilgiu turi būti tolydi visuose erdvės taškuose, taip pat ir branduolio paviršiuje ($r = R$). Pažymėjus dalelės banginę funkciją branduolio išorėje ψ_i, o branduolio viduje ψ_v, galima užrašyti:

$$\psi_\mathrm{i}(R) = \psi_\mathrm{v}(R)\,, \tag{6.4.34a}$$

$$\left.\frac{\mathrm{d}\psi_\mathrm{i}}{\mathrm{d}r}\right|_{r=R} = \left.\frac{\mathrm{d}\psi_\mathrm{v}}{\mathrm{d}r}\right|_{r=R}. \tag{6.4.34b}$$

Šių lygybių kairiojoje pusėje esančius dydžius galima apskaičiuoti remiantis žinoma bendrąja s bangų išraiška (6.4.20a). Tačiau, kadangi toje išraiškoje kintamasis r (kurio atžvilgiu yra diferencijuojama apskaičiuojant (6.4.34b) lygybės kairiąją pusę) yra ir skaitiklyje, ir vardiklyje, tai, kad apskaičiavimas būtų paprastesnis, vietoj banginės funkcijos (6.4.34a,b) lygtyse patogiau vartoti funkciją

$$u(r) \equiv r\psi(r) \tag{6.4.35}$$

(kadangi branduolio išorėje $u(r)$ yra proporcinga kompleksinėms eksponentėms, padaugintoms iš konstantų, tai diferencijavimas yra paprastesnis). Taigi, naudojamės pagalbinės funkcijos $u(r)$ ir jos išvestinės tolydumo sąlygomis:

$$u_\mathrm{i}(R) = u_\mathrm{v}(R)\,, \tag{6.4.36a}$$

$$\left.\frac{\mathrm{d}u_\mathrm{i}}{\mathrm{d}r}\right|_{r=R} = \left.\frac{\mathrm{d}u_\mathrm{v}}{\mathrm{d}r}\right|_{r=R}. \tag{6.4.36b}$$

Dabar apibrėžiame parametrą f – vadinamąją „logaritminę išvestinę“:

$$f \equiv \frac{R}{u_\mathrm{i}(R)} \cdot \left.\frac{\mathrm{d}u_\mathrm{i}}{\mathrm{d}r}\right|_{r=R}. \tag{6.4.37}$$

Šis parametras yra vadinamas „logaritmine išvestine“, nes funkcijos išvestinė, padalyta iš tos pačios funkcijos, yra lygi funkcijos natūraliojo logaritmo išvestinei. Iš funkcijos $u(r)$ ir jos išvestinės tolydumo sąlygų (6.4.36a,b) išplaukia, kad f reikšmė nepasikeis, jeigu (6.4.37) reiškinyje vietoj u_i naudosime u_v:

$$f = \frac{R}{u_\mathrm{v}(R)} \cdot \left.\frac{\mathrm{d}u_\mathrm{v}}{\mathrm{d}r}\right|_{r=R}. \tag{6.4.38}$$

Dabar suformuluosime bendrąjį metodą, kurį galima taikyti tiriant branduolio savybes pagal sklaidos eksperimentų duomenis arba sprendžiant atvirkščią uždavinį – apskaičiuojant sklaidos ir reakcijos skerspjūvius pagal turimą branduolio modelį. Kadangi sklaidos skerspjūvį (6.4.29) ir sąveikaujančios su branduoliu dalelės banginės funkcijos pavidalą lemia parametras η (kuris nusako išeinančiųjų dalinių sferinių bangų kompleksinę amplitudę), tai išmatavus sklaidos skerspjūvį galima nustatyti η, o

paskui pagal (6.4.37) formulę apskaičiuoti f. Antra vertus, jeigu egzistuoja teorinis dalelių sąveikos su branduoliu modelis, kuris numato banginių funkcijų pavidalą branduolio viduje, tada tą patį parametrą f galima apskaičiuoti ir pagal tą modelį (žr. (6.4.38)). Palyginus abi f vertes, galima patikrinti teorinio modelio teisingumą. O jeigu modelio teisingumas nekelia abejonių, tada, įrašius pagal tą modelį apskaičiuotą f reikšmę (6.4.38) į kairiąją (6.4.37) lygybės pusę, galima išreikšti η ir numatyti sklaidos bei reakcijos skerspjūvius pagal (6.4.29) ir (6.4.33) formules.

Parametro f, atitinkančio s bangas, išraiška parametru η gaunama įrašius bendrąją s bangų išraišką (6.4.20a) į pagalbinės funkcijos $u(r)$ apibrėžtį (6.4.35) ir paskui įrašius tą funkciją į parametro f apibrėžtį (6.4.37). Taip gauname:

$$f \equiv \frac{R}{u_{\mathrm{i}}(R)} \cdot \frac{\mathrm{d}u_{\mathrm{i}}}{\mathrm{d}r}\bigg|_{r=R} = \mathrm{i}kR\left(\frac{\eta \mathrm{e}^{\mathrm{i}kR} + \mathrm{e}^{-\mathrm{i}kR}}{\eta \mathrm{e}^{\mathrm{i}kR} - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}kR}}\right). \tag{6.4.39}$$

Iš čia išplaukia tokia parametro η išraiška:

$$\eta = \left(\frac{f + \mathrm{i}kR}{f - \mathrm{i}kR}\right)\exp(-2\mathrm{i}kR)\,. \tag{6.4.40}$$

6.4.7. *Mažos energijos neutronų pagavimo reakcijos skerspjūvis*

Dabar šią metodiką pritaikysime teoriškai apskaičiuojant mažos energijos neutronų pagavimo reakcijos skerspjūvį. Kaip minėta, tam reikia žinoti neutrono banginės funkcijos pavidalą branduolio viduje, t. y. reikia turėti krintančiojo neutrono sąveikos su branduoliu teorinį modelį. Viena šio modelio prielaidų yra ta, kad krintantįjį neutroną branduolio viduje veikia tas pats centrinis jėgų laukas, kuris veikia branduolio nukleonus pagal sluoksninį branduolio modelį. To lauko potencinė energija branduolio viduje yra apytiksliai pastovi ir lygi $-U_0$, o prie branduolio krašto potencinės energijos absoliučioji vertė greitai sumažėja iki nulio didėjant r (žr. 3.11 pav.). Kita šio modelio prielaida išplaukia iš to, kad neutronų pagavimo atveju neutronas susilieja su taikinio branduoliu ir neišlekia iš jo. Todėl branduolio viduje neutrono banginė funkcija turi tik „įeinančiąją“ dalinę bangą ir neturi „išeinančiosios“ bangos. Vadinasi,

$$u_v(r) \sim \mathrm{e}^{-\mathrm{i}Kr} \qquad (r \le R)\,, \tag{6.4.41}$$

čia K yra neutrono bangos skaičius branduolio viduje. Šis bangos skaičius nėra lygus bangos skaičiui branduolio išorėje, nes branduolio viduje neutronas yra potencialo duobėje. Taigi, taikant laisvos nereliatyvistinės dalelės banginio skaičiaus ir kinetinės energijos sąryšį

$$k = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2mE}\,, \tag{6.4.42}$$

branduolio viduje kinetinę energiją reikia atskaityti nuo potencialo duobės dugno, t. y., nuo vertės $-U_0$:

$$K = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2m(E + U_0)}\,, \tag{6.4.43}$$

čia $U_0 \approx 50$ MeV, o E yra neutrono kinetinė energija branduolio išorėje, kur potencinė energija lygi nuliui (laikoma, kad neutronui patekus į branduolį, jo pilnutinė mechaninė energija nepakinta, t. y. potencinės energijos ($-U_0$) ir kinetinės energijos ($E + U_0$) suma lieka lygi E). Įrašę (6.4.41) į parametro f išraišką (6.4.38), gauname

$$f = -\mathrm{i}KR\,. \tag{6.4.44}$$

Įrašius šią f išraišką į (6.4.40) formulę, gaunama tokia parametro η išraiška:

$$\eta = \left(\frac{K - k}{K + k}\right)\exp(-2\mathrm{i}kR) \approx \frac{K - k}{K + k}\,. \tag{6.4.45}$$

Įrašius tai į (6.4.33) formulę, gaunama reakcijos skerspjūvio išraiška:

$$\sigma_{\mathrm{r},0} \approx \pi \lambda\!\!\!^{-2} \frac{4Kk}{(K + k)^2}\,. \tag{6.4.46}$$

Lėtųjų neutronų $k << K$, nes lėtųjų neutronų kinetinė energija yra daug mažesnė už anksčiau minėtą U_0 vertę (žr. k ir K išraiškas (6.4.42) ir (6.4.43)). Todėl, turint omenyje, kad $\lambda\!\!\!^{-} = 1/k$, iš (6.4.46) gauname

$$\sigma_{\mathrm{r},0} \approx \frac{4\pi}{kK} \approx \frac{const}{k}\,, \tag{6.4.47}$$

(antroji lygybė atspindi tą faktą, kad K beveik nepriklauso nuo E, kai $E << U_0$). Kadangi

$$k = \frac{m\upsilon}{\hbar}, \tag{6.4.48}$$

kur υ yra dalelės greitis, tai iš (6.4.47) išplaukia minėtasis neutronų pagavimo skerspjūvio atvirkštinis proporcingumas neutronų greičiui:

$$\sigma_{\mathrm{r},0} \sim \frac{1}{\upsilon}. \tag{6.4.49}$$

Šis rezultatas gautas remiantis prielaida, kad branduolys tik sugeria bangas, kurios į jį krinta, tačiau tos bangos nesukelia jokių žymių pokyčių branduolyje. Ši prielaida nustoja būti teisinga rezonanso sąlygomis, nes tada krintančioji dalelė gali sužadinti kolektyvinį periodinį branduolio nukleonų judėjimą, kurio amplitudė (taigi, ir per laiko vienetą sugertoji energija bei reakcijos skerspjūvis) labai stipriai priklauso nuo krintančiosios dalelės energijos. Rezonanso sąlygomis jau negalima remtis supaprastinta krintančiosios dalelės banginės funkcijos išraiška branduolio viduje (6.4.41), o reakcijos skerspjūvio priklausomybė nuo krintančiosios dalelės energijos bei greičio labai pasikeičia (šis klausimas bus aptartas vėliau).

6.5. Tamprioji sklaida ir branduolio dydis

Palyginti lengva realizuoti tokią krintančiųjų dalelių sąveiką su branduoliu, kai sąveikos metu nekinta nei krintančiosios dalelės vidinė būsena, nei branduolio vidinė būsena. Tada sąveikos pasekmė yra tamprioji sklaida. Anksčiau aptarėme Kulono tampriąją sklaidą (Rezerfordo sklaidą), kurios skerspjūvį galima apskaičiuoti pakeitus branduolį taškiniu krūviu. Tačiau toks modelis tinka tik tada, kai krintančioji dalelė yra elektringa ir kai sąveikos metu ji neįsiskverbia į branduolį. Aišku, kad Rezerfordo sklaidos tyrimas negali suteikti jokios informacijos apie branduolio vidinę sandarą. Jeigu krintančioji dalelė neturi elektros krūvio (neutronai), tada tamprioji sklaida tampa galima tik dalelei įsiskverbus į branduolį. Šiuo atveju tamprioji sklaida nėra elektrostatinės prigimties ir ją sąlygoja trumpasiekė sąveika tarp krintančiosios dalelės ir branduolio nukleonų. Todėl sklaidos diferencialinis skerspjūvis priklauso nuo nukleonų erdvinio tankio $\rho(r)$. Atitinkamai tampriosios sklaidos eksperimentų duomenų analizė gali suteikti informacijos apie nukleonų pasiskirstymą erdvėje ir tuo pačiu – apie branduolio skersmenį. Tą pačią informaciją galima gauti ir tada, kai dalelė yra elektringa, tačiau trumpasiekė branduolinė sąveika yra daug stipresnė už toliasiekę elektrostatinę sąveiką. Tokios sklaidos pavyzdys buvo minėtas 6.3.1 skyriuje aptariant alfa dalelių sklaidą: šios sklaidos tyrimai leidžia nustatyti atstumą, kuriame „įsijungia“ stiprioji branduolinė sąveika tarp krintančiosios alfa dalelės ir branduolio (žr. 6.5 pav.). Tačiau, kai pasireiškia stiprioji sąveika, tada yra galima ir netamprioji sklaida arba branduolinės reakcijos. Pvz., yra palyginti didelė tikimybė, kad alfa dalelė, įsiskverbusi į branduolį, susilies su juo, sudarydama tarpinį sužadintos būsenos branduolį, kuris paskui skils išspinduliuodamas kitokią dalelę arba kitos energijos alfa dalelę. Alfa dalelė tampriai sklaidoma tik tada, kai ji į branduolį įsiskverbia palyginti negiliai. Atitinkamai, alfa dalelių tampriosios sklaidos tyrimai gali suteikti informacijos tik apie branduolio paviršinių nukleonų erdvinį pasiskirstymą. Kad išmatuoti visą erdvinį tankį $\rho(r)$, reikia naudoti daleles, kurios yra silpnai sugeriamos branduolio medžiagoje. Viena iš tinkamiausių dalelių yra elektronas.

6.5.1. *Elektronų sklaida*

Elektronai ypač gerai tinka tiriant branduolio sandarą, nes jie nedalyvauja stipriojoje sąveikoje. Jų sąveika su branduoliu yra elektromagnetinė. Kadangi elektromagnetinė sąveika yra daug silpnesnė už stipriąją, tai elektronų sklaida branduolio viduje yra palyginti silpna ir elektronai lengvai įsiskverbia į branduolį. Be to, elektronų panaudojimo privalumai yra tie, kad elektromagnetinė sąveika yra gerai ištirta, ir kad yra lengva gauti labai didelio intensyvumo elektronų pluoštus (didelis pluošto intensyvumas reiškia, kad galima pasiekti pakankamai didelį sąveikos įvykių dažnį net ir esant labai mažam sąveikos skerspjūviui).

Kadangi elektromagnetinės sąveikos stiprumas priklauso nuo atstumo tarp sąveikaujančių krūvininkų, tai tos sąveikos įtaka krintančiojo elektrono judėjimui priklauso nuo to, kokia yra elektrono judėjimo branduolio tūryje trajektorija: sąveikos tikimybė bus didžiausia, kai elektronas pralėks pro branduolio dalį, kurioje yra didžiausias elektros krūvio tankis $\rho_e(r)$. Nuo $\rho_e(r)$ vertės priklauso ir *diferencialinio* sklaidos skerspjūvio kampinė priklausomybė. Todėl elektronų sklaidos

tyrimai gali suteikti informacijos apie branduolio medžiagos erdvinį pasiskirstymą (taip pat kaip ir dalelių, kurios sąveikauja trumpasieke branduoline jėga, sklaidos tyrimai). Tačiau tam reikia, kad elektronas sklaidos metu sąveikautų tik su tam tikra pakankamai maža branduolio dalimi (o ne su visu branduoliu). Pagal Heizenbergo neapibrėžtumų sąryšį tai reiškia, kad elektrono impulso ir branduolio spindulio sandauga turi būti daug didesnė už $\hbar$:

$$pR >> \hbar\,; \tag{6.5.1}$$

Turint omenyje, kad ši sąlyga atitinka reliatyvistinius elektronus, atitinkamas reikalavimas elektrono energijai gaunamas remiantis reliatyvistine energijos išraiška $E = pc$:

$$E >> \frac{\hbar c}{R}\,. \tag{6.5.2}$$

Įrašę tipišką branduolio spindulio vertę ($5 \cdot 10^{-15}$ m), gauname $E >> 40$ MeV. Todėl elektronų tampriosios sklaidos tyrimai, kuriais siekiama nustatyti branduolio nukleonų erdvinį pasiskirstymą, yra atliekami naudojant elektronus, kurių energija yra šimtų megaelektronvoltų eilės.

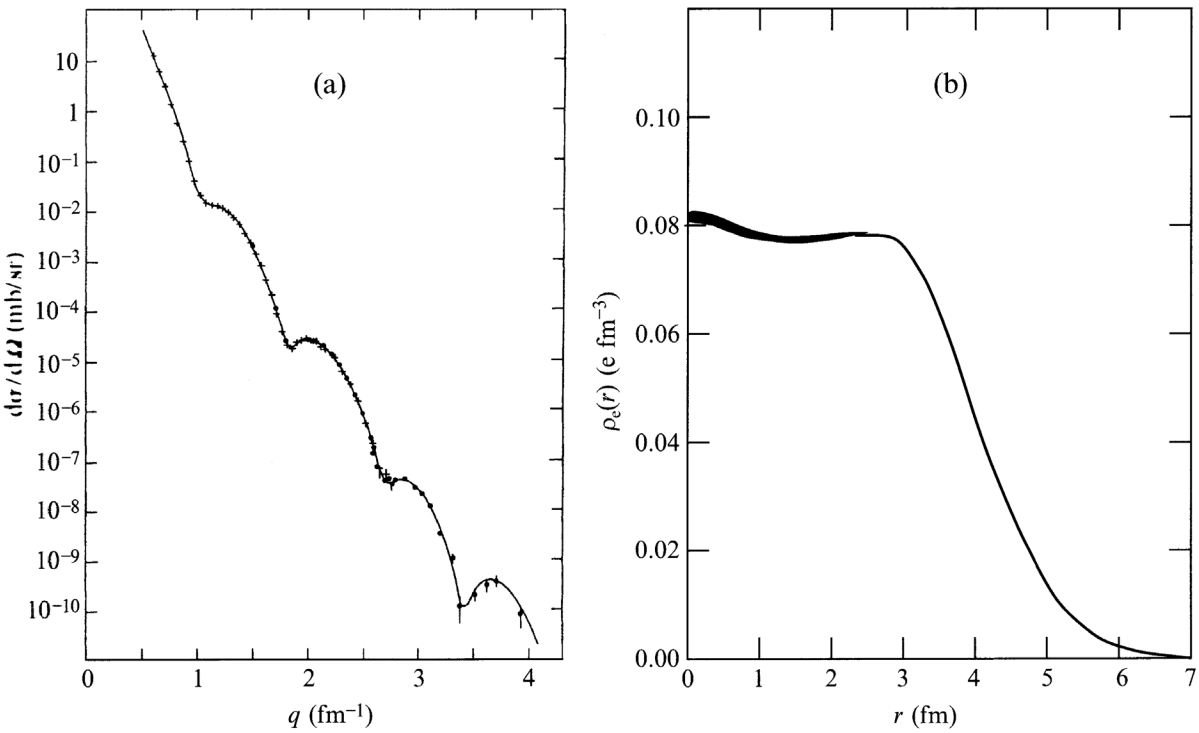
Pvz., 6.16a pav. pateikti 450 MeV energijos elektronų tampriosios sklaidos ^{58}Ni branduoliais diferencialinio skerspjūvio matavimo duomenys. Ant x ašies atidėtas dydis

$$q = 2k\sin(\theta/2)\,, \tag{6.5.3}$$

kuris nusako sklaidos metu branduoliui perduotą impulsą, padalytą iš $\hbar$. Matome osciliacijas, kurios yra susijusios su elektronų bangos difrakcija nuo branduolio kraštų. Pagal intervalus tarp maksimumų arba minimumų galima nustatyti branduolio matmenis. Nors šių osciliacijų matematinis aiškinimas yra toks pats kaip ir šviesos difrakcijos nuo apskrito neskaidraus ekrano kraštų, tačiau tos osciliacijos yra ne tokios ryškios kaip šviesos difrakcijos atveju, nes branduolys neturi ryškaus krašto ir nėra visiškai neskaidrus elektronams.

Elektronai sąveikauja su protonais (o ne su neutronais), todėl elektronų tampriosios sklaidos analizė suteikia informacijos apie branduolio *krūvio* erdvinį tankį $\rho_e(r)$. Ištisinė kreivė 6.16a pav. atitinka teorinį skerspjūvį, kuris apskaičiuotas naudojant tam tikrą teorinį $\rho_e(r)$. Šio teorinio erdvinio tankio priklausomybė nuo r yra pavaizduota 6.16b pav. Šios funkcijos parametrai gali būti nustatyti aproksimuojant diferencialinio skerspjūvio matavimo duomenis teorine skerspjūvio išraiška. Šitaip nustatyto erdvinio krūvio tankio neapibrėžtumą 6.16b pav. atspindi linijos plotis (didesnis plotis atitinka didesnį neapibrėžtumą). Matome, kad naudojant elektronų tampriosios sklaidos tyrimo duomenis erdvinio krūvio tankis $\rho_e(r)$ gali būti nustatytas palyginti tiksliai esant visoms r vertėms.

Elektronai negali būti panaudoti matuojant neutronų erdvinį pasiskirstymą. Kad išmatuoti pilnąjį branduolio medžiagos erdvinio tankio pasiskirstymą, krintančiosios dalelės turi dalyvauti branduolinėje sąveikoje, t. y. tos dalelės turi būti nukleonai arba branduoliai. Tačiau nukleonai lengviau sugeriami branduolyje. Tą sugertį galima modeliuoti taikant vadinamąjį optinį modelį. Šis nukleonų sklaidos modelis taip pavadintas todėl, kad jis yra analogiškai klasikiniam šviesos bangų sklaidos pusiau skaidriame rutulyje modeliui.



6.16 pav. (a) 450 MeV energijos elektronų tampriosios sklaidos diferencialinio skerspjūvio priklausomybė nuo taikinio branduoliui perduoto impulso ir mažosios Planko konstantos santykio ($q = 2k\sin(\theta/2)$). Ištisinė linija yra teoriškai apskaičiuotas diferencialinis skerspjūvis. Apskaičiuojant teorinį skerspjūvį, remtasi prielaida, kad branduolio elektros krūvis pasiskirstęs erdvėje taip, kaip parodyta (b). Linijos storis (b) grafike atspindi teorinio krūvio tankio pasiskirstymo parametrų neapibrėžtumą, kuris atsiranda aproksimuojant (a) eksperimentinius taškus teorine kreive

6.5.2. *Optinis modelis*

Taikant optinį modelį, sistemos (kurią sudaro taikinio branduolys ir krintančioji dalelė) Šrėdingerio lygtis yra sprendžiama naudojant kompleksinę potencinę energiją:

$$U(r) = -V(r) - \mathrm{i}W(r)\,. \tag{6.5.4}$$

Čia r yra atstumas tarp branduolio centro ir krintančiosios dalelės centro. Jeigu krintančioji dalelė yra nukleonas, tada realioji dalis $V(r)$ yra praktiškai tokia pati kaip branduolio nukleono potencinė energija, t. y. ją išreiškia (3.6.4) formulė. Ta formulė turi tris parametrus (U_0, R ir a), kurių vertes galima nustatyti aproksimuojant matavimo duomenis. Analogiškai išreiškiama ir menamoji dalis $W(r)$, tačiau $W(r)$ išraiškoje minėtų parametrų vertės yra kitokios.

Kadangi potencinė energija $U(r)$ yra kompleksinė, tai krintančiosios dalelės banga silpnėja, jai skverbiantis į branduolio vidų. Tuo galima įsitikinti, pastebėjus, kad plokščiąją bangą, kuri sklinda z ašies kryptimi vienalyčiame potencialiniame lauke, kurio potencinė energija $U = -(V + \mathrm{i}W)$, nusako reiškinys $\exp(\mathrm{i}kz)$, kurio banginis skaičius k yra kompleksinis:

$$k = k_\mathrm{r} + \mathrm{i}k_\mathrm{i} = \sqrt{\frac{2m(E-U)}{\hbar^2}} = \sqrt{\frac{2m(E+V+\mathrm{i}W)}{\hbar^2}}\,. \tag{6.5.5}$$

Jeigu $|W| << E + V$, tada, pasinaudojus tapatybe $\sqrt{1+x} \approx 1 + (x/2)$,

$$k_\mathrm{r} = \sqrt{\frac{2m(E+V)}{\hbar^2}} \qquad \text{ir} \qquad k_\mathrm{i} = \frac{k_\mathrm{r}W}{2(E+V)}. \tag{6.5.6}$$

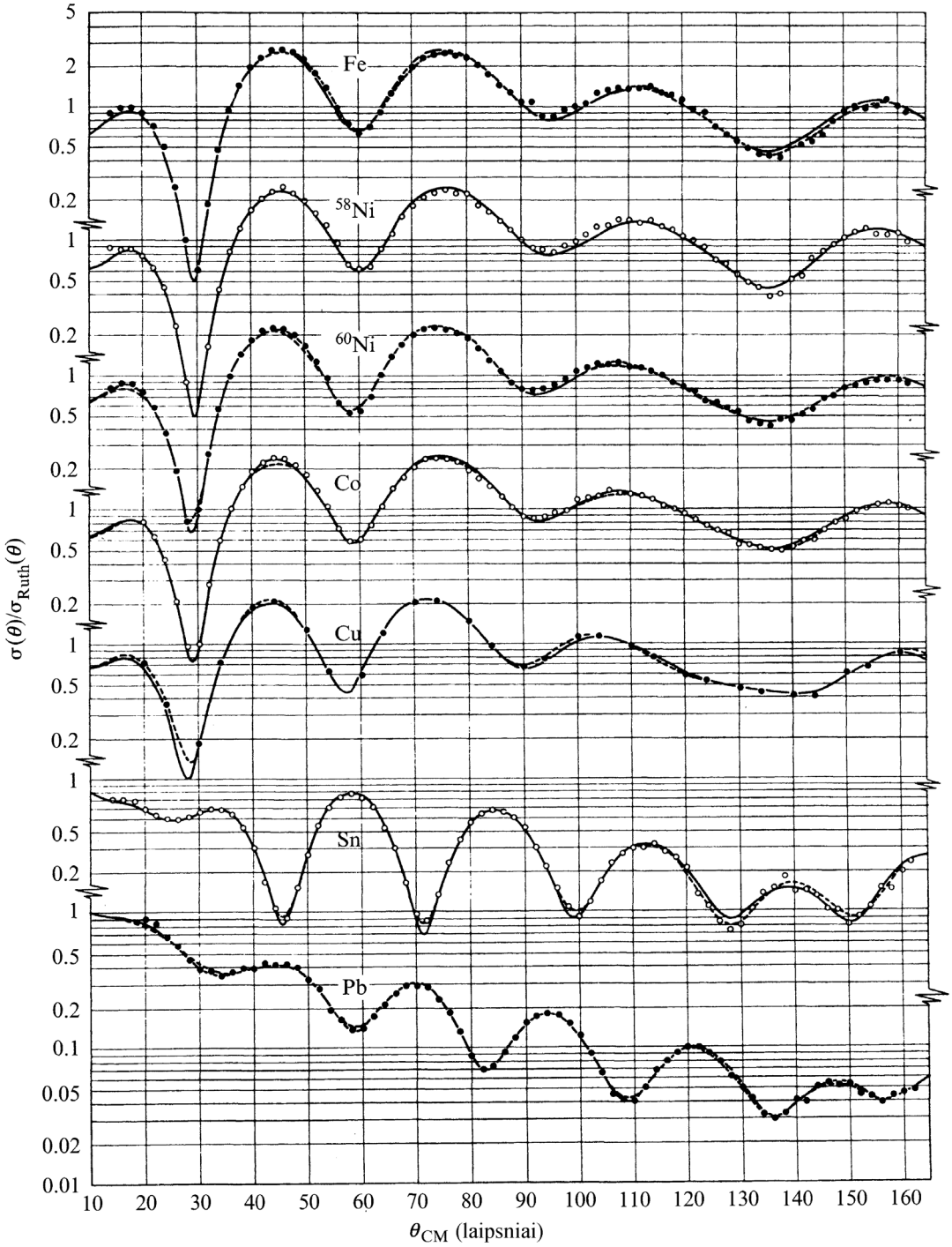
Tada

$$\exp(ikz) = \exp(ik_r z)\exp(-k_i z)\,. \tag{6.5.7}$$

T. y. bangos amplitudė eksponentiškai mažėja didėjant z. Vidutinis įsiskverbimo gylis – tai atstumas, kuriame krintančiųjų dalelių srauto tankis (amplitudės modulio kvadratas) sumažėja e kartų. Tas gylis yra

$$d = \frac{1}{2k_{\mathrm{i}}}. \tag{6.5.8}$$

Jeigu krintančiosios dalelės yra 30 MeV energijos protonai, tada $V = 50$ MeV, $W = 10$ MeV, todėl $d \approx 4$ fm. Taigi, tie protonai įsiskverbia palyginti giliai į branduolio vidų (tipiškas branduolio spindulys taip pat yra maždaug 4 fm).



6.17 pav. 30,3 Mev energijos protonų tampriosios sklaidos diferencialinių skerspjūvių priklausomybės nuo kampo. Ant ordinačių ašies atidėtas diferencialinio skerspjūvio ir Kulono tampriosios sklaidos (Rezerfordo sklaidos) skerspjūvio santykis. Atskiri taškai – matavimo duomenys, ištisinės linijos – optinio modelio aproksimavimo duomenys

Eksperimentinių duomenų analizė pagal optinį modelį atliekama, daug kartų teoriškai apskaičiuojant sklaidos diferencialinį skerspjūvį, atitinkantį įvairius potencialo funkcijos parametrų (R, a ir U_0) derinius. Šitaip parenkamas optimalus tų parametrų reinkinys, kuris geriausiai atitinka matavimo duomenis. 6.17 pav. optinio modelio apskaičiavimo rezultatai yra palyginti su 30,3 MeV energijos protonų tampriosios sklaidos įvairiais branduoliais eksperimentinio tyrimo duomenimis. Akivaizdu, kad taikant optinį modelį galima pasiekti labai gerą teorijos ir eksperimento atitikimą.

Vienas iš optinio modelio privalumų yra tas, kad, apibrėžus menamąją sąveikos energijos komponentę W, tuo pačiu yra įskaitomi netamprieji vyksmai ir todėl optinis modelis numato ne tik tampriosios sklaidos diferencialinį skerspjūvį, bet ir pilnutinį reakcijos skerspjūvį σ_r, kurį taip pat galima palyginti su išmatuotuoju. Tačiau, kadangi funkcija $W(r)$ yra apibrėžiama „formaliai“, optinis modelis nesuteikia informacijos apie tai, kokie fizikiniai vyksmai lemia σ_r. Kitame skyriuje aptarsime konkrečius fizikinius reakcijų mechanizmus ir jų eksperimentinio tyrimo metodus.

6.6. Tiesioginės reakcijos

Tiesioginėse reakcijose krintančiosios dalelės sąveika su branduoliu yra arti branduolio paviršiaus. Tiesioginė reakcija yra tikimiausia tada, kai krintančiosios dalelės de Broilio bangos ilgis yra mažesnis už nukleono matmenis (t. y. mažesnis už 10^{-15} m). Kai de Broilio bangos ilgis yra toks mažas, sąveika su pavieniu nukleonu tampa labiau tikėtina negu sąveika su visu branduoliu. Taip yra todėl, kad, vaizdžiai kalbant, krintančioji dalelė „mato“ tik tuos taikinio branduolio nukleonus, kurie yra de Broilio bangos ilgio atstumu nuo jos arba arčiau (pvz., žr. s bangų reakcijos skerspjūvio bendrąją išraišką (6.4.33)). 1 MeV energijos nukleono de Broilio bangos ilgis yra maždaug $4\cdot10^{-15}$ m, todėl tokio nukleono sąveiką su branduoliu tiksliau aprašo tarpinio branduolio modelis. 20 MeV energijos nukleono de Broilio bangos ilgis yra 10^{-15} m, todėl toks nukleonas gali sukelti tiesiogines reakcijas. Tokiose reakcijose krintantysis nukleonas dažniausiai sąveikauja su vienu arba keliais nukleonais, kurie užpildo aukščiausius branduolio sluoksnius (žr. branduolio sluoksninio modelio aprašymą 3 skyriuje).

Dauguma branduolinių reakcijų gali vykti ir tarpinio branduolio reakcijos būdu, ir tiesioginės reakcijos būdu. Egzistuoja du požymiai, pagal kuriuos galima eksperimentiškai nustatyti, kurio tipo reakcija yra vyraujanti:

1. Tiesioginės reakcijos vyksta labai trumpai; reakcijos trukmė yra 10^{-22} s eilės (šis laikas yra tos pačios eilės kaip krintančiosios dalelės lėkimo pro branduolį laikas). Tarpinio branduolio reakcijos trukmė yra daug didesnė (10^{-16}–10^{-18} s). Jeigu tarpinio branduolio reakcijos metu iš branduolio išlekia nukleonas, tada šį papildomą laiką galima aiškinti kaip laiką, per kurį krintančiosios dalelės energija pasiskirsto branduolio tūryje ir koncentruojasi ties vienu nukleonu.
2. Po tiesioginės reakcijos išlekiančių dalelių kampinis pasiskirstymas dažniausiai turi kelis maksimumus (t. y. kai kurios išlėkimo kryptys yra labiau tikėtinos už kitas), o tarpinio branduolio reakcijos metu išspinduliuojamų dalelių kampinis pasiskirstymas yra apytiksliai izotropinis.

6.6.1. *Judesio kiekio momento pokytis tiesioginėse reakcijose*

Jeigu tiesioginės reakcijos metu vienas nukleonas perėjo iš krintančiosios dalelės į taikinio branduolį arba atvirkščiai, tada pagal išlekiančių dalelių kampinį pasiskirstymą dažnai įmanoma nustatyti sluoksninio modelio viendalelės būsenos, kurią užėmė perkeltas nukleonas, judesio kiekio momentą (sukinį) ir lyginumą. Tokiems tyrimams dažniausiai naudojamos nukleono atplėšimo reakcijos (d, n) ir (d, p). Abi šios reakcijos gali vykti ir per tarpinį branduolį, ir tiesiogiai. Reakcija (d,p) dažniau yra tiesioginė. Taip yra dėl Kulono potencialo barjero, kuris trukdo protonui išlėkti iš tarpinio branduolio (Kulono potencialo barjeras jau buvo minimas, aptariant α skilimą 5.1 skyriuje).

Išnagrinėsime judesio kiekio momento perdavimą nukleono atplėšimo tiesioginės reakcijos metu. Kaip parodyta 6.18 pav., į branduolį krintančios dalelės judesio kiekis yra $\boldsymbol{p}_a$, o iš branduolio išlekiančios dalelės judesio kiekis yra $\boldsymbol{p}_b$. Pagal judesio kiekio tvermės dėsnį susidariusio branduolio judesio kiekis $\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}_a - \boldsymbol{p}_b$. Pakėlus šią lygybę kvadratu, gaunamas judesio kiekių modulių sąryšis

$$p^2 = p_a^2 + p_b^2 - 2p_a p_b \cos\theta = (p_a - p_b)^2 + 2p_a p_b(1-\cos\theta) = (p_a - p_b)^2 + 4p_a p_b \sin^2\frac{\theta}{2}; \qquad (6.6.1)$$

čia θ yra nukleono išlėkimo kampas (žr. 6.18 pav.). Kadangi p_a ir p_b yra vienareikšmiškai susiję su dalelių energijomis, tai, žinant šias energijas ir kampą θ, pagal (6.6.1) galima apskaičiuoti p.

Tiesioginės reakcijos atveju galima laikyti, kad šis branduoliui perduotas judesio kiekis – tai nukleono judesio kiekis, kai tas nukleonas užima vieną iš pradinio branduolio viendalelių būsenų, kurios iki tol buvo laisvos (taigi, šiuo atveju taikomas sluoksninis branduolio modelis, kuris aprašytas 3 skyriuje). Teigiant, kad reakcija vyksta branduolio paviršiuje, to nukleono orbitinis judesio kiekio momentas yra apytiksliai lygus $|\boldsymbol{L}| = Rp$, kur R yra branduolio spindulys. Antra vertus, orbitinį judesio kiekio momentą galima išreikšti orbitiniu kvantiniu skaičiumi l (žr. (3.2.3)): $|\boldsymbol{L}| = \hbar\sqrt{l(l+1)}$ (l =0, 1, 2, ...). Vadinasi, žinant p ir branduolio spindulį R, galima nustatyti duotosios viendalelės kvantinės būsenos orbitinį kvantinį skaičių l. Supaprastiname (6.6.1) reiškinį: teigiame, kad branduoliui perduotas judesio kiekis p yra daug mažesnis už krintančiosios dalelės judesio kiekį p_a. Tada $p_b \approx p_a$, todėl (6.6.1) lygybės dešiniojoje pusėje galima nepaisyti pirmojo dėmens:

$$p^2 \approx 4p_a p_b \sin^2\frac{\theta}{2} \approx 4p_a^2 \sin^2\frac{\theta}{2}.$$

Vadinasi,

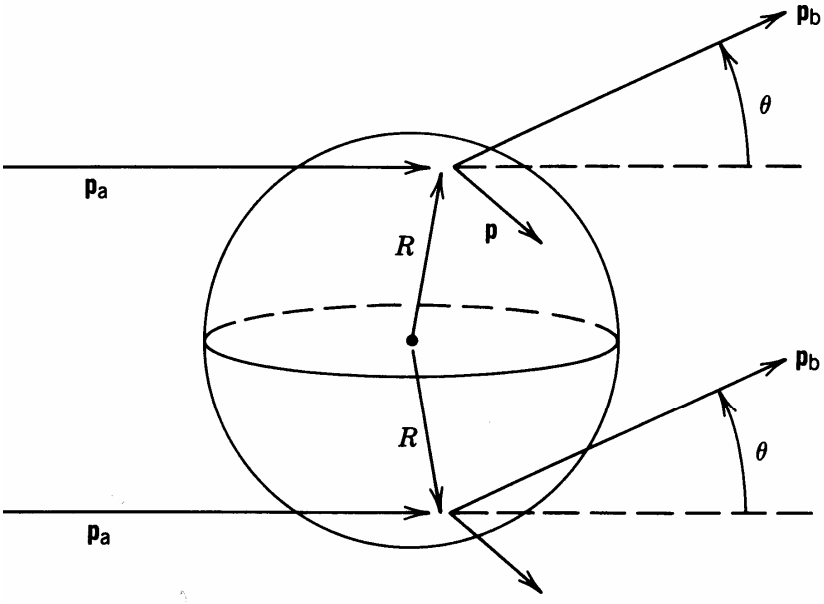
$$\sin\frac{\theta}{2} \approx \frac{p}{2p_a} = \frac{|\boldsymbol{L}|}{2Rp_a} = \frac{\hbar\sqrt{l(l+1)}}{2Rp_a} \approx \frac{\hbar l}{2Rp_a} \qquad (l = 0, 1, 2, ...). \tag{6.6.2}$$

Taigi, vykstant tiesioginei nukleono atplėšimo reakcijai, labiausiai tikėtinos yra tos kampo θ vertės, kurios atitinka leidžiamąsias (sveikąsias) l vertes (žr. (6.6.2)). Kitaip sakant, tos kampo θ vertės atitinka diferencialinio skerspjūvio maksimumus (žr. 6.10 pav.). Išmatavus vieną iš tų kampų, galima nustatyti atitinkamą kvantinio skaičiaus l vertę, t. y. perkelto nukleono šalutinį kvantinį skaičių:

$$l = \frac{2Rp_a}{\hbar}\sin\frac{\theta}{2}. \tag{6.6.3}$$

Nustatysime, kokia turi būti krintančio deutono energija, kad, vykstant (d,n) arba (d,p) reakcijai, galiotų lygybė $p_b \approx p_a$ (tada galios ir (6.6.2) bei (6.6.3) lygybės). Reakcijos metu išsiskirianti energija Q bendruoju atveju virsta antrinių dalelių kinetine energija ir jų sužadinimo energija. Tarkime, kad antrinio branduolio sužadinimui išeikvojama labai maža energijos Q dalis. Tada, turint omenyje, kad protono masė yra daug mažesnė už antrinio branduolio masę, beveik visa reakcijos šiluma virs protono kinetine energija. Tada išlekiančio protono energija lygi $E_b \approx E_a + Q$ (ši lygybė yra apytikslė, nes maža išsiskyrusios energijos dalis gali virsti susidariusio branduolio sužadinimo energija bei jo kinetine energija). Kadangi judesio kiekis susijęs su energija sąryšiu $p_a = \sqrt{2m_a E_a}$ ir $p_b = \sqrt{2m_b E_b}$, o $m_b \approx m_a / 2$, tai, norint, kad galiotų lygybė $p_a \approx p_b$, reikia, kad E_b būtų maždaug 2 kartus didesnė už E_a, t. y. E_a turi būti maždaug lygi Q. Pvz., reakcijos ^{90}Zr(d,p)^{91}Zr metu išsiskiria energija Q = 5 MeV. Vadinasi, jeigu krintančiojo deutono energija yra maždaug 5 MeV, tada pagal (6.6.2) išlekiančių protonų kampinis pasiskirstymas turės maksimumus ties kampais θ = 0º (l = 0), θ = 14º (l = 1), θ = 29º (l = 2), θ = 44º (l = 3).

Tiksliau analizuojant tiesiogines reakcijas, reikėtų atsižvelgti ir į nukleonų sukinius bei į priešingose branduolio pusėse išsklaidytųjų dalelių interferenciją kaip parodyta 6.18 pav.



6.18 pav. Tiesioginių branduolinių reakcijų geometrija (tiesioginės reakcijos dažniausiai vyksta ant branduolio paviršiaus) (iš [3])

6.6.2. *Selektyvumas tiesioginėse reakcijose*

Netamprioji sklaida

Vykstant netampriajai sklaidai, taikinio branduolys yra sužadinamas. Nors gali būti sužadinta bet kokia būsena, dažniausiai yra sužadinamos kolektyvinės branduolio būsenos. Tai galima suprasti remiantis bendrąja kvantinio šuolio tikimybės per laiko vienetą išraiška (5.3.46):

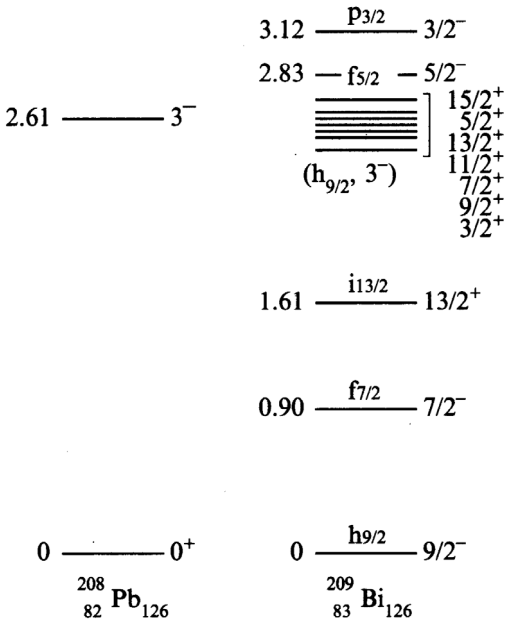
$$\lambda_{ab} = \frac{2\pi}{\hbar} |H_{ba}|^2 \rho(E_b) . \qquad (6.6.4)$$

Šiame reiškinyje indeksai *a* ir *b* žymi atitinkamai pradinę ir galutinę sistemos kvantines būsenas, o V_{ba} yra trikdžio (t. y. sąveikos, dėl kurios įvyksta duotasis kvantinis šuolis) matricos elementas, kuris apibrėžiamas šitaip:

$$H_{ba} = \int \psi_b^* H \psi_a \mathrm{d}V . \qquad (6.6.5)$$

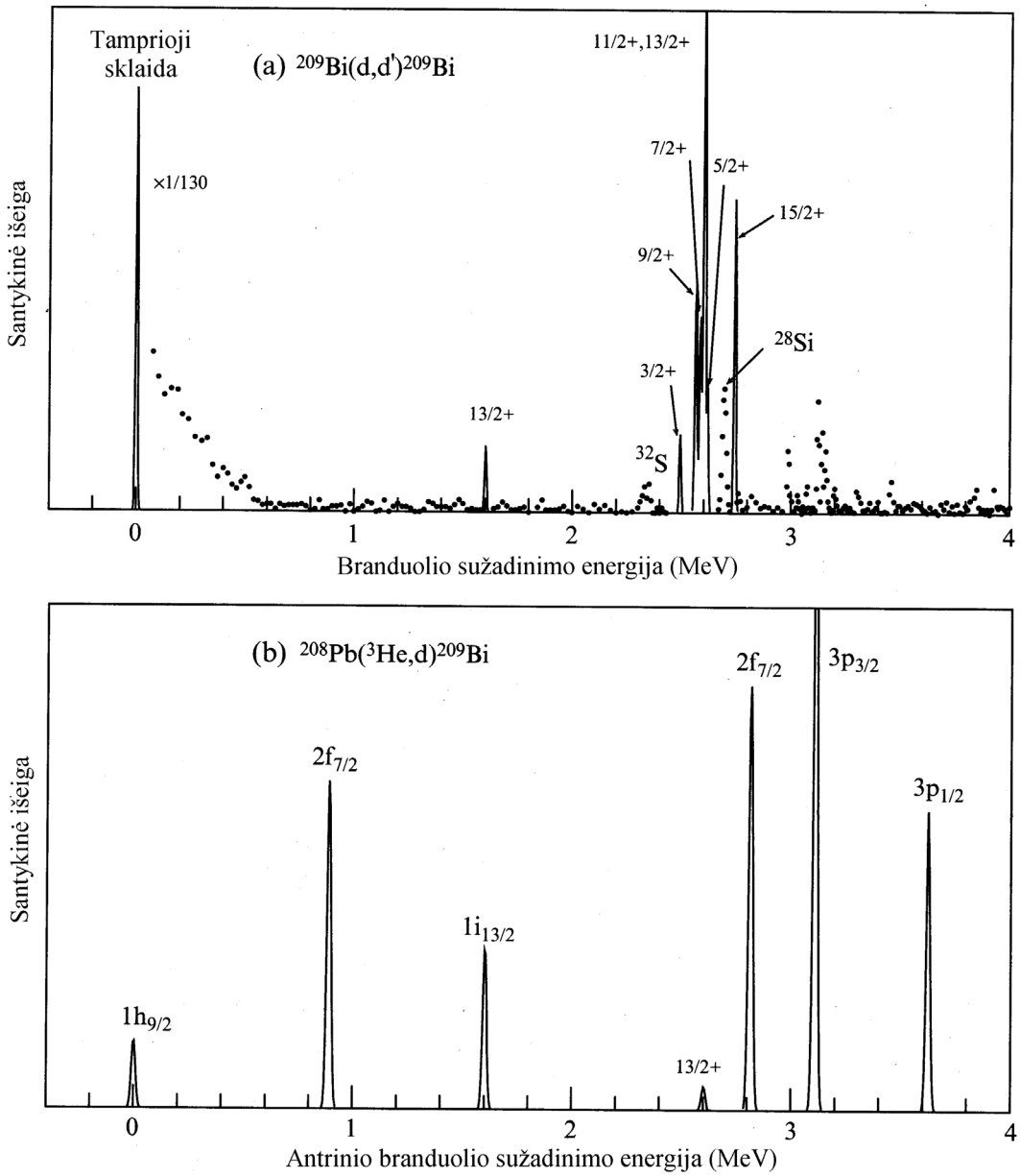
Paskutinis daugiklis – $\rho(E_b)$ – nusako energinio būsenų tankio vertę, atitinkančią galutinę sistemos energiją E_b. Aptariamuoju atveju galutinę energiją atitinka tik viena kvantinė būsena, todėl įvairių kvantinių šuolių tikimybių skirtumus lemia pirmojo daugiklio – trikdžio matricos elemento modulio kvadrato – verčių skirtumas. Jeigu galutinė būsena yra gaunama perkėlus vieną branduolio nukleoną į aukštesnį energijos lygmenį, tada apskaičiuojant šį matricos elementą vietoj ψ_b reikia vartoti to nukleono banginę funkciją. Tačiau, jeigu galutinė būsena atitinka kolektyvinio nukleonų judėjimo (t. y. fononų) sužadinimą, tada banginė funkcija ψ_b yra daugiadalelė funkcija, kuri išreiškiama visų tame judėjime dalyvaujančių nukleonų banginių funkcijų sandaugų tiesiniu dariniu (tiksliau, Sleiterio determinantų tiesiniu dariniu). Kiekvienas daugiklis minėtose sandaugose atitinka kurio nors nukleono perkėlimą iš vienos viendalelės būsenos į kitą, t. y. vieną branduolio nukleonų konfigūraciją. Kadangi šių konfigūracijų yra daug, tai yra daug dėmenų pilnutinės banginės funkcijos išraiškoje viendalelėmis funkcijomis. Be to, tie dėmenys nesusiprastina vienas su kitu, nes nukleonų judėjimas yra sinfazinis ir skirtingų viendalelių funkcijų amplitudės susideda viena su kita (t. y., vartojant banginės optikos terminus, pasireiškia „konstruktyvioji interferencija“). Vadinasi, matricos elemento modulio kvadratas yra daug didesnis negu tuo atveju, kai kvantinis šuolis vyksta tik dėl vieno nukleono šuolio į aukštesnės energijos viendalelę būseną. Tai reiškia, kad netampriosios sklaidos metu daug dažniau sužadinama kolektyvinė branduolio būsena, negu viendalelė būsena.

Šio selektyvumo pavyzdys – antrinių branduolių sužadinimo energijos spektras, kai 13 MeV energijos deuteronus netampriai sklaido ^{209}Bi branduoliai. Šis spektras pavaizduotas 6.20 pav. Kad būtų lengviau suprasti šiuos matavimo rezultatus, reikia visų pirma aptarti ^{209}Bi energijos lygmenų diagramą, kuri pavaizduota 6.19 pav. Matome, kad bismuto-209 branduolys turi septynis artimus energijos lygmenis ties 2,6 MeV, t. y. maždaug ties ta pačia energija, kuri atitinka pirmąjį sužadintąjį švino-208 energijos lygmenį. Tų lygmenų atsiradimą galima suprasti pastebėjus, kad ^{208}Pb neutronų ir



6.19 pav. Švino-208 ir bismuto-209 žemiausieji energijos lygmenys ir atitinkamos konfigūracijos. Kadangi ^{208}Pb neutronų ir protonų sluoksniai yra užpildyti, tai ^{209}Bi būseną galima modeliuoti kaip švino branduolio būsenos ir vieno valentinio protono būsenos darinį. Pvz., 7 artimi lygmenys ties 2,6 MeV atitinka $h_{9/2}$ būsenos protoną ir vieno oktupolinio fonono sužadinimą likusioje branduolio dalyje.

protonų sluoksniai yra užpildyti. Todėl ^{209}Bi būseną galima modeliuoti kaip švino branduolio būsenos ir vieno valentinio protono būsenos darinį. Žinome, kad ^{208}Pb pirmasis sužadintasis energijos lygmuo atitinka kolektyvinį virpamąjį nukleonų judėjimą, kai yra sužadintas vienas oktupolinis fononas (žr. 4.1 skyrių). Atitinkama ^{208}Pb būsena yra 3^- (t. y. sukinys lygus 3, o lyginumas –1). Vadinasi, minėtosios septynių artimų energijų sužadintosios būsenos atsiranda, kai sąlyginai „inertiškame“ ^{209}Bi branduolio „kamiene“, kuris atitinka užpildytus nukleonų sluoksnius, yra sužadinamas vienas oktupolinis fononas, o valentinio protono būsena lieka tokia pati, kaip pagrindinėje ^{209}Bi branduolio būsenoje, t. y. $h_{9/2}$. Lygmenų yra tiek, kiek yra galimų pilnutinio sukinio verčių. Pagal bendrąją sukinių sudėties taisyklę, tokių verčių yra 7 – nuo 9/2 – 3 = 3/2 iki 9/2 + 3 = 15/2. Kadangi viendalelę h būseną atitinka orbitinis kvantinis skaičius $l = 5$, tai ši viendalelė būsena yra nelyginė (nes l yra nelyginis), o kadangi branduolio kamieno būsena taip pat yra nelyginė, tai pilnutinė būsena yra lyginė (nes kombinuojant dvi nelygines būsenas gaunama lyginė būsena). Tų septynių būsenų energijos yra



6.20 pav. (a) Antrinių branduolių sužadinimo energijos spektras, kai 13 MeV energijos deuteronus 150° kampu netampriai sklaido bismuto-209 (^{209}Bi) branduoliai. (b) Antrinių branduolių sužadinimo energijos spektras vykstant protono atplėšimo reakcijai $^{208}_{80}\mathrm{Pb}(^{3}\mathrm{He},\mathrm{d})^{209}_{83}\mathrm{Bi}$, kai krintančiųjų ^{3}He branduolių energija yra 20 MeV, o kampas tarp deutonų išlėkimo krypties ir ^{3}He branduolių kritimo krypties yra 110

skirtingos, nes valentinio protono sąveikos su likusiąja branduolio dalimi energija priklauso nuo kampo tarp to protono sukinio ir branduolio kamieno sukinio, t. y. nuo pilnutinio sukinio. Kiti žemiausieji ^{209}Bi energijos lygmenys, kurie matomi 6.19 pav., yra gaunami derinant pagrindinės būsenos ^{208}Pb branduolį su kuria nors iš mažiausios energijos viendalelių valentinio protono būsenų. Taigi, šios branduolio būsenos yra susijusios tik su vieno nukleono perkėlimu iš pagrindinio energijos lygmens į aukštesnį. Kadangi, kaip minėta, netampriosios sklaidos metu daug dažniau sužadinamos kolektyvinės branduolio būsenos, tai, vykstant netampriajai deuteronų sklaidai, antrinis branduolys daug dažniau užima vieną iš minėtų 7 artimų energijos lygmenų ties 2,6 MeV (nes tik tie lygmenys atitinka kolektyvinį nukleonų judėjimą). Tai yra aiškiai matoma 6.20a pav. Gali kilti klausimas, kodėl šiame paveiksle taip pat aiškiai matoma ir smailė ties 1,6 MeV, kuri atitinka $13/2^+$. Nors anksčiau buvo teigiama, kad ši būsena atitinka valentinio protono sužadinimą į pirmąjį sužadintąjį lygmenį (su $l = 6$) ir branduolio kamieno būseną 0^+, tačiau iš tikro ši branduolio būsena yra dviejų branduolio būsenų mišinys: jį sudaro minėtoji būsena „$i_{13/2} + 0^+$“ ir būsena, atitinkanti $h_{9/2}$ būsenos protoną ir 3^- būsenos branduolio kamieną, t. y. „$h_{9/2} + 3^-$“. Būtent dėl pastarosios kolektyvinės būsenos indėlio į pilnutinę banginę funkciją branduolio sužadinimo į $i_{13/2}$ lygmenį tikimybė taip pat yra palyginti didelė.

Pernašos reakcijos

Paprasčiausios pernašos reakcijos yra vieno nukleono netekimas arba gavimas. Todėl šiuo atveju daug didesnė tikimybė sužadinti viendaleles būsenas, negu kolektyvines būsenas. Kaip pavyzdį, vėl aptarsime reakcijas, kurių metu susidaro ^{209}Bi branduolys, tačiau šį kartą tas branduolys yra protono atplėšimo reakcijos ^{208}Pb(^{3}He,d)^{209}Bi produktas. 6.20b pav. pavaizduotas antrinio branduolio energijos pasiskirstymas. Palyginus šį spektrą su 6.20a pav., akivaizdu, kad dabar situacija yra priešinga: ryškiausios yra viendalelių būsenų smailės (kurių nesimatė 6.20a pav.). Virš kiekvienos iš šių smailių yra nurodyta atitinkama viendalelė būsena, t. y. pagautojo protono būsena antriniame branduolyje. Kolektyvinių būsenų smailės ties 2,6 MeV (kurios buvo ypač ryškios 6.20a pav.), dabar yra labai mažos, nes, kad sužadinti kolektyvinę būseną, reikėtų ne tik perkelti protoną į taikinio branduolį, bet ir sužadinti vieną oktupolinį fononą branduolio „kamiene“ (t. y. 3^- būseną), taigi būtų reikalingas dviejų etapų vyksmas. Toks dviejų etapų vyksmas yra daug mažiau tikėtinas negu vieno etapo vyksmas, kurio vienintelė pasekmė yra ta, kad protonas užima laisvą viendalelę būseną taikinio branduolyje.

6.7. Tarpinio branduolio reakcijos

Tarkime, kad krintančioji dalelė sąveikauja (pvz., tampriai susiduria) su vienu iš branduolio paviršiuje esančių nukleonų. Tas nukleonas, įgijęs atatrankos energiją, ir krintančioji dalelė (dabar jau su mažesne energija) gali paskui susidurti su kitais to branduolio nukleonais perduodami jiems savo energijos dalį ir t. t. Po keleto tokių susidūrimų krintančiosios dalelės kinetinė energija pasiskirsto tarp visų nukleonų, kurie sudaro taikinį ir krintančiąją dalelę. Nors vidutinis vieno nukleono energijos padidėjimas nėra pakankamas, kad tas nukleonas išlėktų iš branduolio, tačiau nukleonų energijos yra statistiškai pasiskirsčiusios palyginti plačiame intervale, todėl egzistuoja nenulinė tikimybė, kad po daugelio susidūrimų kurio nors nukleono įgytoji energija viršys jo išlaisvinimo darbą ir tas nukleonas išlėks iš branduolio (šis vyksmas yra panašus į karšto skysčio garavimą).

Tokios reakcijos turi tiksliai apibrėžtą tarpinę būseną, kuri atitinka laiko intervalą tarp krintančiosios dalelės sugerties momento ir išlekiančiosios dalelės (arba kelių dalelių) išlėkimo momento. Ši tarpinė būsena vadinama ***tarpiniu branduoliu***. Todėl reakciją $a + X \rightarrow Y + b$ galima užrašyti šitaip:

$$a + X \rightarrow C^* \rightarrow Y + b;$$

čia C^* žymi tarpinį branduolį (simbolis „*“ nurodo, kad tarpinis branduolys yra sužadintosios būsenos).

Taigi, tarpinio branduolio reakcija yra dviejų stadijų vyksmas: tarpinio branduolio susidarymas, o paskui – jo skilimas. Tarpinis branduolys dažniausiai turi didelį energijos perteklių (lyginant su pagrindine būsena) ir tos energijos pakanka, kad iš branduolio išlėktų nukleonas arba keli nukleonai. Tačiau tai nereiškia, kad tas tarpinis branduolys būtinai išspinduliuos nukleonus. Dažnai energijos perteklių jis praranda išspinduliuodamas fotonus arba vidinės konversijos elektronus. Taigi,

net ir tiksliai apibrėžtos kvantinės būsenos tarpinis branduolys gali skilti įvairiais būdais (t. y. bendruoju atveju egzistuoja keli galimi reakcijos produktų rinkiniai). Esminė tarpinio branduolio reakcijų ypatybė yra ta, kad duotojo skilimo būdo tikimybė nepriklauso nuo to, kokiu būdu susidarė tarpinis branduolys. Taip yra dėl palyginti didelės tarpinio branduolio gyvavimo trukmės: ji yra pakankama, kad branduolio gautoji energija pasiskirstytų visame branduolyje. Tai reiškia, kad tarpinio branduolio gyvavimo trukmė yra daug ilgesnė už laiką, per kurį nukleonas pralekia pro branduolį. Nukleono pralėkimo pro branduolį trukmė yra 10^{-22} s eilės, o tarpinio branduolio gyvavimo trukmė yra (10^{-16}–10^{-18}) s eilės. Būtent ši tarpinio branduolio savybė sąlygoja tą faktą, kad tarpinio branduolio susiformavimas ir jo skilimas yra beveik nepriklausomi vyksmai, nes per tą laiką branduolio viduje spėja nusistovėti statistinė pusiausvyra. Skilimas vyksta dėl atsitiktinių veiksnių, kurie nesusiję su tuo, kaip atsirado tas branduolys. Todėl skilimo tikimybė priklauso tik nuo tarpinio branduolio būsenos, tiksliau, nuo jo sužadinimo energijos. Atitinkamai anksčiau užrašytos reakcijos skerspjūvį galima išreikšti šitaip:

$$\sigma(\mathrm{a},\mathrm{b}) = \sigma_{\mathrm{a}}(E)P_{\mathrm{b}}(E^*)\,; \tag{6.7.1}$$

čia $\sigma_{\mathrm{a}}(E)$ yra vyksmo, kurio metu pirminis branduolys („X“) sugeria krintančią dalelę („a“), kurios kinetinė energija E, skerspjūvis (t. y. pilnutinis sąveikos skerspjūvis įskaitant tik tuos vyksmus, kurių metu susidaro tarpinis branduolys), o $P_{\mathrm{b}}(E^*)$ yra tarpinio branduolio, kurio sužadinimo energija E^*, skilimo, išspinduliuojant dalelę b, santykinė tikimybė (t. y. tokių skilimų vidutinė santykinė dalis visuose tokių branduolių skilimuose). Dabar tarkime, kad tos pačios energijos tarpinis branduolys C^* susiformavo dėl sąveikos tarp kito pirminio branduolio X' ir kitos krintančiosios dalelės a'. Tada vyksmo, kurio pasekmė yra ta pati (t. y. Y + b), skerspjūvis bus lygus

$$\sigma(\mathrm{a}',\mathrm{b}) = \sigma_{\mathrm{a}'}(E')P_{\mathrm{b}}(E^*)\,; \tag{6.7.2}$$

čia E' yra krintančiosios dalelės a' kinetinė energija. Matome, kad abiejose skerspjūvio išraiškose antrasis daugiklis yra vienodas, nes laikome, kad tarpinio branduolio skilimas nepriklauso nuo to, kaip tas branduolys susiformavo. Jeigu C^* skyla į kitokią galutinę būseną, Z + d, tada vietoj (6.7.1) turime

$$\sigma(\mathrm{a},\mathrm{d}) = \sigma_{\mathrm{a}}(E)P_{\mathrm{d}}(E^*)\,, \tag{6.7.3}$$

o vietoj (6.7.2) turime

$$\sigma(\mathrm{a}',\mathrm{d}) = \sigma_{\mathrm{a}'}(E')P_{\mathrm{d}}(E^*)\,. \tag{6.7.4}$$

Padaliję (6.7.1) lygybę iš (6.7.3), o (6.7.2) lygybę – iš (6.7.4), matome:

$$\frac{\sigma(\mathrm{a},\mathrm{b})}{\sigma(\mathrm{a},\mathrm{d})} = \frac{\sigma(\mathrm{a}',\mathrm{b})}{\sigma(\mathrm{a}',\mathrm{d})} = \frac{P_{\mathrm{b}}(E^*)}{P_{\mathrm{d}}(E^*)}\,. \tag{6.7.5}$$

Ši lygybė gali būti taikoma praktikoje patikrinant, ar duotosioms reakcijoms tinka tarpinio branduolio modelis: pakanka patikrinti, ar duotųjų dviejų galutinių būsenų (Y + b ir Z + d) pasikartojimų dažnių santykis yra vienodas abiem pradinėms būsenoms (a + X ir a' + X'), kai tarpinio branduolio energija E^* yra vienoda. Krintančiosios dalelės kinetinė energija abiem atvejais bus skirtinga, nes ji priklauso nuo krintančiosios dalelės ryšio energijos tarpiniame branduolyje, t. y. nuo krintančiosios dalelės prigimties. Taip yra todėl, kad tarpinio branduolio sužadinimo energija yra lygi krintančiosios dalelės („a“) kinetinės energijos (E) ir tos pačios dalelės ryšio energijos tarpiniame branduolyje ($\Delta E_{\mathrm{R,a}}$) sumai:

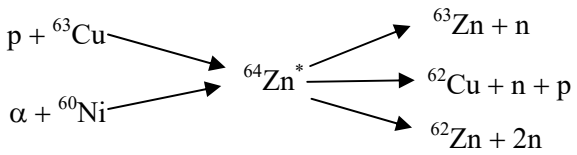
$$E^* = E + \Delta E_{\mathrm{R,a}} = E' + \Delta E_{\mathrm{R,a}'} \tag{6.7.6}$$

(antroji lygybė atspindi prielaidą, kad abiem atvejais tarpinio branduolio būsena yra vienoda). Vadinasi, jeigu dalelės a' naudojamos kuriant tos pačios būsenos branduolius, kokie buvo gauti naudojant energijos E daleles a, tada dalelių a' energija turi būti lygi

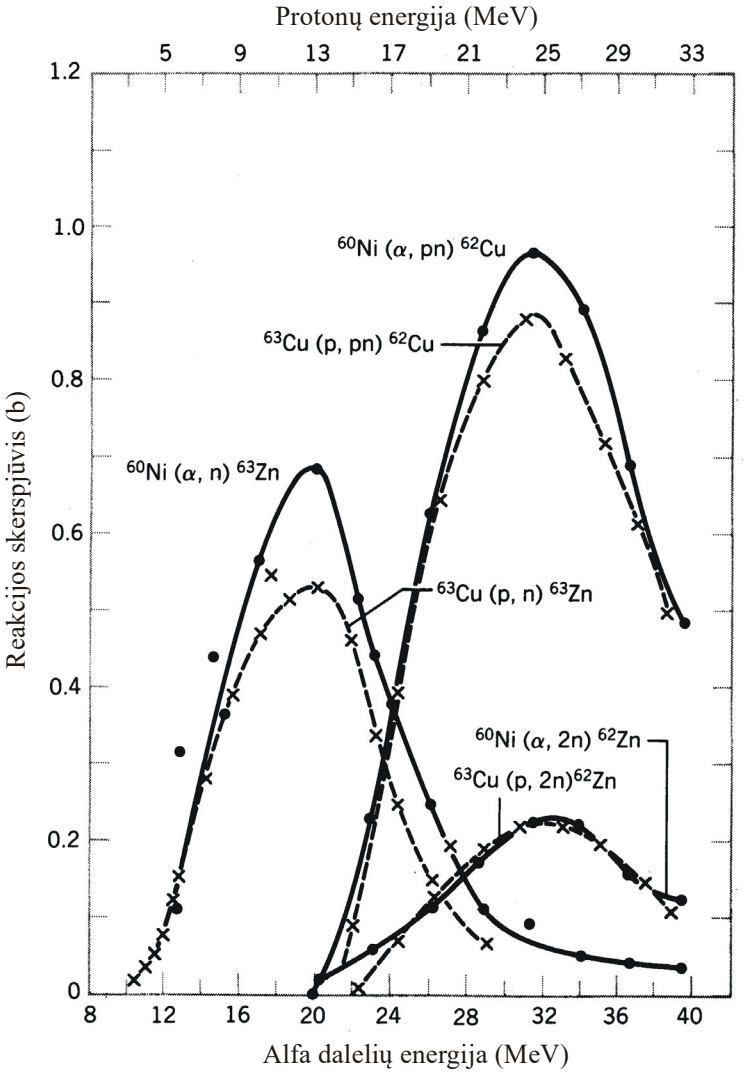
$$E' = E + \Delta E_{\mathrm{R,a}} - \Delta E_{\mathrm{R,a}'}\,. \tag{6.7.7}$$

Taigi, norint gauti tos pačios būsenos tarpinį branduolį naudojant kitokias krintančiąsias daleles, reikia keisti ir tų dalelių kinetinę energiją.

Išnagrinėkime konkretų pavyzdį. Tarpinis branduolys $^{64}\mathrm{Zn}^*$ gali susidaryti kelių vyksmų metu, pvz., p + ^{63}Cu ir α + ^{60}Ni. Be to, šis tarpinis branduolys gali skilti keliais būdais: ^{63}Zn + n, ^{62}Zn + 2n, ^{62}Cu + p + n. T. y.



Jeigu tarpinio branduolio modelis yra tikslus, tada, pvz., tarpinio branduolio $^{64}Zn^*$ skilimo į ^{63}Zn ir neutroną tikimybė turi nepriklausyti nuo to, ar branduolys $^{64}Zn^*$ susidarė reakcijoje p + ^{63}Cu, ar reakcijoje α + ^{60}Ni, su sąlyga, kad abiem atvejais tarpinio branduolio sužadinimo energija yra vienoda. Matavimai patvirtina šią prielaidą. Matavimų duomenys pateikti 6.21 pav. Šiame grafike krintančiųjų protonų ir α dalelių energijų skalės yra paslinktos viena kitos atžvilgiu taip, kad atitiktų vienodą tarpinio branduolio sužadinimo energiją (žr. (6.7.7) formulę). Akivaizdu, kad skerspjūvių santykiai $\sigma(\alpha,n) : \sigma(\alpha,2n) : \sigma(\alpha,pn)$, kai pirminis branduolys yra ^{60}Ni, yra beveik tokie patys, kaip santykiai $\sigma(p,n) : \sigma(p,2n) : \sigma(p,pn)$, kai pirminis branduolys yra ^{63}Cu (šie santykiai sutampa matavimo paklaidų ribose). Šis sutapimas patvirtina tarpinio branduolio modelio tikslumą.



6.21 pav. Šešių reakcijų, kurių metu susidaro tarpinis branduolys ^{64}Zn, skerspjūvių priklausomybės nuo krintančiosios dalelės kinetinės energijos. Visų kreivių formos ir plačiai yra labai panašūs. Tai atitinka tarpinio branduolio modelį (iš [3], *Ghoshal S. N. An Experimental Verification of the Theory of Compound Nucleus // Physical Review, vol. 80, no. 6, 1950, p. 939–942*)

Tarpinio branduolio modelis geriausiai tinka tada, kai krintančiosios dalelės energija yra palyginti maža (< 10 MeV), o taikinio branduolys yra sunkusis, nes tada branduoliui lengviausia absorbuoti visą krintančiąją energiją.

Tarpinio branduolio reakcijose išlekiančiųjų dalelių krypčių pasiskirstymas dažniausiai yra apytiksliai izotropinis, t. y. dalelė gali su vienoda tikimybe išlėkti bet kuria kryptimi.

Kiekvieną iš galimų tarpinio branduolio susidarymo bei skilimo būdų yra įprasta vadinti „kanalu“. Būdai, kuriais susiformuoja tarpinis branduolys, yra vadinami „įėjimo kanalais“ , o jo skilimo būdai vadinami „išėjimo kanalais“ arba „skilimo kanalais“. Kaip jau buvo minėta aptariant fotoninių kvantinių šuolių spektro linijos formą (5.3.3 skyriuje), baigtinė sužadintosios būsenos gyvavimo trukmė reiškia, kad tos būsenos energija negali būti tiksliai apibrėžta. T. y. bet kuriai nestabiliai būsenai (taip pat ir tarpiniam branduoliui) yra būdingas energijos neapibrėžtumas Γ, kuris yra atvirkštinis vidutinei tos būsenos gyvavimo trukmei τ:

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau}. \tag{6.7.8a}$$

Šis dydis dažnai vadinamas branduolio „skilimo pločiu“. Dydis $1 / \tau$ yra lygus skilimo tikimybei per laiko vienetą, t. y. skilimo konstantai, kuri žymima λ. Taigi (6.7.8a) lygybę galima užrašyti šitaip:

$$\Gamma = \lambda\hbar. \tag{6.7.8b}$$

Jeigu yra galimi keli skilimo kanalai, tada pilnutinė skilimo tikimybė yra lygi kiekvienos rūšies skilimo tikimybių sumai, t. y. pilnutinė skilimo konstanta yra lygi „dalinių“ skilimo konstantų, atitinkančių visus galimus skilimo kanalus, sumai:

$$\lambda = \sum_i \lambda_i, \tag{6.7.9}$$

čia sumuojama visų skilimo kanalų atžvilgiu. Įrašę (6.7.9) į (6.7.8b), matome, kad pilnutinis skilimo plotis (Γ) yra lygus atskirų skilimo kanalų pločių ($\Gamma_i = \lambda_i \hbar$) sumai:

$$\Gamma = \sum_i \Gamma_i. \tag{6.7.10}$$

Kadangi skilimo plotis yra proporcingas skilimo tikimybei, o daugiklis P_b (6.7.1) reiškinyje yra lygus duotojo skilimo kanalo tikimybės ir pilnutinės skilimo tikimybės santykiui, tai tą daugiklį galima pakeisti atitinkamų skilimo pločių santykiu. Taigi, pažymėjus reakcijos $a + X \rightarrow C^* \rightarrow Y + b$ įėjimo kanalą raide α, o išėjimo kanalą raide β, galima užrašyti

$$\sigma_{\alpha\beta} = \sigma_\alpha \frac{\Gamma_\beta}{\Gamma}, \tag{6.7.11}$$

čia σ_α yra duotos būsenos sužadintojo tarpinio branduolio susiformavimo skerspjūvis, atitinkantis duotąjį įėjimo kanalą „α“ (kitaip sakant, visų vyksmų, kurių metu susiformuoja duotos rūšies ir energijos tarpinis branduolys, skerspjūvis, atitinkantis duotąsias pradines daleles ir jų energijas), o Γ_β yra duotojo skilimo kanalo plotis.

Reikia turėti omenyje, kad įėjimo arba skilimo kanalą apibrėžia ne tik visų tą kanalą sudarančių dalelių rūšys, bet ir jų energijos. T. y. vyksmai, kurie skiriasi tik dalelių energijomis, bet ne jų rūšimis, atitinka skirtingus kanalus. Pvz., anksčiau minėtosios reakcijos tarpinio branduolio (C^*) skilimo kanalas (β) atitinka apibrėžtos energijos emituotą dalelę b ir apibrėžtos energijos antrinį branduolį Y. Todėl, jeigu skilimo kanalas žymimas tuo pačiu indeksu kaip įėjimo kanalas (α), tai reiškia, kad tokios sąveikos metu nepakinta ne tik dalelių rūšys, bet ir jų energijos. Taigi, iš tarpinio branduolio gali išlėkti ta pati dalelė, kuri į jį įlėkė, ir ta dalelė gali turėti tą pačią energiją, kaip ir krintančioji dalelė. Pagal apibrėžtį tai yra tamprioji sklaida. Tačiau tokio vyksmo tikimybė dažniausiai būna maža lyginant su netampriąja sklaida ir įvairiomis kitomis reakcijomis (pvz. spinduliuojamuoju krintančiosios dalelės pagavimu).

Jeigu yra žinomas reakcijos skerspjūvis $\sigma_{\alpha\beta}$, tada, naudojantis (6.7.11) sąryšiu, galima išreikšti ir tarpinio branduolio susiformavimo, esant duotoms pirminių dalelių energijoms, skerspjūvį σ_α:

$$\sigma_\alpha(E) = \sigma_{\alpha\beta} \frac{\Gamma}{\Gamma_\beta}. \tag{6.7.12}$$

Atsižvelgus į (6.7.10), galima teigti, kad šis skerspjūvis – tai „dalinių“ skerspjūvių (6.7.11), kurie atitinka visus tarpinio branduolio skilimo kanalus, suma:

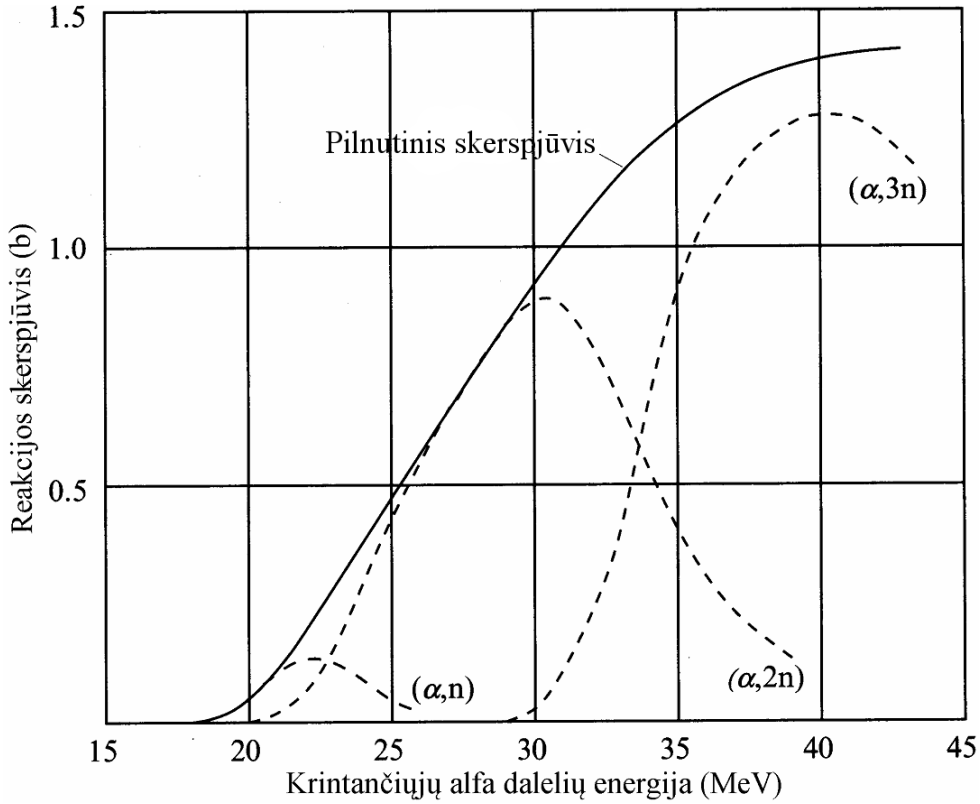
$$\sigma_\alpha = \sum_\beta \sigma_{\alpha\beta}. \tag{6.7.13}$$

Skirtingų skilimo kanalų santykinės tikimybės priklauso nuo sužadinimo energijos. Dažniausiai neutrono emisijos tikimybė būna didesnė negu elektringosios dalelės emisijos tikimybė,

nes neutronui neegzistuoja Kulono potencialo barjeras, tačiau, jeigu sužadinimo energija yra pakankamai didelė, tada skilimas emituojant elektringąsias daleles gali tapti labiau tikėtinas negu neutrono emisija.

Kai tarpinio branduolio sužadinimo energija yra ypač didelė, tada jis gali emituoti kelias daleles paeiliui. Taip yra todėl, kad, kaip minėta 6.4.1 skyriuje, tarpinio branduolio skilimo metu dažniau emituojamos mažos energijos dalelės. Vadinasi, jeigu sužadinimo energija yra tokia, kad gali būti emituotos kelios dalelės, tada mažo skaičiaus didelės energijos dalelių emisija yra mažiau tikėtina negu didžiausio galimo skaičiaus mažos energijos dalelių emisija. 6.22 pav. parodyta reakcijų (α,n), (α,2n) ir (α,3n) skerspjūvių priklausomybė nuo krintančiųjų dalelių energijos E_α. Pilnutinis visų galimų reakcijų skerspjūvis didėja didėjant energijai E_α, tačiau kiekvienos iš minėtų reakcijų skerspjūviai turi maksimumus. Pvz., kai tik tampa galima dviejų neutronų emisija, tada reakcijos (α,n) skerspjūvis pradeda mažėti, o reakcijos (α,2n) skerspjūvis pradeda augti.

6.22 pav. akivaizdu, kad pilnutinis reakcijos skerspjūvis yra glodi energijos funkcija, be ryškių maksimumų. Taip yra todėl, kad šiame pavyzdyje tarpinis branduolys susiformuoja esant ypač dideliai sužadinimo energijai, kai egzistuoja daug kvantinių būsenų, kurios gali būti sužadintos ir kurių energijos persikloja tarpusavyje dėl tų būsenų baigtinės gyvavimo trukmės (žr. (6.7.8a) formulę). Tarpinio branduolio susiformavimo tikimybė priklauso nuo to, ar yra energijos lygmuo, kuris atitinka duotąją sužadinimo energiją (pastaroji energija priklauso nuo krintančiųjų dalelių rūšies ir jų energijos). Jeigu sužadinimo energija yra ypač didelė, tada tarpinio branduolio būsenų tankis yra didelis, todėl esant bet kokiai krintančiųjų dalelių energijai egzistuoja daug kvantinių būsenų, į kurias gali būti sužadintas branduolys. Šiuo atveju tarpinio branduolio susiformavimo tikimybė palyginti silpnai priklauso nuo krintančiųjų dalelių energijos. Situacija labai pasikeičia, jeigu tarpinis branduolys susiformuoja energijų srityje, kurioje jo energijos lygmenys yra atskirti vienas nuo kito. Tada reakcijos skerspjūvio priklausomybė nuo energijos bus rezonansinio pobūdžio.



6.22 pav. alfa dalelės pagavimo ir neutronų emisijos reakcijų ${}^{209}_{83}\mathrm{Bi}(\alpha, x\mathrm{n})\,{}^{213-x}_{85}\mathrm{At}$, kur x = 1, 2, 3, ..., skerspjūvių priklausomybė nuo alfa dalelių energijos. Ištisinė linija atitinka visų skerspjūvių sumą

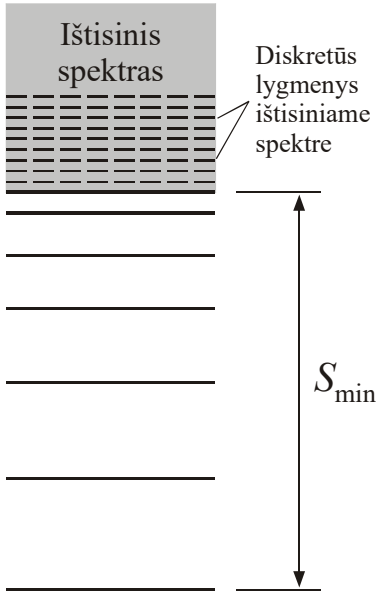
6.8. Rezonansinės reakcijos

Tarpinio branduolio reakcijos skerspjūvio priklausomybėje nuo krintančiosios dalelės energijos dažnai būna smailės (pvz., žr. 6.6 pav.), kurios vadinamos ***rezonansais***. Aptarsime jų kilmę.

6.8.1. *„Kvazisurištosios“ branduolio būsenos ištisinio spektro srityje*

Branduolio (kaip ir atomo) energijos lygmenų diagramą galima suskaidyti į dvi dalis: apatinė (mažų energijų) dalis atitinka diskrečius energijos lygmenis, o viršutinė (didelių energijų) dalis atitinka ištisinį energijų spektrą. Diskretūs energijos lygmenys atitinka surištąsias nuostoviąsias būsenas. Kvantinės mechanikos požiūriu, jeigu branduolys yra nuostovios būsenos, tada jo būseną gali pakeisti tik išorinis poveikis (kvantinėje elektrodinamikoje šis teiginys patikslinamas: branduolys gali savaime pereiti į mažesnės energijos nuostoviąją būseną išspinduliuodamas fotoną arba vidinės konversijos elektroną). Jeigu branduolio energija priklauso ištisiniam spektrui, tada branduolio būsena nėra nuostovi: jis gali skilti išspinduliuodamas nukleoną arba kelis nukleonus. Taigi, branduolio energijos lygmenų diagrama yra panaši į tą, kuri pavaizduota 6.23 pav. Ribinė energija S_{min}, kurią reikia suteikti branduoliui, kad jis atsidurtų ištisinio spektro srityje, pagal savo prasmę yra analogiška atomo jonizacijos energijai: tai yra mažiausioji energija, kuri reikalinga nukleono atplėšimui nuo branduolio.

Vykstant tarpinio branduolio reakcijoms, tarpinis branduolys yra sužadinamas į ištisinio spektro sritį (t. y. sužadinimo energija yra didesnė už minėtąją „kritinę“ energiją S_{min}). Tačiau tai nereiškia, kad iš tarpinio branduolio būtinai išlaisvinamas nukleonas. Kadangi tarpinio branduolio sužadinimo energija yra „padalyta“ tarp visų to branduolio nukleonų, tai, net kai branduolio sužadinimo energija yra didesnė už S_{min}, kiekvieno nukleono energijos perteklius lieka mažesnis už nukleono išlaisvinimo energiją ir branduolys lieka surištos būsenos. Dėl tarpinio branduolio ypatybių, iš kurių svarbiausioji yra palyginti didelė jo gyvavimo trukmė, ištisinio spektro apatiniame krašte egzistuoja vadinamosios „kvazisurištosios“ būsenos. Jos yra panašios į surištąsias būsenas tuo, kad jų energijos neapibrėžtumas yra daug mažesnis už vidutinį intervalą tarp gretimų energijos lygmenų, t. y. kvazisurištąsias būsenas atitinka diskretūs energijos lygmenys (kaip ir surištąsias būsenas). Tačiau kvazisurištosios būsenos skiriasi nuo surištųjų tuo, kad tokių būsenų branduolys gali prarasti sužadinimo energiją ne vien emituodamas fotoną arba vidinės konversijos elektroną, bet ir emituodamas nukleoną arba kelis nukleonus. Todėl kvazisurištųjų būsenų vidutinė gyvavimo trukmė yra mažesnė negu surištųjų, o energijos neapibrėžtumas didesnis. Kvazisurištosios būsenos susidaro dėl to, kad kai kurioms tarpinio branduolio būsenoms ištisinio spektro srityje yra būdingas nukleonų judėjimo periodiškumas. Tai reiškia, kad tarpinio branduolio būsena periodiškai tampa tiksliai tokia pati, kokia ji buvo dalelės įlėkimo į branduolį laiko momentu. Tuo laiko momentu yra palyginti didelė tikimybė, kad branduolio „pagautoji“ dalelė išlėks iš jo tokiu pačiu greičiu, kokiu įlėkė (masės centro sistemoje), o branduolio būsena taps tokia pati, kokia ji buvo prieš susidūrimą (tai yra tamprioji sklaida). Tačiau, pasikartojus minėtajai tarpinio branduolio būsenai, dalelė nebūtinai išlekia iš branduolio. Taip yra dėl to, kad branduolio kraštas veikia kaip potencinės energijos šuolis, nuo kurio dalelė gali atsispindėti atgal į branduolio vidų (net jeigu dalelės energija viršija to šuolio aukštį). Tada prasideda kitas branduolio nukleonų kolektyvinio judėjimo periodas ir t. t. Jeigu vidutinis tokių periodų skaičius per laiko tarpą nuo dalelės įlėkimo į branduolį iki tarpinio branduolio skilimo yra didelis, tada tokia būsena yra kvazisurištoji, t. y. jos energijos neapibrėžtumas yra daug mažesnis už vidutinį intervalą tarp tarpinio branduolio gretimų energijos lygmenų ištisinio spektro srityje. Įrodysime šį teiginį. Nukleonų judėjimą branduolyje modeliuosime taip pat, kaip dalelės judėjimą vienmatėje begalinio gylio stačiakampėje potencialo duobėje. Jeigu energijos lygmens numeris n yra didelis ($n >> 1$), tada apytiksliai tinka klasikinės mechanikos dėsniai, t. y. galima teigti, kad dalelė turi apibrėžtą greitį υ, kuris šitaip susijęs su jos energija:



6.23 pav. Apytikslis branduolio energijos spektro pavidalas (tikrovėje lygmenų skaičius yra daug didesnis). Virš S_{min} spektras yra ištisinis. Tačiau šioje energijų srityje egzistuoja kvazisurištosios būsenos, kurių savybės panašios į surištųjų būsenų savybes (t. y. jų energija palyginti tiksliai apibrėžta). „Tikrųjų“ surištųjų būsenų energijos lygmenys parodyti ištisinėmis linijomis, o kvazisurištųjų būsenų energijos lygmenys – brūkšninėmis linijomis

$$\upsilon = \sqrt{2E/m}\ . \tag{6.8.1}$$

Įrašę dalelės energijos išraišką (1.1.15) į šią greičio išraišką, gauname

$$\upsilon = nh/(2mw)\ . \tag{6.8.2}$$

Vadinasi, dalelės judėjimo periodas lygus

$$T \equiv (2w/\upsilon) = 4mw^2/(nh). \tag{6.8.3}$$

Antra vertus, pagal (1.1.15), kai $n >> 1$, intervalas tarp gretimų energijos lygmenų yra lygus

$$\Delta E = nh^2 / (4mw^2). \tag{6.8.4}$$

T. y.

$$T\,\Delta E = h \ \text{ arba } \ T = h / \Delta E, \tag{6.8.5}$$

Dabar pasinaudojame minėtąja prielaida, kad vidutinė tarpinio branduolio gyvavimo trukmė yra daug didesnė už nukleonų kolektyvinio judėjimo periodą:

$$\tau >> T = \frac{h}{\Delta E}\ . \tag{6.8.6}$$

Gyvavimo trukmę galima išreikšti sužadintojo lygmens pločiu Γ pagal formulę

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma}\ . \tag{6.8.7}$$

Įrašę šią τ išraišką į (6.8.6) nelygybę, gauname

$$\Gamma << \frac{\Delta E}{2\pi}\ . \tag{6.8.8}$$

Taigi, įsitikinome, kad, jeigu nukleonų kolektyvinio judėjimo periodas (T) yra daug mažesnis už vidutinę tarpinio branduolio gyvavimo trukmę (τ), tada atitinkamos tarpinio branduolio būsenos energijos neapibrėžtumas (Γ) yra daug mažesnis už vidutinį intervalą tarp nukleono energijos lygmenų (ΔE).

Vadinasi, nukleonų kolektyvinio judėjimo apytikslis periodiškumas sąlygoja diskrečių energijos lygmenų atsiradimą ištisinio spektro srityje (t. y. ryškius branduolio energijos skirstinio maksimumus). Tie lygmenys pasireiškia tuo, kad, kai branduoliui suteikta energija atitinka tarpinio branduolio sužadinimą į vieną iš tų energijos lygmenų, labai padidėja pilnutinis dalelės sąveikos su branduoliu skerspjūvis. Šis reiškinys vadinamas ***rezonansu***, o tarpinio branduolio reakcijos, kurios vyksta rezonanso sąlygomis, yra vadinamos ***rezonansinėmis reakcijomis***.

Iš anksčiau pateikto aiškinimo išplaukia, kad rezonansas yra susijęs su „išeinančių“ dalinių bangų amplitudės, t. y. tampriosios sklaidos tikimybės, padidėjimu (čia vartojama 6.4.5 skyriaus terminologija), nes tai yra nukleonų kolektyvinio judėjimo periodiškumo pasekmė[1]. Atitinkamai, jeigu išeinančių dalinių bangų amplitudė sumažėja, tada ir rezonansų amplitudės sumažėja. Išeinančių dalinių bangų amplitudės mažėja didėjant tarpinio branduolio galimųjų skilimo kanalų skaičiui (nes tada mažėja tikimybė, kad iš visų galimų skilimo kanalų tarpinis branduolys „pasirinks“ būtent tampriąją sklaidą). Galimų skilimo kanalų skaičius didėja didėjant tarpinio branduolio sužadinimo energijai (kuo didesnė branduolio sužadinimo energija, tuo didesnis skaičius būdų, kuriais jis tą energiją gali prarasti). Taigi, didėjant sužadinimo energijai, trumpėja branduolio gyvavimo trukmė, didėja energijos lygmenų išplitimas, o rezonansai tampa ne tokie ryškūs (t. y. jų amplitudės sumažėja, o plotis padidėja). Kai tarpinio branduolio sužadinimo energija viršija minėtąją „kritinę“ energiją $S_{\min}$ keliais MeV arba daugiau, kvazisurištosios būsenos tampa negalimos. Kvazisurištosios būsenos gali egzistuoti tik apatiniame ištisinio spektro krašte, kai tarpinio branduolio sužadinimo energija tik nedaug viršija $S_{\min}$. Esant tokioms sužadinimo energijoms, dažniausiai yra galimi tik du tarpinio branduolio skilimo kanalai: emituojant tą pačią dalelę (tamprioji arba netamprioji sklaida) arba sužadinimo energiją išspinduliuojant γ kvanto pavidalu (spinduliuojamasis pagavimas).

---

[1] 6.4.5 skyriuje minėta, kad tampriosios sklaidos skerspjūvis niekada nėra lygus nuliui, jeigu krintančioji dalelė sąveikauja su branduoliu (nepriklausomai nuo tos sąveikos mechanizmo). T. y. tamprioji sklaida pasireiškia net ir tada, kai, susidarius tarpiniam branduoliui, krintančioji dalelė niekada iš jo neišlekia turėdama tą pačią energiją. Taip yra todėl, kad tamprioji sklaida gali vykti ne tik per tarpinį branduolį, bet ir dėl krintančiųjų dalelių de Broilio bangų difrakcijos branduolio kraštuose (žr. 6.4.5 skyriaus pabaigą). Tačiau šiame skyriuje „tampriąja sklaida“ yra vadinama tik sklaida per tarpinį branduolį, t. y. vienas iš tarpinio branduolio skilimo kanalų.

6.8.2. *Rezonansinių reakcijų skerspjūvio išraiška*

Dabar išnagrinėsime rezonanso sąlygas šiek tiek tiksliau. Nagrinėsime vyksmą, kurio metu egzistuoja tik vienas tarpinio branduolio skilimo kanalas, kuris sutampa su įėjimo kanalu. Kitaip sakant, branduolio ir dalelės energijos nepasikeičia (masių centro sistemoje). Tai yra tamprioji sklaida. Be to, nagrinėsime atvejį, kai krintančioji dalelė yra mažos energijos neutronas, todėl galima teigti, kad su branduoliu sąveikauja tik s bangos. Šiuo atveju galima taikyti bendrąjį sąveikos skerspjūvių apskaičiavimo metodą, kuris buvo aprašytas 6.4.6 skyriuje. T. y. visų pirma reikia nustatyti bendrąjį neutrono banginės funkcijos pavidalą, kai neutronas yra branduolio viduje. Šiuo atveju netinka (6.4.41) artinys (kuris atitinka neutrono sugertį), nes pagal prielaidą neutronas tikrai išlekia iš branduolio turėdamas tą patį bangos skaičių k, kaip ir įlėkdamas į branduolį. Tai reiškia, kad neutrono banginės funkcijos išraiškoje turi būti ne tik įeinančioji banga, bet ir išeinančioji banga. Be to, kaip minėta 6.4.5 skyriuje, jeigu vienintelis sąveikos vyksmas yra tamprioji sklaida, tada išeinančiųjų bangų amplitudė yra tokio paties didumo, kaip ir įeinančiųjų bangų, – pasikeičia tik bangų fazė. Vadinasi, bendroji išraiška yra tokia:

$$u_v(r) \sim \mathrm{e}^{-\mathrm{i}Kr} + \mathrm{e}^{\mathrm{i}(Kr+2\xi)} \equiv 2e^{\mathrm{i}\xi}\cos(Kr+\xi) \equiv C\cos(Kr+\xi) \qquad (r \le R), \tag{6.8.9}$$

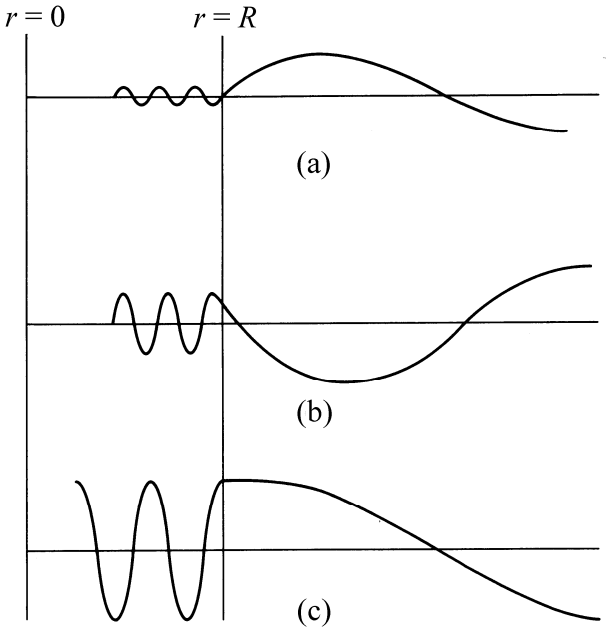
čia ξ yra tam tikras realus skaičius. Remiantis šia išraiška, galima suprasti rezonanso atsiradimą. Tai išplaukia iš banginės funkcijos tolydumo reikalavimo, kurį išreiškia (6.4.36a,b) lygybės. Iš s bangų bendrosios išraiškos (6.4.20a) ir iš funkcijos $u(r)$ apibrėžties (6.4.35) išplaukia, kad s bangų atveju

$$u_i(r) \sim A\sin(kr+\delta)\,. \tag{6.8.10}$$

Įrašę $u_v(r)$ ir $u_i(r)$ išraiškas (6.8.9) ir (6.8.10) į išvestinės tolydumo sąlygą (6.4.36b), gauname:

$$-KC\sin(KR+\xi) = kA\cos(kR+\delta)\,. \tag{6.8.11}$$

Kadangi dažniausiai sin ir cos yra dešimtųjų vieneto dalių eilės, tai iš (6.8.11) išplaukia, kad daugikliai prieš trigonometrines funkcijas abiejose šios lygybės pusėse turi būti vienodos didumo eilės. Iš k ir K išraiškų (6.4.42) ir (6.4.43) išplaukia, kad $k << K$. Todėl galima teigti, kad dažniausiai $|C| << |A|$, t. y. neutrono banginės funkcijos amplitudė branduolio viduje dažniausiai yra daug mažesnė už banginės funkcijos amplitudę branduolio išorėje. Turint omenyje statistinį banginės funkcijos aiškinimą, jos amplitudės mažumas reiškia, kad neutrono įsiskverbimo į branduolio vidų tikimybė yra maža, todėl ir tarpinio branduolio reakcijos skerspjūvis yra mažas. Šį atvejį atitinka 6.24a,b pav. Tačiau fazės pokytis ξ priklauso nuo neutrono energijos (galima įrodyti, kad reiškinys $KR + \xi$ yra didėjanti neutrono energijos funkcija). Kadangi kosinusas yra osciliuojanti funkcija, tai, didėjant neutrono energijai E, (6.8.9) funkcijos reikšmė ant branduolio paviršiaus kartais pasiekia maksimumą (nors ir ne periodiškai, nes $KR + \xi$ priklausomybė nuo E nėra tiesinė). Maksimumo taške kosinuso absoliučioji vertė lygi 1, o jo išvestinė r atžvilgiu lygi nuliui. Iš banginės funkcijos išvestinės tolydumo sąlygos (6.4.36b) išplaukia, kad tada ir išorinės banginės funkcijos (t. y. (6.8.10)) išvestinė



6.24 pav. (a) Kol dalelės energija yra toli nuo rezonansinės vertės, dalelės įsiskverbimo į branduolio vidų ($r < R$) tikimybė yra maža, nes iš banginės funkcijos glodumo taške $r = R$ sąlygos išplaukia, kad banginės funkcijos amplitudė branduolio viduje turi būti daug mažesnė už amplitudę išorėje. (b) Artėjant prie rezonanso, dalelės įsiskverbimo į branduolį tikimybė didėja. (c) Rezonanso atveju banginės funkcijos amplitudės branduolio viduje ir išorėje tampa lygios viena kitai ir skerspjūvis pasiekia maksimumą (iš [3])

ant branduolio paviršiaus turi būti lygi nuliui, t. y. ta funkcija taip pat yra maksimali (tada sinuso absoliučioji vertė taip pat lygi 1). Taigi, esant tokiai neutrono energijai, tolydumo sąlyga (6.4.36a) virsta lygybe $|C| = |A|$, t. y. labai padidėja neutrono įsiskverbimo į branduolį tikimybė. Šį atvejį atitinka 6.24c pav. Vadinasi, ties tam tikromis neutrono energijomis tarpinio branduolio reakcijos skerspjūvis turi labai padidėti. Tai ir yra rezonansas.

Ta pati išvada išplaukia ir iš s bangų sklaidos skerspjūvio bendrosios išraiškos (6.4.29). Matome, kad šis skerspjūvis yra didžiausias, kai $\eta = -1$ (turint omenyje, kad aptariamuoju atveju $|\eta| = 1$). Kadangi lėtųjų neutronų atveju $kR \ll 1$, tai η išraiškoje (6.4.40) kompleksinė eksponentinė funkcija yra labai artima 1 ir η yra lygus -1 tik tada, kai $f = 0$, t. y. kai funkcijos $u_\mathrm{v}(r)$ ir $u_\mathrm{i}(r)$ turi maksimumą taške $r = R$ (žr. parametro f išraiškas (6.4.37) ir (6.4.38)).

Taikant minėtąjį bendrąjį skerspjūvio apskaičiavimo metodą, kitas žingsnis yra logaritminės išvestinės f vertės ant branduolio paviršiaus apskaičiavimas. Įrašę funkcijos $u_\mathrm{v}(r)$ išraišką (6.8.9) į parametro f išraišką (6.4.38), gauname

$$f = -KR\,\mathrm{tg}(KR + \xi)\,. \tag{6.8.12}$$

Kaip minėta, rezonansus atitinka tokios neutrono energijos E_r, kai parametras f lygus nuliui:

$$KR\,\mathrm{tg}[K(E_\mathrm{r})R + \xi(E_\mathrm{r})] = 0\,. \tag{6.8.13}$$

Bendruoju atveju tokių energijų yra kelios. Pasirinkime kurią nors vieną iš jų. Esant mažam neutrono energijos nuokrypiui nuo E_r, funkcijos $f(E)$ vertė bus tiesiog proporcinga tam nuokrypiui (tai išplaukia iš tos funkcijos skleidinio Teiloro eilute taške $E = E_\mathrm{r}$, kuriame yra palikti tik nulinio ir pirmojo laipsnio dėmenys). Kadangi $f(E_\mathrm{r}) = 0$, tai nulinio laipsnio dėmuo lygus nuliui, vadinasi, arti rezonanso

$$f(E) = \left.\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}E}\right|_{E=E_\mathrm{r}} (E - E_\mathrm{r})\,. \tag{6.8.14}$$

Kadangi, kaip minėta, reiškinys $KR + \xi$ yra didėjanti neutrono energijos funkcija, tai f reikšmė (6.8.12) yra mažėjanti neutrono energijos funkcija (čia turima omenyje, kad daugiklis KR taip pat didėja didėjant neutrono energijai), t. y.

$$\left.\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}E}\right|_{E=E_\mathrm{r}} < 0\,. \tag{6.8.15}$$

Dabar apibrėžiame teigiamą konstantą

$$\Gamma \equiv -\frac{2kR}{(\mathrm{d}f/\mathrm{d}E)|_{E=E_r}}\,. \tag{6.8.16}$$

Iš čia

$$\left.\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}E}\right|_{E=E_\mathrm{r}} = -\frac{2kR}{\Gamma}\,. \tag{6.8.17}$$

Įrašius (6.8.17) į (6.8.14), gaunama tokia logaritminės išvestinės išraiška arti rezonanso:

$$f(E) = -\frac{2kR}{\Gamma}(E - E_\mathrm{r})\,. \tag{6.8.18}$$

Dabar sklaidos skerspjūvį išreikšime parametru f. Visų pirma atsižvelgiame į tai, kad yra aptariama mažos energijos neutronų sklaida, t. y.

$$kR \ll 1. \tag{6.8.19}$$

Tada bendrojoje parametro η išraiškoje (6.4.40) kompleksinę eksponentę galima pakeisti vienetu:

$$\eta \approx \frac{f + \mathrm{i}kR}{f - \mathrm{i}kR}\,. \tag{6.8.20}$$

Įrašę (6.8.20) į s bangų tampriosios sklaidos skerspjūvio išraišką (6.4.29), gauname

$$\sigma_{\mathrm{skl},0} = \frac{\pi}{k^2}\left|\frac{2\mathrm{i}kR}{f - \mathrm{i}kR}\right|^2 = \frac{\pi}{k^2}\frac{4(kR)^2}{f^2 + (kR)^2} \tag{6.8.21}$$

Įrašę funkcijos $f(E)$ išraišką (6.8.18) į pastarąjį reiškinį, gauname

$$\sigma_{\mathrm{skl},0} = \frac{\pi}{k^2}\frac{\Gamma^2}{(E - E_\mathrm{r})^2 + \frac{1}{4}\Gamma^2} \tag{6.8.22}$$

Ši funkcija yra gerai žinomos Lorenco funkcijos pavidalo (bendrasis jos pavidalas atitinka 6.7 pav.). Taigi, arti rezonanso tarpinio branduolio reakcijos skerspjūvio priklausomybė nuo energijos turi maksimumą, o parametras Γ yra to maksimumo plotis ties puse jo aukščio.

(6.8.22) formulė tinka tada, kai vienu metu galioja šios trys sąlygos: 1) sąveikauja tik s bangos; 2) abiejų sąveikaujančių dalelių sukiniai yra lygūs nuliui; 3) duotasis sąveikos vyksmas (tamprioji sklaida) yra vienintelis galimas. Nors pirmoji sąlyga tenkinama palyginti dažnai, tačiau kitos dvi sąlygos nėra realistiškos (pvz., neutrono sukinys yra 1/2, o kai neutrono energija yra maža, tada dažniausiai būna didelė spinduliuojamojo pagavimo tikimybė). Atsižvelgus į dalelių sukinius, skerspjūvio išraiškoje atsiranda papildomas daugiklis – vadinamasis statistinis faktorius (arba sukininis faktorius), kurio išraiška yra šitokia:

$$g(J) = \frac{2J+1}{(2s_{\mathrm{a}}+1)(2s_{\mathrm{X}}+1)}; \tag{6.8.23}$$

čia s_{a} ir s_{X} yra krintančiosios dalelės ir pirminio branduolio sukinio kvantiniai skaičiai, o J yra visos sistemos (branduolys ir krintančioji dalelė) pilnutinio judesio kiekio momento kvantinis skaičius. Galimos J vertės gaunamos pagal bendrąją judesio kiekio momentų sudėties taisyklę, turint omenyje, kad šiuo atveju sudedami *trys* judesio kiekio momentai: krintančiosios dalelės („a“) sukinio vektorius $\boldsymbol{L}_{s\mathrm{a}}$, pirminio branduolio sukinio vektorius $\boldsymbol{L}_{s\mathrm{X}}$, ir l-tosios dalinės bangos judesio kiekio momentas $\boldsymbol{L}_l$:

$$\boldsymbol{L}_J = \boldsymbol{L}_{s\mathrm{a}} + \boldsymbol{L}_{s\mathrm{X}} + \boldsymbol{L}_l; \tag{6.8.24}$$

Jeigu $s_{\mathrm{a}} = s_{\mathrm{X}} = 0$, tada $J = l$ ir $g = 2l + 1$.

Kitas pakeitimas yra susijęs su tuo, kad, be tampriosios sklaidos, gali egzistuoti ir kiti duotosios būsenos tarpinio branduolio (rezonanso) skilimo kanalai. Dydis Γ, kuris yra (6.8.22) trupmenos *vardiklyje*, lemia pilnutinę tarpinio branduolio gyvavimo trukmę rezonanso sąlygomis. Ši trukmė yra $\tau = \hbar / \Gamma$ (plg. su (5.3.60)). Jeigu tarpinis branduolys gali skilti keliais būdais, tada rezonanso plotis yra lygus sumai dalinių pločių, kurių kiekvienas atitinka tam tikrą skilimo kanalą (žr. (6.7.10)):

$$\Gamma = \sum_i \Gamma_i . \tag{6.8.25}$$

Tačiau daugiklis Γ^2, kuris yra (6.8.22) trupmenos *skaitiklyje*, atspindi tik duotosios konkrečios branduolinės reakcijos tikimybę, t. y. jis yra proporcingas tikimybei, kad duotosios būsenos tarpinis branduolys susidarys sąveikaujant duotosioms pirminėms dalelėms, ir tikimybei, kad jis skils susidarant duotosioms antrinėms dalelėms. Todėl bendruoju atveju vietoj to daugiklio reikia imti tokio pavidalo reiškinį: $\Gamma_\alpha \Gamma_\beta$; čia Γ_β yra skilimo kanalo „β“ (t. y. „Y + b“) plotis, o Γ_α yra įėjimo kanalo „α“, kitaip sakant, skilimo kanalo „a + X“ (tampriosios sklaidos) plotis. Taigi, bendruoju atveju vietoj (6.8.22) reikia rašyti tokią duotosios rūšies sąveikos (pvz., reakcijos arba tampriosios sklaidos) skerspjūvio išraišką:

$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{\pi}{k_\alpha^2} g(J) \frac{\Gamma_\alpha \Gamma_\beta}{(E - E_{\mathrm{r}})^2 + \Gamma^2/4} . \tag{6.8.26}$$

Tai yra vadinamoji ***Breito ir Vignerio formulė***. Čia indeksas „α“ prie bangos skaičiaus k parodo, kad turima omenyje bangos skaičiaus vertė, kuri atitinka įėjimo kanalą.

Įrašę (6.8.26) į (6.7.12), gauname tarpinio branduolio susiformavimo, esant duotoms pirminių dalelių rūšims ir energijoms, skerspjūvį σ_α arti rezonanso:

$$\sigma_\alpha(E) = \sigma_{\alpha\beta} \frac{\Gamma}{\Gamma_\beta} = \frac{\pi}{k^2} g(J) \frac{\Gamma_\alpha \Gamma}{(E - E_{\mathrm{r}})^2 + \Gamma^2/4} . \tag{6.8.27}$$

Įėjimo ir išėjimo kanalų pločiai Γ_α ir Γ_β, kurie įeina į reakcijos skerspjūvio išraišką (6.8.26), priklauso nuo atitinkamų tarpinio branduolio būsenų savybių. Kad reakcijos skerspjūvis būtų didelis, reikia, kad abu šie pločiai būtų dideli. Apskaičiuosime didžiausius galimus tampriosios sklaidos ir reakcijų (absorbcijos) skerspjūvius, kai $E = E_{\mathrm{r}}$, t. y. didžiausią galimą funkcijos $\sigma(E)$ maksimumo vertę. Tampriosios sklaidos skerspjūvis yra didžiausias tada, kai tamprioji sklaida yra vienintelis galimas vyksmas. Tada $\Gamma_\alpha = \Gamma_\beta = \Gamma$. Įrašę šias vertes į (6.8.26) arba (6.8.27) ir tarę, kad $E = E_{\mathrm{r}}$, o $g = 2l + 1$, gauname didžiausią galimą l-tosios dalinės sferinės bangos tampriosios sklaidos skerspjūvio vertę, kai krintančiosios dalelės ir taikinio sukiniai yra lygūs nuliui:

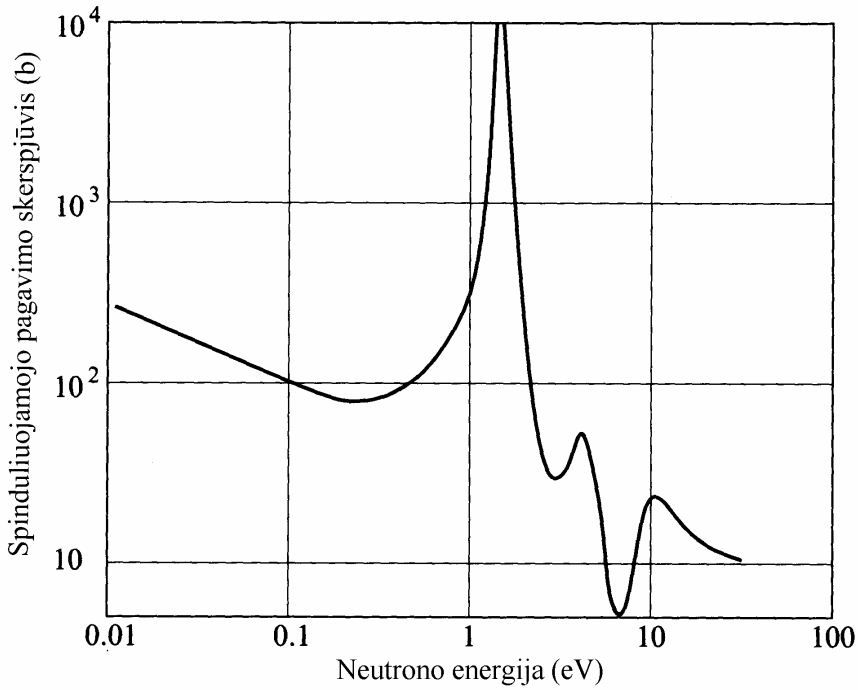
$$\sigma_{\alpha\alpha}(\max) = (2l+1)\frac{4\pi}{k_\alpha^2} \quad . \tag{6.8.28}$$

Apskaičiuojant pilnutinį reakcijų (t. y. duotojo banginio skaičiaus dalelės absorbcijos) skerspjūvį, reikia sudėti visų galimų sąveikos veiksmų, išskyrus tampriąją sklaidą, skerspjūvius. Vadinasi, šiuo atveju (6.8.26) trupmenos skaitiklyje vietoj sandaugos $\Gamma_\alpha\Gamma_\beta$ turi būti reiškinys $\Gamma_\alpha \sum_{\beta\neq\alpha} \Gamma_\beta \equiv \Gamma_\alpha(\Gamma - \Gamma_\alpha)$. Šis reiškinys yra didžiausias, kai $\Gamma_\alpha = \Gamma / 2$. Tada $\Gamma_\alpha(\Gamma - \Gamma_\alpha) = \Gamma^2 / 4$. Įrašę šią vertę į (6.8.26) trupmenos skaitiklį ir tarę, kad $E = E_r$, o $g = 2l + 1$, gauname didžiausią galimą l-tosios dalinės sferinės bangos absorbcijos skerspjūvį, kai krintančiosios dalelės ir taikinio sukiniai yra lygūs nuliui:

$$\sigma_l^{\text{abs}}(\max) = (2l+1)\frac{\pi}{k_\alpha^2} \, . \tag{6.8.29}$$

Ši vertė atitinka (6.4.13a) formulę, kuri gauta naudojant paprastą pusiau klasikinį bangų sugerties modelį.

Kaip pavyzdį, išnagrinėsime rezonansinę reakciją, kurią sukelia s būsenos neutronai ($l = 0$). Šiuo atveju tikimybė, kad iš tarpinio branduolio išlėks protonas arba kitas branduolys, yra maža, nes tam trukdo Kulono potencialo barjeras. Todėl pagrindiniai du tarpinio branduolio skilimo kanalai yra neutrono emisija (tamprioji sklaida) ir gama kvanto emisija (pastarasis vyksmas atitinka spinduliuojamąjį neutrono pagavimą). Tų dviejų skilimo kanalų pločius žymėsime atitinkamai Γ_n ir Γ_γ. Iš Breito ir Vignerio formulės (6.8.26) išplaukia, kad matuojamasis rezonanso plotis visada yra lygus pilnutiniam tarpinio branduolio susiformavimo pločiui Γ, nepriklausomai nuo to, kurį skilimo kanalą atitinka matuojamas skerspjūvis. Tačiau, išmatavus reakcijos, atitinkančios *vieną* skilimo kanalą, didžiausią skerspjūvį bei rezonanso plotį Γ, galima nustatyti ir *abiejų* skilimo kanalų pločius. Taip yra todėl, kad skilimo kanalo plotis yra $\sigma_{\alpha\beta}$ išraiškos skaitiklyje (žr. (6.8.26)) ir kartu jis įeina į pilnutinį rezonanso plotį Γ (kuris yra skerspjūvio išraiškos vardiklyje) kaip vienas iš dėmenų. Išsiaiškinsime, kaip galima nustatyti Γ_n ir Γ_γ pločius išmatavus spinduliuojamojo neutrono pagavimo skerspjūvį. Pvz., 6.25 pav. pateikta spinduliuojamojo neutrono pagavimo reakcijos, kuri vyksta apšaudant indžio-115 branduolius neutronais, skerspjūvio priklausomybė nuo neutrono energijos E. Matomas rezonansas, kai $E = E_r =$ $=1{,}46$ eV. Atitinkama skerspjūvio vertė yra 38100 b. Jo teorinė išraiška gaunama iš (6.8.26), kai $E=E_r$:



6.25 pav. ^{115}In branduolių neutronų spinduliuojamojo pagavimo skerspjūvio priklausomybė nuo neutrono energijos. Matomas rezonansas ties 1,46 eV

$$\sigma_{n\gamma} = \frac{\pi}{k_n^2} g(J) \frac{\Gamma_n \Gamma_\gamma}{\Gamma^2/4} \quad . \tag{6.8.30}$$

Yra žinoma, kad neutrono sukinys yra 1/2, o ^{115}In branduolio pagrindinės būsenos sukinys yra 9/2. Turint omenyje, kad $l = 0$, pilnutinio judesio kiekio momento kvantinis skaičius J gali būti lygus 9/2 ± 1/2, t. y. 4 arba 5 (žr. (6.8.24)). Yra žinoma, kad šis rezonansas atitinka $J = 5$. Atitinkama statistinio faktoriaus (6.8.23) reikšmė yra $g = 11 / (2 \cdot 10) = 11/20$. 1,46 eV energijos neutrono bangos skaičius yra maždaug $2{,}7 \cdot 10^{-4}$ fm^{-1}, todėl $\pi / k_n^2 = 4{,}4 \cdot 10^5$ b . Įrašius šias vertes į (6.8.30) ir išreiškus santykį $\Gamma_n \Gamma_\gamma / \Gamma^2$, gaunama vertė 0,039. Kadangi yra žinoma, kad pilnutinis šio rezonanso plotis yra $\Gamma = 0{,}075$ eV, o $\Gamma_\gamma = \Gamma - \Gamma_n$, tai gauname šią lygtį dydžio Γ_n atžvilgiu:

$$\Gamma_n (0{,}075\,\text{eV} - \Gamma_n) = 0{,}039 \cdot (0{,}075\,\text{eV})^2 = 0{,}000219\,\text{eV}^2$$

arba

$$\Gamma_n^2 - 0{,}075\Gamma_n + 0{,}000219 = 0$$

Tai yra kvadratinė lygtis, kurios sprendinys yra

$$\Gamma_n = \frac{0{,}075}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{0{,}075}{2}\right)^2 - 0{,}000219}\,,$$

t. y. 0,072 eV arba 0,003 eV. Kad nustatyti, kuri iš šių verčių yra teisinga, reikia žinoti, kuris iš dviejų pločių – Γ_n ar Γ_γ – yra didesnis. Toks vyksmas, kai visą branduolio sužadinimo energiją gauna vienas neutronas, yra mažai tikėtinas, todėl didesnė yra gama spinduliavimo tikimybė. Vadinasi, $\Gamma_n = 0{,}003$ eV, $\Gamma_\gamma = 0{,}072$ eV.

Pilnutinio pločio vertė 0,075 eV pagal (6.7.8a) reiškia, kad vidutinė tarpinio branduolio gyvavimo trukmė yra maždaug 10^{-14} s. Šis laikas yra daug didesnis už laiką, per kurį 1,46 eV energijos neutronas nueina atstumą, lygų branduolio skersmeniui. Šis rezultatas patvirtina anksčiau minėtą visų tarpinio branduolio reakcijų ypatybę (palyginti ilga tarpinio branduolio gyvavimo trukmė).

6.9. Mažos energijos neutronų sukeltos dalijimosi reakcijos

Viena praktiškai svarbi tarpinio branduolio reakcijų rūšis yra kai kurių sunkiųjų branduolių dalijimasis dėl sąveikos su mažos energijos (šiluminiais) neutronais. Ši reakcija yra ypač svarbi dėl to, kad ji panaudojama pramoniniuose branduoliniuose reaktoriuose. Tarpinis branduolys gali skilti išspinduliuodamas neutroną, gama kvantą arba dėl dalijimosi. Kaip matėme ankstesniame pavyzdyje, sugėrus mažos energijos neutroną, neutrono emisijos plotis Γ_n yra daug mažesnis už fotono emisijos plotį Γ_γ, todėl praktiškai užtenka atsižvelgti tik į γ ir dalijimosi kanalus.

Kai branduolys sugeria mažos energijos neutroną, branduolio sužadinimo energija E^* yra labai artima neutrono ryšio energijai. Kad tarpinio branduolio dalijimosi tikimybė būtų žymi, reikia, kad ši energija viršytų dalijimosi aktyvacijos energiją (žr. 2.4 pav.). Priešingu atveju dalijimosi tikimybė labai sumažėja, nes skeveldrų tuneliavimo pro barjerą tikimybė yra maža net ir tada, kai barjero aukštis yra palyginti mažas (1 MeV eilės). Taip yra todėl, kad šiuo atveju skeveldros yra palyginti didelės masės, o potencialo barjero skaidris sparčiai mažėja didėjant dalelės masei (žr. skaidrio išraišką (5.1.6)).

6.1 lentelėje yra pateiktos kai kurių sunkiųjų branduolių neutrono ryšio energijos, dalijimosi aktyvacijos energijos ir dalijimosi skerspjūvio vertės (šios skerspjūvių vertės atitinka šiluminės energijos krintančiuosius neutronus). Reikia turėti omenyje, kad vertės, kurios pateiktos antrajame ir trečiajame stulpeliuose, atitinka tarpinius branduolius, t. y. branduolius, kurie susidaro, kai pirmajame stulpelyje nurodytas branduolys prisijungia neutroną. Pvz., trečioji lentelės eilutė atitinka reakciją n + ^{235}U → ^{236}U* → dalijimasis. Ryšio energija ir aktyvacijos energija atitinka ^{236}U, o skerspjūvis atitinka dalijimosi reakciją, kai ^{235}U yra apšaudomas šiluminiais neutronais.

Nors visų šių branduolių aktyvacijos energijos yra panašios, tačiau trys iš jų dalijasi pagavę šiluminį neutroną, o kiti du – ne. Nesidalijantys branduoliai yra toris-232 ir uranas-238. Matome, kad šių dviejų branduolių papildomo neutrono ryšio energija yra žymiai mažesnė negu kitų trijų branduolių ir mažesnė už dalijimosi aktyvacijos energiją. Neutrono ryšio energija tarpiniame branduolyje priklauso nuo to, ar tarpinio branduolio neutronų skaičius N yra lyginis, ar ne. Taip yra dėl porų dėmens Veiczekerio formulėje (2.2.7), kuri išreiškia branduolio ryšio energiją. Tas dėmuo yra tokio pavidalo:

$$C = \begin{cases} +\Delta & \text{jeigu } Z \text{ ir } N \text{ lyginiai,} \\ 0 & \text{jeigu } A \text{ nelyginis,} \\ -\Delta & \text{jeigu } Z \text{ ir } N \text{ nelyginiai.} \end{cases}$$

Matome, kad lyginių-lyginių branduolių ryšio energija yra didesnė, negu branduolių, kurių masės skaičius A yra nelyginis. Du minėtieji branduoliai, kurie nesidalija ($^{232}_{90}\mathrm{Th}$ ir $^{238}_{92}\mathrm{U}$) yra lyginiai-lyginiai. Kai jie pagauna neutroną, jų A tampa nelyginis, todėl neutrono ryšio energija sumažėja. Kitų trijų minėtų branduolių krūvio skaičius Z yra lyginis (urano $Z = 92$, plutonio $Z = 94$), o neutronų skaičius nelyginis. Todėl, kai jie pagauna neutroną, jie tampa lyginiais-lyginiais branduoliais, todėl neutrono ryšio energija padidėja ir tampa didesnė už aktyvacijos energiją. Todėl, kai šie branduoliai pagauna neutroną, yra didelė branduolio dalijimosi tikimybė.

6.1 lentelė. Kelių sunkiųjų nuklidų papildomojo neutrono ryšio energijos, dalijimosi aktyvacijos energijos ir dalijimosi reakcijos pagaunant šiluminius neutronus skerspjūvio vertės

Branduolys	Ryšio energija (MeV)	Aktyvacijos energija (MeV)	Dalijimosi skerspjūvis (b)
$^{232}_{90}\mathrm{Th}$	4,8	6,7	$< 10^{-6}$
$^{233}_{92}\mathrm{U}$	6,8	5,85	530
$^{235}_{92}\mathrm{U}$	6,5	5,9	579
$^{238}_{92}\mathrm{U}$	4,8	5,8	$2{,}7 \cdot 10^{-6}$
$^{239}_{94}\mathrm{Pu}$	6,5	6,3	742

7. Jonizuojančiosios spinduliuotės sąveika su medžiaga

7.1. Įvadas

Branduolių spinduliuotę sudaro didelės energijos elektringosios dalelės, neutronai arba fotonai. Tos spinduliuotės sąveika su medžiaga yra visų branduolio fizikos taikymų pagrindas – detektorių veikimas, medžiagų modifikavimas, medžiagų sudėties analizė, radiacinė terapija ir t. t. Branduolių spinduliuotė gali pažeisti medžiagas, ypač gyvuosius audinius, todėl ji yra pavojinga. Tačiau dėl tos pačios priežasties branduolių spinduliuotę lengva detektuoti ir kontroliuoti. Spinduliuotės poveikis medžiagai labai priklauso nuo spinduliuotės intensyvumo, jos dalelių rūšies bei energijos ir nuo sugeriančios medžiagos prigimties.

Šiame skyriuje bus aprašyta visų branduolinės spinduliuotės rūšių (elektringųjų dalelių, fotonų ir neutronų) sąveika su medžiaga. Nepriklausomai nuo krintančiosios spinduliuotės rūšies, jos sąveika su medžiaga visada vyksta dėl elektringųjų dalelių, kurios arba sudaro pačią krintančiąją spinduliuotę, arba yra sukuriamos jai sąveikaujant su medžiaga, arba yra išlaisvinamos iš tos medžiagos. Jeigu krintančiosios dalelės neturi elektros krūvio (fotonai arba neutronai), tada visų pirma tų dalelių energija arba jos dalis yra perduodama elektringosioms dalelėms, o paskui tos dalelės sąveikauja su medžiaga. Visi efektai, kuriuos galima išmatuoti, atsiranda dėl pastarosios sąveikos, t. y. dėl elektringųjų dalelių. Todėl šį aptarimą pradėsime nuo elektringųjų dalelių. Visų pirma aprašysime sunkiųjų elektringųjų dalelių (pvz., protonų ir α dalelių) sąveiką su medžiaga, o paskui – elektronų sąveiką su medžiaga.

7.2. Sunkiųjų elektringųjų dalelių sąveika su medžiaga

Sunkiosios elektringosios dalelės – tai atomų branduoliai ir jonai, t. y. atomai, netekę vieno arba daugiau elektronų (taigi, branduolius taip pat galima vadinti „jonais“). Didelės energijos elektringoji dalelė netenka energijos dėl to, kad jos elektros krūvis sukuria elektrinį lauką, kuris veikia visus atomus, kurie pasitaiko tos dalelės kelyje. Dažniausiai didžioji energijos dalis perduodama medžiagos elektronams (jie išlekia iš atomų arba peršoka į aukštesnius atominius energijos lygmenis). Iš energijos ir impulso tvermės dėsnių išplaukia, kad energija, kurią tas laukas suteikia medžiagos atomų branduoliams, yra daug mažesnė už energiją, kuri perduodama elektronams, nes branduolio masė yra daug didesnė už elektrono masę. Be to, sąveikos su branduoliais skerspjūvis dažniausiai būna palyginti mažas (išskyrus ypač didelių energijų atvejį). Taigi, jonų susidūrimai su atomų branduoliais turi palyginti mažą įtaką energijos nuostoliams.

Kai nereliatyvistinė dalelė, kurios kinetinė energija E, o masė M, susiduria su elektronu, kurio masė m ir kuris iš pradžių nejuda, tada didžiausia galima to elektrono įgyta kinetinė energija yra tada, kai smūgis yra centrinis, ir šiuo atveju ji yra lygi

$$\Delta E_{\max} = E\frac{4m_{\mathrm{e}}}{M} = 2m_{\mathrm{e}}\upsilon^2 , \qquad (7.2.1)$$

čia υ yra krintančiosios dalelės greitis. Jeigu $M >> m_{\mathrm{e}}$, tada $\Delta E << E$. Pvz., jeigu krintančioji dalelė yra 4 MeV energijos α dalelė, tada $\Delta E_{\max} \approx 2{,}2$ keV. Bendruoju atveju krintančiosios dalelės energijos sumažėjimas dėl vieno susidūrimo su elektronu bus daug mažesnis už šią vertę. Tačiau net ir ši didžiausioji energija yra daug mažesnė už pradinę dalelės energiją E, todėl reikia daug susidūrimų, kol krintantysis jonas sustos. Ši sąveika su elektronais turi labai mažą įtaką sunkiosios dalelės judėjimo krypčiai, todėl ji juda beveik tiesiai viso lėtėjimo metu. Dalelės ***siekis*** (arba ***ilginis siekis***) – tai kelias, kurį dalelė nueina medžiagoje iki visos kinetinės energijos netekimo. Jis priklauso nuo dalelės energijos, masės, krūvio ir medžiagos savybių.

Judėdama medžiagoje, dalelė jonizuoja ir sužadina daug atomų. Didelės energijos elektronai, kuriuos dalelė išlaisvina iš medžiagos atomų (vadinamieji ***delta spinduliai***), patys jonizuoja kitus atomus, t. y. sukuria dar daugiau laisvų elektronų. Viso šio vyksmo pasekmė yra jonizuotų ir sužadintų atomų ir molekulių „juosta“ išilgai krintančiosios dalelės trajektorija. Šis medžiagos atomų ir molekulių jonizavimas yra naudojamas detektuojant elektringąsias daleles.

7.2.1. *Betės formulė*

Vidutinis krintančiosios dalelės energijos sumažėjimas, kai ta dalelė nueina vienetinį kelią medžiagoje, yra vadinamas medžiagos ***ilgine stabdymo geba***. Šį dydį žymėsime „–dE / dx“. Kadangi dalelės energija E mažėja didėjant jos keliui medžiagoje, tai energijos išvestinė dE / dx yra neigiama, o ilginė stabdymo geba (–dE / dx) yra teigiama. Išvesime elektringųjų dalelių ilginės stabdymo gebos išraišką, remdamiesi klasikiniu sąveikos modeliu. Laikysime, kad dalelė netenka energijos todėl, kad ją perduoda medžiagos elektronams: judant dalelei pro atomą, ji nuolat veikia to atomo elektronus toliasieke Kulono jėga ir todėl tuos elektronus įgreitina, t. y. suteikia jiems kinetinę energiją ir tuo pačiu netenka tokio paties energijos kiekio. [Šis energijos nuostolių mechanizmas yra pagrindinis tada, kai su medžiaga sąveikauja sunkiosios elektringosios dalelės, kurių energija yra šimtų megaelektronvoltų eilės arba mažesnė, arba kai su medžiaga sąveikauja elektronai, kurių energija yra kelių megaelektronvoltų eilės arba mažesnė.] Klasikinis sąveikos modelis remiasi šiomis trimis prielaidomis:

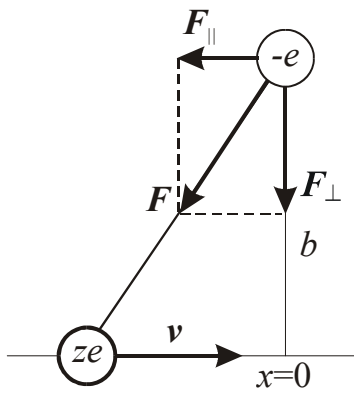
1. Krintančiosios dalelės ir medžiagos elektrono sąveiką galima aprašyti klasikinės mechanikos metodais (klasikiniai metodai tinka, jeigu dalelės kinetinė energija yra pakankamai didelė).
2. Apskaičiuojant krintančiosios dalelės energijos nuostolius, elektronus galima laikyti laisvais (nors iš tikrųjų jie priklauso atomams).
3. Sąveikos trukmė yra tokia maža, kad jos metu medžiagos elektronas praktiškai nepasislenka iš vietos.

x ašį nukreipsime krintančiosios dalelės judėjimo kryptimi, o koordinatės atskaitos tašku laikysime tašką, kuriame dalelė labiausiai suartėja su elektronu (žr. 7.1 pav.). Pralėkdama pro nejudantį elektroną, krintančioji dalelė nuolat veikia jį Kulono jėga $\boldsymbol{F}$, kuri nukreipta išilgai daleles jungiančios tiesės (žr. 7.1 pav.). Šios jėgos modulis lygus

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{ze^2}{x^2 + b^2}; \qquad (7.2.2)$$

čia z yra krintančiosios dalelės krūvis elementariojo krūvio e vienetais, o b yra atstumas tarp elektrono ir tiesės, kuriai priklauso krintančiosios dalelės pradinio greičio vektorius (šis atstumas vadinamas ***smūgio parametru***). Sąveikos metu elektronui perduotas pilnutinis judesio kiekis yra lygus

$$\boldsymbol{p} = \int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{F} \mathrm{d}t\,. \qquad (7.2.3)$$



7.1 pav. Atomo jonizavimo sunkiosios elektringosios dalelės elektriniu lauku klasikinis modelis. ze – krintančiosios dalelės krūvis, $-e$ – atomo elektrono krūvis

Jėgos vektorių $\boldsymbol{F}$ galima išskaidyti į lygiagrečiąją komponentę $\boldsymbol{F}_{\parallel}$ ir statmenąją komponentę $\boldsymbol{F}_{\perp}$ (žr. 7.1 pav.). Kadangi sunkiósios dalelės greitis sąveikos metu beveik nepakinta, o „apšaudomasis“ elektronas sąveikos metu beveik nepasislenka iš vietos, tai lygiagrečiosios komponentės integralas laiko atžvilgiu lygus nuliui:

$$\int_{-\infty}^{\infty} F_{\parallel} \mathrm{d}t = 0\,. \qquad (7.2.4)$$

Taip yra todėl, kad šio integralo vertės dalelių suartėjimo metu ($t < 0$) ir dalelių nutolimo metu ($t > 0$) kompensuoja viena kitą. Vadinasi, judesio kiekis, kurį gauna elektronas, yra statmenas krintančiosios dalelės trajektorijai ir lygus

$$p = \int_{-\infty}^{\infty} F_{\perp} \mathrm{d}t\,. \qquad (7.2.5)$$

Pasinaudojus dalelės greičio υ pastovumu, galima pereiti nuo integravimo laiko t atžvilgiu prie integravimo koordinatės $x = \upsilon\, t$ atžvilgiu:

$$p = \frac{1}{\upsilon} \int_{-\infty}^{\infty} F_{\perp} \mathrm{d}x\,. \qquad (7.2.6)$$

Apskaičiavę šį integralą, gauname:

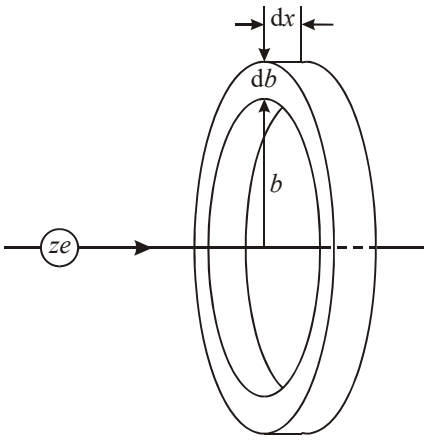
$$p = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{ze^2}{b\upsilon}. \tag{7.2.7}$$

Energija, kurią gavo elektronas (t. y. krintančiosios dalelės energijos nuostoliai sąveikos metu) yra lygi

$$\Delta E = \frac{p^2}{2m_e} = \frac{1}{8\pi^2\varepsilon_0^2}\frac{z^2e^4}{m_e\upsilon^2 b^2}. \tag{7.2.8}$$

Dalelės energijos nuostoliai dėl sąveikos su medžiagos elektronais, esančiais žiediniame b spindulio, db pločio ir dx storio sluoksnyje aplink dalelės trajektoriją (žr. 7.2 pav.), yra lygūs (7.2.8) reiškinio ir elektronų skaičiaus šiame sluoksnyje sandaugai. Šis elektronų skaičius lygus elektronų koncentracijos n ir šio sluoksnio tūrio $2\pi b\cdot \mathrm{d}b\cdot \mathrm{d}x$ sandaugai. Norint apskaičiuoti jonizacinę ilginę stabdymo gebą, reikia sudėti visų tokių „žiedų“, sudarančių dx storio medžiagos sluoksnį, poveikius ir gautąją sumą padalyti iš sluoksnio storio dx. T. y. jonizacinė ilginė stabdymo geba yra lygi integralui

$$-\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} = \int_{b_{\min}}^{b_{\max}} \frac{p_e^2}{2m_e} n 2\pi b \mathrm{d}b. \tag{7.2.9}$$



7.2 pav. Tūrio elementas integruojant dalelės energijos nuostolius sluoksnio tūriu

Įrašę (7.2.8) reiškinį į (7.2.9) integralą, matome:

$$-\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0^2}\frac{z^2e^4 n}{m_e\upsilon^2}\ln\frac{b_{\max}}{b_{\min}}. \tag{7.2.10}$$

Apskaičiuojant santykį $b_{\max}/b_{\min}$, kuris įeina į (7.2.10), galima pasinaudoti tuo, kad, kaip išplaukia iš (7.2.8), krintančiosios dalelės energijos nuostoliai vieno susidūrimo metu yra atvirkščiai proporcingi atstumo b kvadratui. Kitaip sakant, atstumas b yra atvirkščiai proporcingas šakniai iš energijos nuostolių:

$$b \sim \frac{1}{\sqrt{\Delta E}}. \tag{7.2.11}$$

Krintantysis jonas negali priartėti prie medžiagos elektrono atstumu, kuris mažesnis už atstumą, atitinkantį didžiausią galimą energijos perdavą, kurią nusako (7.2.1) reiškinys. Taigi, šis reiškinys lemia (7.2.9) integralo apatinį rėžį $b_{\min}$. Todėl didžiausiojo ir mažiausiojo atstumų santykio logaritmą, kuris įeina į (7.2.10), galima išreikšti didžiausių ir mažiausių energijos nuostolių santykio logaritmu:

$$\ln\frac{b_{\max}}{b_{\min}} = \ln\frac{\sqrt{\Delta E_{\max}}}{\sqrt{\Delta E_{\min}}} = \frac{1}{2}\ln\frac{\Delta E_{\max}}{\Delta E_{\min}}. \tag{7.2.12}$$

Nereliatyvistiniame artinyje didžiausioji energija $\Delta E_{\max}$, kurią gali įgyti išlaisvintasis iš atomo elektronas, yra išreiškiama (7.2.1) reiškiniu. Apskaičiuojant mažiausiąją energiją $\Delta E_{\min}$, reikia atsižvelgti į tai, kad elektronas priklauso atomui. Didėjant smūgio parametrui b, energijos perdava mažėja ir galų gale tampa tos pačios eilės kaip elektrono ryšio energija. Esant dar didesniems b, perduotas impulsas tampa pernelyg mažas, kad atomas būtų jonizuotas arba sužadintas. Tarkime, yra vienoda tikimybė, kad dalelė sąveikaus su bet kuriuo elektronų sluoksniu (ir su vidiniais elektronais, ir su valentiniais elektronais). Tada mažiausioji energija, kurią gali prarasti dalelė, sužadindama arba jonizuodama atomą, yra apytiksliai lygi atomo elektrono vidutinei sužadinimo energijai $\overline{I}$:

$$\Delta E_{\min} = \overline{I}. \tag{7.2.13}$$

Todėl

$$\ln\frac{b_{\max}}{b_{\min}} = \frac{1}{2}\ln\frac{2m_e\upsilon^2}{\overline{I}}. \tag{7.2.14}$$

Įrašę (7.2.14) į (7.2.10), gauname šią ilginės jonizacinės stabdymo gebos išraišką:

$$-\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0^2}\frac{z^2e^4 n}{m_e\upsilon^2}\ln\frac{2m_e\upsilon^2}{\overline{I}}. \tag{7.2.15}$$

Toks skaičiavimo būdas yra apytikslis, nes, apskaičiuojant $b_{\min}$ ir $b_{\max}$ vertes, buvo remiamasi tik (7.2.11) proporcingumo sąryšiu. Remiantis tuo sąryšiu, yra gaunamos prieštaringos išvados: pvz., pagal klasikinį modelį medžiagos elektrono energijos vertė $\Delta E = \Delta E_{\max}$ yra pasiekiama tik tada, kai smūgis centrinis ($b = 0$), tačiau pagal (7.2.11) sąryšį yra gaunama baigtinė vertė $b_{\min}$. Lygybė (7.2.13) taip pat yra netiksli: energija, kurią įgyja medžiagos elektronas vieno sąveikos įvykio metu, gali būti ir mažesnė už vidutinę atomo elektrono sužadinimo energiją $\overline{I}$. Tikslesnė ilginės stabdymo gebos išraiška yra gaunama taikant kvantinės mechanikos dėsnius ir atsižvelgiant į į reliatyvistines pataisas. Tą išraišką 1930 m. išvedė vokiečių fizikas Hansas Betė (*Bethe*):

$$-\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0^2}\frac{z^2e^4n}{m_e\upsilon^2}\left\{\ln\frac{2m_e\upsilon^2}{\overline{I}(1-\beta^2)} - \beta^2\right\}, \tag{7.2.16}$$

čia β yra santykinis greitis:

$$\beta = \frac{\upsilon}{c}. \tag{7.2.17}$$

Jeigu $2m_e\upsilon^2 < \overline{I}$, tada pagal (7.2.16) formulę gaunamas neturintis fizikinės prasmės rezultatas – neigiama stabdymo geba. Taip yra todėl, kad (7.2.16) formulės išvedimas remiasi prielaida, kad sąveikos metu visi atomo elektronai (ir vidinių sluoksnių, ir valentiniai) yra lygiaverčiai ir nepriklausomi ir kad kiekvieno elektrono energijos spektras yra tolydus. Iš tikro elektrono energijos spektras yra diskretus: tarp pagrindinio energijos lygmens ir pirmojo sužadintojo lygmens egzistuoja baigtinio dydžio energijos intervalas. Kai ΔE vertė, apskaičiuota pagal (7.2.8) formulę, tampa mažesnė už minėtojo energijos intervalo vertę, tada atomo sužadinimas tampa negalimas. Taigi, Betės formulę (7.2.16) galima taikyti tik kai $2m_e\upsilon^2 > \overline{I}$. Praktiškai (7.2.16) formulė galioja pakankamai tiksliai, kai dalelės greitis υ yra didesnis už 10^7 m/s. Tai atitinka 300 eV energijos elektronus arba 2 MeV energijos α daleles.

Akivaizdu, kad nereliatyvistiniu atveju, kai $\beta << 1$ (t. y. kai dalelės greitis yra daug mažesnis už šviesos greitį), (7.2.16) formulė tampa labai panaši į apytikslę formulę (7.2.15): skiriasi tik pastovus koeficientas prieš logaritmą. (7.2.16) formulėje tas koeficientas yra du kartus didesnis, negu (7.2.15) formulėje. Norint gauti teisingą nereliatyvistinę jonizacinės ilginės stabdymo gebos išraišką ankstesniuoju būdu (t. y. remiantis (7.2.12) sąryšiu), reikia vietoj $\Delta E_{\min}$ išraiškos (7.2.13) naudoti tokią išraišką:

$$\Delta E_{\min} = \frac{\overline{I}^2}{2m_e\upsilon^2} = \overline{I}\left(\frac{\overline{I}}{2m_e\upsilon^2}\right). \tag{7.2.18}$$

Kadangi $\overline{I}/2m_e\upsilon^2 < 1$, tai iš (7.2.18) išplaukia, kad mažiausioji galima energijos perdava $\Delta E_{\min}$ yra mažesnė už vidutinę sužadinimo energiją $\overline{I}$ ir yra atvirkščiai proporcinga krintančiosios dalelės greičio kvadratui. Taigi, tiksliau analizuojant energijos perdavą, reikia tarti, kad didžiausioji smūgio parametro reikšmė $b_{\max}$ (kuri yra proporcinga $1/\sqrt{\Delta E_{\min}}$) yra didesnė už vertę, naudotą išvedant apytikslę stabdymo gebos išraišką (7.2.15), ir kad $b_{\max}$ yra tiesiog proporcingas krintančiosios dalelės greičiui υ:

$$b_{\max} \sim \upsilon.$$

Šį teiginį galima paaiškinti remiantis pusiau klasikine Boro atomo teorija. Pagal tą teoriją elektronai sukasi aplink branduolį tam tikru dažniu. Elektrono energijos pokytis yra susijęs su tuo, kad pakinta jo orbitos spindulys: didesnė energija atitinka didesnį spindulį. Jeigu pro atomą pralekia teigiamo krūvio dalelė (kuri traukia elektroną link savęs), tada, labai supaprastintai aiškinant, galima sakyti, kad elektrono orbitos spindulys didėja tik tuo atveju, jeigu jis yra tarp branduolio ir tos dalelės. Jeigu per sąveikos laiką elektronas atsiduria priešingoje branduolio pusėje, tada ta pati jėga sumažina elektrono spindulį ir elektronas lieka tame pačiame energijos lygmenyje (to paties spindulio orbitoje). Vadinasi, kad išorinis elektrinis laukas, atsiradęs dėl pralekiančios dalelės elektros krūvio, galėtų padidinti elektrono energiją, tas laukas turi egzistuoti pakankamai trumpai. Tiksliau, sąveikos trukmė τ turi būti daug mažesnė už vidutinį elektrono sukimosi aplink branduolį periodą:

$$\tau << 1/\overline{\nu} = h/\overline{I}, \tag{7.2.19}$$

čia $\bar{\nu}$ yra vidutinis apsisukimų dažnis, o h yra Planko konstanta. Didžiausia sąveikos trukmė $\tau_{\max}$ turi būti apibrėžiama šitaip:

$$\tau_{\max} = \hbar / \bar{I} \tag{7.2.20}$$

(čia šis teiginys pateikiamas be įrodymo, tačiau akivaizdu, kad visos τ vertės, kurios atitinka nelygybę $\tau < \tau_{\max}$, tuo pačiu atitinka ir stiprią nelygybę (7.2.19), nes mažoji Planko konstanta $\hbar$ yra maždaug 6 kartus mažesnė negu Planko konstanta h). Antra vertus, kai krintančiosios dalelės greitis nėra reliatyvistinis, tada sąveikos trukmė τ yra apytiksliai lygi smūgio parametro b ir dalelės greičio υ santykiui:

$$\tau \approx b/\upsilon. \tag{7.2.21}$$

$b_{\max}$ vertė apytiksliai atitinka sąlygą $\tau = \tau_{\max}$. Vadinasi,

$$b_{\max} = \tau_{\max}\upsilon = \frac{\hbar\upsilon}{\bar{I}}, \tag{7.2.22}$$

t. y. $b_{\max} \sim \upsilon$, ką ir reikėjo įrodyti.

Remiantis kvantinės mechanikos dėsniais, galima gauti ir $b_{\min}$ vertę. Tam reikia pasinaudoti Heizenbergo neapibrėžtumų sąryšiu, kuris teigia, kad dalelės koordinatės x ir atitinkamos judesio kiekio komponentės p_x neapibrėžtumų sandauga negali būti mažesnė negu $\hbar$ / 2:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}.$$

Iš šios nelygybės išplaukia klasikinio mažiausiojo atstumo tarp elektrono ir krintančiosios dalelės išraiška. Tam reikia į pastarąją nelygybę vietoj Δx įrašyti smūgio parametrą b, o vietoj Δp_x įrašyti krintančiosios dalelės ir elektrono pilnutinį judesio kiekį jų masės centro atskaitos sistemoje:

$$b_{\min} = \frac{\hbar}{2p_{\mathrm{mc}}},$$

Masės centro sistemoje pilnutinis dviejų dalelių judesio kiekis yra lygus jų redukuotosios masės $m_e M / (m_e + M)$ ir jų greičio viena kitos atžvilgiu sandaugai. Kadangi tariame, kad laboratorinėje atskaitos sistemoje elektronas nejuda, tai pastarasis greitis yra lygus krintančiosios dalelės greičui υ. Kadangi $m_e << M$, tai redukuotoji masė yra apytiksliai lygi elektrono masei m_e. Vadinasi, $p_{\mathrm{mc}} \approx m_e\upsilon$ ir

$$b_{\min} = \frac{\hbar}{2m_e\upsilon}. \tag{7.2.23}$$

Iš (7.2.22) ir (7.2.23) išplaukia, kad

$$\ln\frac{b_{\max}}{b_{\min}} = \ln\frac{2m_e\upsilon^2}{\bar{I}}. \tag{7.2.24}$$

Taigi, reiškinio ln ($b_{\max}$ / $b_{\min}$) reikšmė yra du kartus didesnė negu taikant ankstesnį išvedimo metodą (plg. su (7.2.14)). Atitinkamai ir stabdymo geba, kuri gaunama įrašius (7.2.24) į (7.2.10), yra du kartus didesnė:

$$-\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0^2}\frac{z^2e^4n}{m_e\upsilon^2}\ln\frac{2m_e\upsilon^2}{\bar{I}} \tag{7.2.25}$$

(plg. su (7.2.15)). Šis reiškinys – tai Betės formulės (7.2.16) atskiras atvejis, atitinkantis sąlygą $\beta << 1$ (t. y. krintančiosios dalelės greitis yra daug mažesnis už šviesos greitį).

Iš (7.2.16) išplaukia, kad ilginė stabdymo geba yra proporcinga elektronų koncentracijai n. Tą koncentraciją galima išreikšti šitaip:

$$n = \frac{Z\rho N_A}{A}, \tag{7.2.26}$$

čia Z yra medžiagos, kuri stabdo dalelę, vidutinis atominis numeris, ρ yra medžiagos tankis, N_A yra Avogadro skaičius, o A yra medžiagos molinė masė (t. y. atominis masės skaičius).

Dauguma lengvųjų jonų (pvz., vandenilio arba helio jonai), kurių kinetinė energija yra kelių MeV eilės, judėdami medžiagoje praras visus savo elektronus, todėl (7.2.16) formulėje ze yra branduolio krūvis. Vidutinę jonizavimo energiją $\bar{I}$ sunku tiksliai apskaičiuoti, todėl ji dažniausiai įvertinama pagal empirinę formulę

$$\bar{I} \approx 11 \cdot Z \text{ eV}. \tag{7.2.27}$$

Pvz., oro $\overline{I}$ = 86 eV.

Apibendrinant anksčiau pateiktą ilginės stabdymo gebos išvedimą, galima suformuluoti šiuos pagrindinius fizikinius veiksnius, kurie lemia (7.2.16) reiškinio pavidalą. Žinome, kad impulsas p, kurį įgyja medžiagos elektronas dėl jį veikiančios jėgos, yra lygus tos jėgos ir jos veikimo trukmės sandaugai (tiksliau, jėgos integralui laiko atžvilgiu). Todėl kinetinė energija, kurią įgijo tas elektronas (t. y. $p^2 / (2m_e)$), yra tiesiog proporcinga Kulono jėgos kvadratui (t. y. dydžiui $(ze^2 / 4\pi\varepsilon_0)^2$), sąveikos trukmės kvadratui (t. y. atvirkštinio greičio kvadratui $1 / \upsilon^2$) ir atvirkštinei elektrono masei ($1 / m_e$). Kadangi pagal energijos tvermės dėsnį medžiagos elektrono įgytoji energija yra lygi krintančiosios dalelės energijos sumažėjimui, tai tiems patiems dydžiams yra proporcingas ir dalelės energijos sumažėjimas. Be to, dalelės energijos sumažėjimas vienetiniame kelyje yra tiesiog proporcingas elektronų, su kuriais dalelė „susitinka“ tame kelyje, skaičiui, t. y. medžiagos elektronų koncentracijai (7.2.26).

Egzistuoja grafikai ir lentelės, kurie susieja stabdymo gebą ir krintančiųjų jonų energiją, esant įvairiems jonams ir įvairioms medžiagoms, su kuriomis jie sąveikauja. Be to, yra ir kompiuterinės programos, kurios apskaičiuoja stabdymo gebą. Dažniausiai yra pateikiama vadinamoji ***masinė stabdymo geba*** – ilginės stabdymo gebos ir medžiagos tankio santykis, t. y. $-\mathrm{d}E/(\rho\,\mathrm{d}x)$, nes ji nepriklauso nuo medžiagos tankio (priklauso tik nuo medžiagos cheminės sudėties). Taip yra todėl, kad, kaip matome (7.2.26) formulėje, elektronų koncentracija n yra lygi konstantos (ZN_A/A) ir medžiagos tankio ρ sandaugai. Vadinasi, padalijus (7.2.16) reiškinį iš ρ, tame reiškinyje vietoj daugiklio n lieka tik minėtoji konstanta, kuri yra vienoda visoms vienodos cheminės sudėties medžiagoms. Pvz., vandens, ledo ir vandens garų masinė stabdymo geba yra vienoda. Vietoj ilginio siekio taip pat dažnai vartojamas ***masinis siekis***, kuris nusako masę ploto vienetui, t. y. vienetinio ploto medžiagos sluoksnio, kurio storis lygus ilginiam siekiui, masę. Kitaip sakant, masinis siekis yra lygus ilginio siekio ir medžiagos tankio sandaugai. Ilginį siekį žymėsime raide R, o masinį siekį R':

$$R' \equiv \rho R\,. \tag{7.2.28}$$

Net ir tada, kai yra lentelės, iš kurių galima sužinoti siekio ir stabdymo gebos vertes, dažnai naudinga turėti paprastas formules, pagal kurias galima apskaičiuoti tų dydžių pokytį pasikeitus kuriam nors iš kintamųjų, pvz., krintančiųjų dalelių energijai, dalelių rūšiai arba stabdančiajai medžiagai. Kai kurios iš tų formulių yra pateiktos toliau.

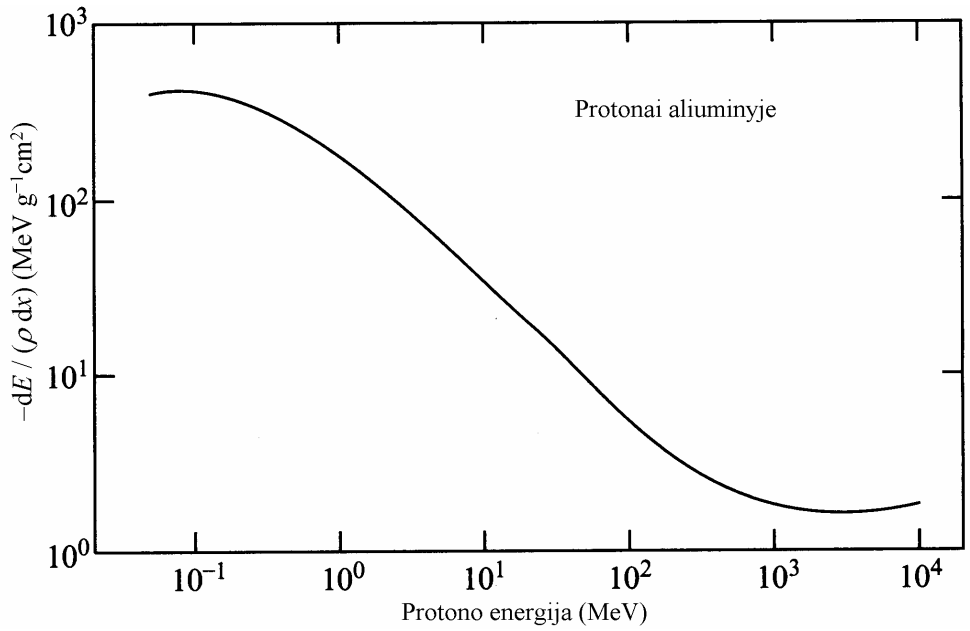
7.2.2. *Stabdymo gebos priklausomybė nuo dalelės kinetinės energijos*

7.3 pav. pavaizduota protonų masinės stabdymo gebos aliuminyje priklausomybė nuo protono energijos. Visų kitų jonų masinės stabdymo gebos priklausomybės nuo energijos, kuri atitinka vieną nukleoną (t. y. nuo jono kinetinės energijos, padalytos iš jo masės skaičiaus A), bendrasis pavidalas yra toks pats. Reikia atkreipti dėmesį, kad abiejų ašių skalė yra logaritminė ir kad energijos intervalas yra labai platus (šešios didumo eilės). Išskyrus pačias mažiausias ir pačias didžiausias energijas, šios priklausomybės bendrąjį pavidalą lemia daugiklis $1 / \upsilon^2$, kuris įeina į (7.2.16) formulę. Kadangi nereliatyvistinės dalelės kinetinė energija yra tiesiog proporcinga υ^2, tai, jeigu minėtasis daugiklis būtų vienintelis priklausantis nuo greičio daugiklis, tada stabdymo geba būtų atvirkščiai proporcinga energijai. Maždaug tokią priklausomybę ir matome 7.3 pav. Tačiau tą priklausomybę nežymiai modifikuoja logaritminis dėmuo, kuris, kaip matome (7.2.16) formulėje, taip pat priklauso nuo υ (nors ir daug silpniau negu daugiklis $1 / \upsilon^2$). Empiriškai nustatyta, kad, kai protono energija E yra tarp 100 keV ir 1 GeV, stabdymo gebos priklausomybę nuo E pakankamai tiksliai išreiškia laipsninė funkcija

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} = const \cdot E^{-k}\,, \tag{7.2.29}$$

čia $k \approx 0{,}8$. Iš (7.2.29) išplaukia, kad jono siekis yra lygus

$$R \equiv \int \mathrm{d}x \equiv \int_E^0 \frac{\mathrm{d}E}{(\mathrm{d}E/\mathrm{d}x)} \sim E^{1+k}\,. \tag{7.2.30}$$



7.3 pav. Masinės stabdymo gebos priklausomybė nuo protonų energijos, kai protonai krinta į aliuminį

Iš šios formulės aišku, kad ilginis siekis R yra atvirkščiai proporcingas stabdančiosios medžiagos tankiui ρ, nes dE / dx yra tiesiog proporcinga ρ (žr. (7.2.16) ir (7.2.26) formules). Todėl masinis siekis (7.2.28) nepriklauso nuo tankio, t. y. jis yra vienodas visoms vienodos cheminės sudėties medžiagoms (pvz., vandeniui, ledui ir vandens garams).

Kai vienam nukleonui tenkanti energija E / A viršija maždaug 1 GeV, stabdymo geba pereina minimumą ir pradeda iš lėto didėti dėl reliatyvistinių pataisų (7.2.16) formulėje. Kai energija yra ypač maža, kreivė pereina maksimumą ir paskui mažėja, kai E artėja prie nulio. Taip yra todėl, kad, mažėjant krintančiosios dalelės energijai, mažėja ir didžiausia energija (7.2.1), kurią ta dalelė gali perduoti medžiagos elektronui, t. y. b_{min} didėja. Tačiau *mažiausioji* galima energijos perdava visą laiką lieka lygi $\overline{I}$, t. y. b_{max} lieka pastovus. Todėl, kai energija yra ypač maža, $b_{min} \approx b_{max}$ ir logaritminis dėmuo artėja į nulį. Be to, kai krintančiojo jono greitis yra mažas, padidėja tikimybė, kad jis prisijungs vieną arba kelis elektronus, todėl daugiklis z (7.2.16) formulėje tampa mažesnis už vieno branduolio krūvio skaičių (tas daugiklis nusako pilnutinį jono krūvį, įskaitant ir jonui priklausančius elektronus).

7.2.3. *Brego kreivė*

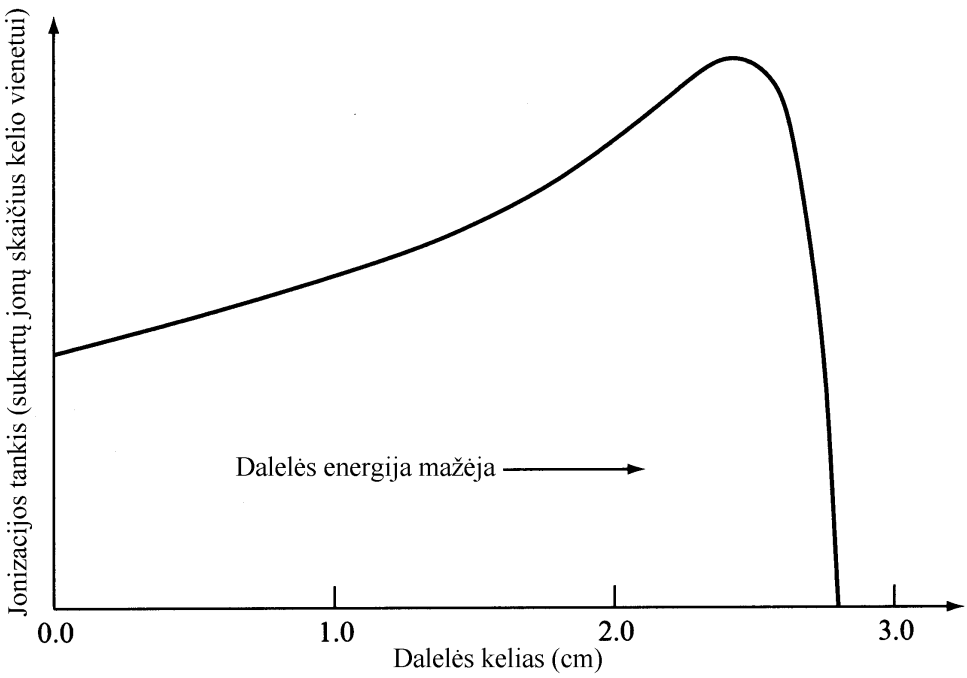
Iš (7.2.29) išplaukia, kad energijos nuostoliai kelio vienetui ($-dE / dx$) didėja mažėjant dalelės energijai. Vadinasi, mažėjant dalelės energijai, didėja ir vidutinis vienetiniame kelyje jonizuotų atomų ir molekulių skaičius. Šis skaičius vadinamas ***jonizacijos tankiu***. Jonizacijos tankis yra tiesiog proporcingas dydžiui $-dE / dx$. Arti dalelės trajektorijos galo $-dE / dx$ pasiekia maksimumą, kuris atitinka maksimumą, kuris yra matomas 7.3 pav. ties mažomis energijomis. Paskui $-dE / dx$ sumažėja iki nulio, kol dalelė sustoja. Tokios priklausomybės pavyzdys pateiktas 7.4 pav. Jonizacijos tankio priklausomybė nuo dalelės nueito kelio yra vadinama ***Brego kreive***. Brego kreivė parodo, kaip pasiskirsto dalelių energija medžiagoje. Kaip matome 7.4 pav., didžiausią energijos dalį dalelė praranda savo trajektorijos pabaigoje (šis faktas praktikoje panaudojamas kai kurių lokalizuotų piktybinių auglių radiacinėje terapijoje, kai yra siekiama, kad kuo didesnę spinduliuotės energijos dalį sugertų auglio audiniai ir kuo mažesnę – sveikieji audiniui).

7.2.4. *Stabdymo gebos ir siekio priklausomybė nuo dalelės masės ir krūvio*

Betės lygtis (7.2.16) yra tokio pavidalo:

$$\frac{dE}{dx} \sim z^2 f(\upsilon). \qquad (7.2.31)$$

Matome, kad ilginė stabdymo geba yra tiesiog proporcinga dalelės krūvio kvadratui ir, *esant duotam dalelės greičiui* υ, nepriklauso nuo dalelės masės. Todėl, atsižvelgus į tai, kad $dE = M\upsilon d\upsilon$, dalelės siekis yra lygus



7.4 pav. Jonizacijos tankio priklausomybė nuo atstumo, kurį α dalelė nueina ore (Brego kreivė)

$$R \equiv \int_E^0 \frac{\mathrm{d}E}{(\mathrm{d}E/\mathrm{d}x)} = \int_\upsilon^0 \frac{M\upsilon'\mathrm{d}\upsilon'}{(\mathrm{d}E/\mathrm{d}x)} \sim \int_\upsilon^0 \frac{M\upsilon'\mathrm{d}\upsilon'}{z^2 f(\upsilon')} \sim \frac{M}{z^2}F(\upsilon)\,. \tag{7.2.32}$$

(7.2.31) ir (7.2.32) lygtys yra naudingos apskaičiuojant santykinius pokyčius, nes, kai yra duota vieną nukleoną atitinkanti kinetinė energija (kitaip sakant, kai yra duotas krintančiojo jono greitis), $\mathrm{d}E/\mathrm{d}x$ yra tiesiog proporcinga z^2, o R yra tiesiog proporcingas M/z^2. Taigi, 40 MeV energijos α dalelės stabdymo geba yra 4 kartus didesnė negu 10 MeV protono, tačiau siekis yra toks pats (nes abiejų dalelių M/z^2 vertės yra vienodos).

7.2.5. *Stabdymo gebos ir siekio priklausomybė nuo stabdančiosios medžiagos*

Įrašę elektronų koncentracijos išraišką (7.2.26) į Betės formulę (7.2.16) ir padaliję abi lygybės puses iš medžiagos tankio ρ, gauname, kad, esant duotam dalelės krūviui z,

$$\frac{1}{\rho}\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} \sim \frac{Z}{A}\ln\left(\frac{2m_\mathrm{e}\upsilon^2}{\bar{I}}\right). \tag{7.2.33}$$

$\bar{I}$ priklauso nuo medžiagos atominio numerio Z. Daugiklis Z/A ir logaritminė funkcija palyginti silpnai priklauso nuo A ir Z. Jeigu nepaisyti šios priklausomybės, tada iš (7.2.33) išplaukia, kad duotosios rūšies dalelių masinė stabdymo geba ir masinis siekis yra apytiksliai vienodi visoms stabdančiosioms medžiagoms. Tačiau iš tikro $\bar{I}$ didėja didėjant A (nes, didėjant A, didėja ir Z). Todėl, didėjant A, masinė stabdymo geba iš lėto mažėja, o masinis siekis iš lėto didėja. Empiriškai nustatyta, kad masinis siekis yra apytiksliai proporcingas kvadratinei šakniai iš A. Todėl, žinant dalelės siekį vienoje medžiagoje, galima nustatyti ir siekį kitoje medžiagoje, jeigu yra žinomi tų medžiagų tankiai (ρ_1 ir ρ_2) ir atominiai masės skaičiai (A_1 ir A_2):

$$\frac{R_1'}{R_2'} \approx \frac{\sqrt{A_1}}{\sqrt{A_2}} \qquad \text{arba} \qquad \frac{R_1}{R_2} \approx \frac{\rho_2\sqrt{A_1}}{\rho_1\sqrt{A_2}} \tag{7.2.34}$$

Be to, reikia turėti omenyje, kad dalelės energijos praradimo medžiagoje vyksmas yra atsitiktinis. Skirtinguose susidūrimuose dalelė praranda skirtingą energijos kiekį, t. y. tą patį energijos sumažėjimą arba tą patį nueitą kelią gali atitikti įvairus jonizuotų atomų skaičius. Atitinkamai stebimasis dalelių siekis nėra tiksliai apibrėžtas net ir tada, kai jų energija yra tiksliai apibrėžta. Tačiau sunkiųjų dalelių siekio neapibrėžtumas yra palyginti mažas. Pvz., 5 MeV energijos α dalelių siekio santykinis neapibrėžtumas yra maždaug 1 %.

7.3. Elektronų sąveika su medžiaga

Judėdami medžiagoje, elektronai netenka savo kinetinės energijos dėl tų pačių priežasčių, kaip ir sunkiosios elektringosios dalelės. Tačiau, kadangi elektronų masė yra daug mažesnė, tai elektronų greitis yra daug didesnis negu tos pačios kinetinės energijos sunkiųjų dalelių. Todėl stabdymo geba $-\mathrm{d}E/\mathrm{d}x$ yra daug mažesnė. Tai reiškia, kad elektronas medžiagoje nueina didesnį atstumą iki sustojimo, negu tos pačios energijos jonas. Pvz., 1 MeV energijos elektrono siekis R aliuminyje yra maždaug 1800 μm, o 1 MeV energijos α dalelės siekis aliuminyje yra tik maždaug 3 μm.

Susidurdamas su medžiagos elektronais, krintantysis elektronas netenka daug didesnės savo energijos dalies (skaičiuojant vidutiniškai vienam susidūrimui), negu sunkusis jonas. Todėl pilnutinis susidūrimų skaičius iki sustojimo gali būti labai mažas. Atitinkamai, elektrono siekį daug sunkiau tiksliai apibrėžti negu sunkiųjų dalelių siekį. Kadangi vieno susidūrimo metu stipriai pasikeičia ne tik elektrono energija, bet ir jo judėjimo kryptis, tai elektrono įsiskverbimo gylis (atstumas nuo sluoksnio paviršiaus iki elektrono) yra daug mažesnis už siekį (kuris apibrėžiamas kaip *trajektorijos ilgis*, nepriklausomai nuo trajektorijos formos). Be to, nėra požymių, pagal kuriuos iš medžiagos atomo išlaisvintą elektroną būtų galima atskirti nuo elektrono, kuris jį išlaisvino iš to atomo. Kadangi krintantysis elektronas gali jau po pirmo susidūrimo prarasti visą savo energiją, tai giliausiai į medžiagą įsiskverbęs elektronas nebūtinai yra tas pats elektronas, kuris krito į medžiagą.

Elektronams prarandant energiją medžiagoje, gali pasireikšti dar vienas energijos nuostolių fizikinis mechanizmas – vadinamoji stabdomoji spinduliuotė. Visos elektringosios dalelės, kurios juda su pagreičiu, spinduliuoja elektromagnetines bangas. Todėl šią spinduliuotę skleidžia ir elektringosios dalelės, kurios yra stabdomos medžiagoje. Taigi, dėl judėjimo su pagreičiu krintančiosios elektringosios dalelės energijos dalis virsta elektromagnetinės spinduliuotės (fotonų) energija. Ši spinduliuotė yra vadinama ***stabdomąja spinduliuote***. Jos intensyvumas yra tiesiog proporcingas krintančiosios dalelės pagreičio kvadratui. Kadangi pagreitis yra atvirkščiai proporcingas krintančiosios dalelės masei, tai sunkiųjų dalelių stabdomoji spinduliuotė yra labai mažo intensyvumo ir beveik nepasireiškia. Tačiau elektronų pagreitis yra didelis, todėl stabdomosios spinduliuotės dalis pilnutiniuose energijos nuostoliuose gali būti didelė. Kai krintančiųjų elektronų energija yra ypač didelė, jie didžiąją savo energijos dalį praranda stabdomosios spinduliuotės pavidalu. Taigi, pilnutinė elektronų stabdymo geba yra lygi dviejų dėmenų sumai: ***jonizacinės stabdymo gebos*** (dėl medžiagos atomų jonizavimo ir sužadinimo) ir ***radiacinės stabdymo gebos*** (dėl stabdomosios spinduliuotės). 7.5 pav. parodyta šių dviejų masinių stabdymo gebų priklausomybė nuo elektronų kinetinės energijos, kai stabdančioji medžiaga yra švinas, aliuminis arba oras. Matome, kad β dalelių jonizacinė masinė stabdymo geba palyginti silpnai priklauso ir nuo dalelių energijos, ir nuo stabdančiosios medžiagos. Radiacinė masinė stabdymo geba stipriau priklauso nuo medžiagos atominio numerio Z ir sparčiai didėja didėjant dalelių energijai. Kai β dalelių energija viršija tam tikrą ribinę vertę, radiaciniai energijos nuostoliai viršija jonizacinius. Nustatyta, kad ši "kritinė" energija yra apytiksliai lygi

$$E_{\mathrm{kr}} \approx \frac{1600 m_{\mathrm{e}} c^2}{Z} \approx \frac{800}{Z}\,\mathrm{MeV}\,. \qquad (7.3.1)$$

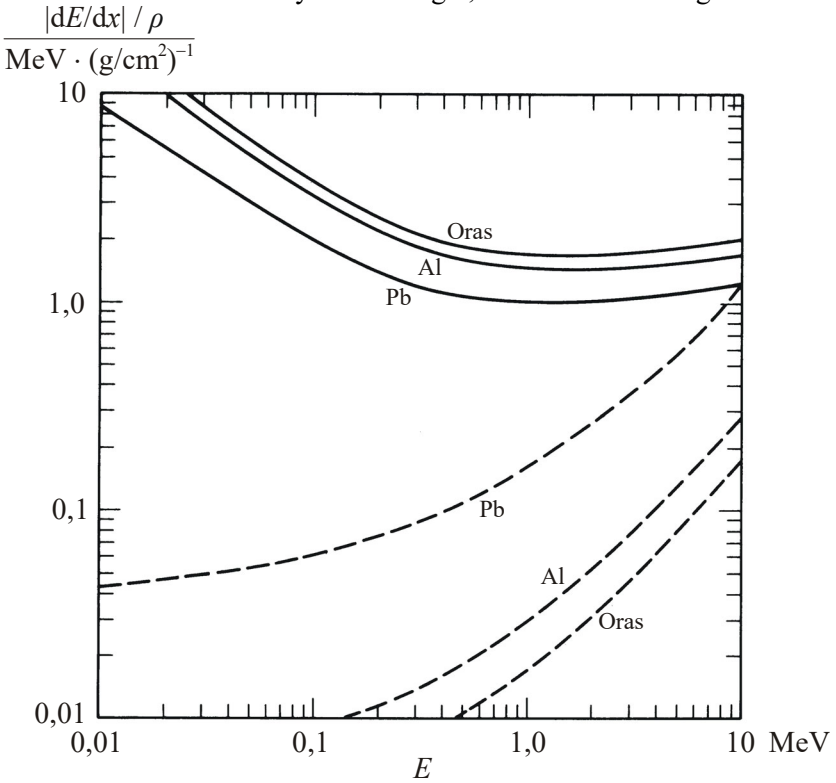
Pvz., jeigu stabdančioji medžiaga yra švinas ($Z = 81$), tada iš (7.3.1) formulės gauname $E_{\mathrm{kr}} \approx 10$ MeV. Ši vertė atitinka 7.5 pav. duomenis.

7.6 pav. pavaizduota įsiskverbusio į medžiagą lygiagretaus elektronų pluošto intensyvumo priklausomybė nuo įsiskverbimo gylio. Nors elektronai nėra visiškai sustabdomi, tačiau net ir esant palyginti mažiems gyliams intensyvumas pradeda mažėti, nes kai kurie elektronai gali būti išsklaidyti dideliais kampais, t. y. pašalinti iš pradinio pluošto. Intensyvumas sumažėja iki nulio, kai gylis tampa artimas siekiui (trajektorijos ilgiui).

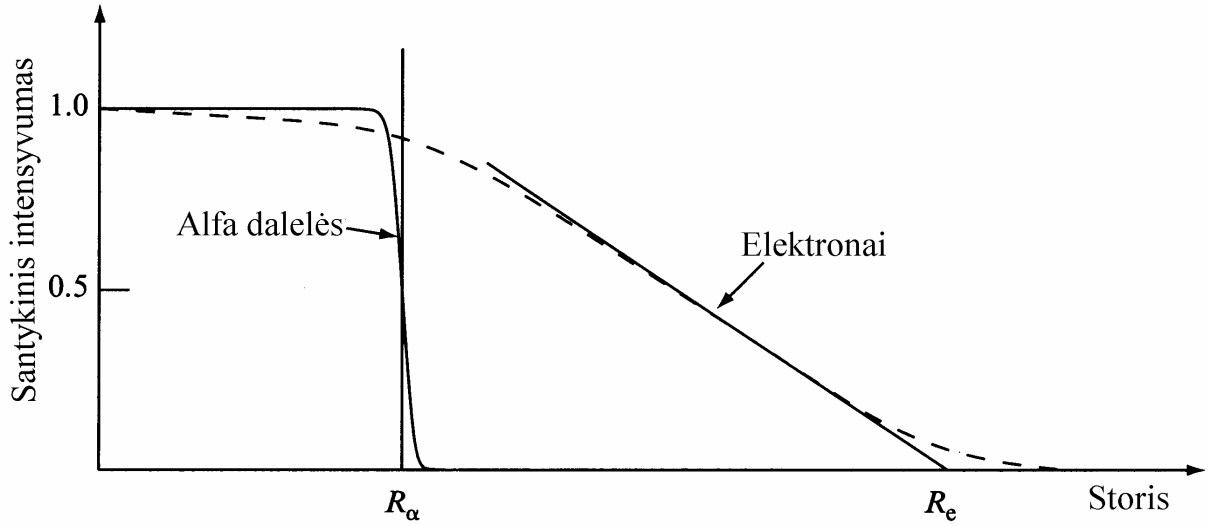
Tokia priklausomybė labai skiriasi nuo lygiagretaus α dalelių pluošto priklausomybės nuo įsiskverbimo gylio (ji taip pat parodyta 7.6 pav.). Šiuo atveju didžiausias santykinis dalelės energijos sumažėjimas susidūrimo metu ir kampinis nuokrypis nuo pradinės krypties yra daug mažesni negu elektronų atveju. Kadangi galutinis energijos sumažėjimas ir galutinis nuokrypis nuo pradinės krypties yra gaunami sudėjus labai didelį skaičių mažų dėmenų, tai pilnutinis santykinis šių dydžių „išsibarstymas" apie vidurkius yra palyginti mažas, t. y. visos α dalelės, kurių pradinė energija buvo vienoda, nueis iki sustojimo maždaug vienodą atstumą maždaug ta pačia kryptimi, kuri apytiksliai atitinka pradinę dalelių judėjimo kryptį. Todėl α dalelių lygiagretaus pluošto intensyvumas labai silpnai priklauso nuo sugėriklio sluoksnio storio, kol tas storis yra mažesnis už siekį. Kai storis

prilygsta α dalelių siekiui, tada intensyvumas greitai sumažėja iki nulio. Kaip parodyta 7.6 pav., siekis yra lygus storio vertei, kuri atitinka intensyvumo sumažėjimą du kartus lyginant su pradine verte.

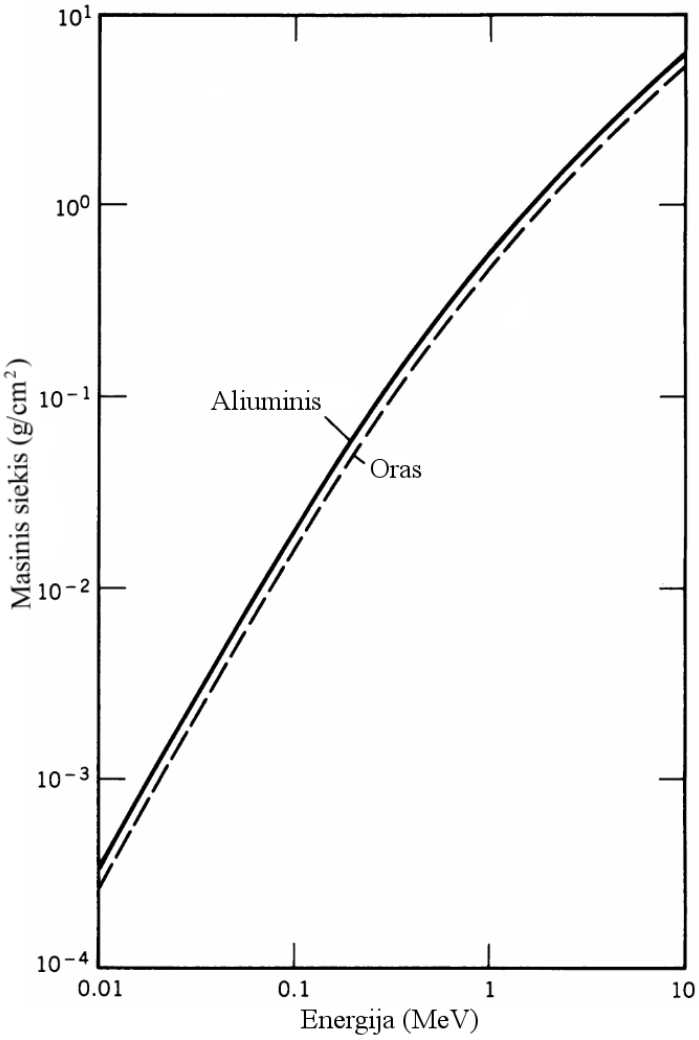
Galima apibrėžti elektronų ***ekstrapoliuotąjį siekį*** R_e, pratęsiant tiesinę punktyrinės kreivės, kuri pavaizduota 7.6 pav., dalį iki nulinės vertės. 7.7 pav. pavaizduota šitaip nustatyto elektronų masinio siekio priklausomybė nuo elektronų energijos, kai stabdančioji medžiaga yra aliuminis. Šiuos duomenis galima panaudoti nustatant siekio vertes kitose medžiagose, jeigu yra žinomos stadymo gebos santykinės vertės. Pvz., 7.5 pav. duomenys rodo, kad, jeigu radiaciniai nuostoliai nėra svarbūs, švino masinė stabdymo geba yra maždaug 1,4 karto mažesnė negu aliuminio. Todėl elektronų ekstrapoliuotasis masinis siekis švine yra maždaug 1,4 karto didesnis negu masinis siekis aliuminyje.



7.5 pav. Elektronų masinės stabdymo gebos ore, aliuminyje ir švine priklausomybės nuo elektronų kinetinės energijos. Ištisinės linijos nusako jonizacinę masinę stabdymo gebą, o brūkšninės linijos nusako radiacinę masinę stabdymo gebą (iš [3])



7.6 pav. α dalelių ir elektronų lygiagretaus pluošto santykinio intensyvumo priklausomybė nuo sugėriklio sluoksnio storio. α dalelių vidutinis siekis R_α atitinka tokį sugėriklio storį, kai intensyvumas sumažėja du kartus lyginant su pradine verte. Elektronų ekstrapoliuotasis siekis yra R_e (horizontalioji skalė nėra vienoda abiejų rūšių spinduliuotei)



7.7 pav. Išmatuota elektronų ekstrapoliuotojo masinio siekio aliuminyje ir ore priklausomybė nuo elektronų energijos. Ši kreivė lieka apytiksliai tokia pati ir bet kuriam kitam sugėrikliui, nes šiame energijos intervale masinis siekis silpnai priklauso nuo sugėriklio medžiagos atominio numerio *Z*

7.4. Gama spinduliuotės sąveika su medžiaga

Gama spinduliuotės fotonų, kurie atsiranda dėl kvantinių šuolių tarp branduolio energijos lygmenų, energija dažniausiai viršija kelias dešimtis keV (tokios spinduliuotės bangos ilgis yra mažesnis už atomo matmenis). Todėl toliau aptarsime tik tokios arba didesnės energijos fotonų sąveiką su medžiaga.

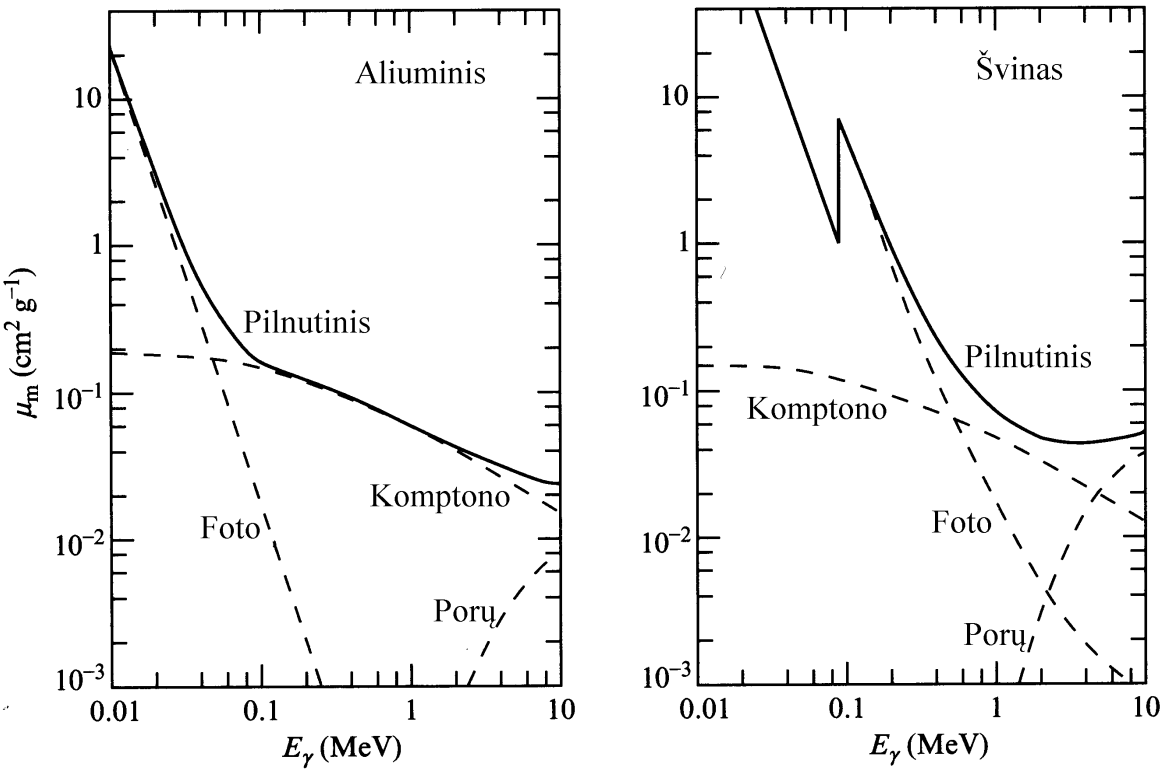
Gama ir rentgeno spinduliuotės fotonų energija yra perduodama medžiagai dėl trijų sąveikos vyksmų: fotoelektrinis efektas, Komptono sklaida ir porų kūrimas. Jų santykinę svarbą iliustruoja 7.8 pav., kuriame atidėtas pilnutinis masinis spinduliuotės sugerties koeficientas aliuminyje ir švine, kaip fotono energijos E_γ funkcija. Masinis silpimo koeficientas, kurį apibrėžia (7.4.11) lygybė, priklauso nuo tikimybės, kad gama fotonas sąveikaus su medžiaga. Jis priklauso nuo sugeriančios medžiagos atominio numerio Z ir nuo γ spinduliuotės fotono energijos E_γ. Masinio silpimo koeficiento vertę sudaro trys dėmenys, kurių kiekvienas atitinka vieną iš minėtų trijų sąveikos vyksmų. Kiekvieną iš jų atitinka tam tikra priklausomybė nuo Z, kurios bendrąjį pavidalą galima nustatyti palyginus aliuminio ir švino duomenis. Matome, kad porų kūrimo ir ypač fotoefekto santykinė svarba yra didesnė švine ($Z = 82$), negu aliuminyje ($Z = 13$), o Komptono sklaidą atitinkanti masinio silpimo koeficiento komponentė labai silpnai priklauso nuo Z. Toliau yra pateikti trumpi minėtųjų sąveikos vyksmų aprašymai.

7.4.1. *Fotoelektrinis efektas*

Fotoelektrinis efektas (dar vadinamas fotoefektu arba fotoelektrine sugertimi) vyksta dėl to, kad visa fotono energija išeikvojama tam, kad išlaisvinti elektroną iš medžiagos atomo. Dažniausiai yra išlaisvinamas vienas iš atomo vidinių sluoksnių elektronų. Šitaip išlaisvintas elektronas yra vadinamas „fotoelektronu“. Fotoelektono kinetinė energija yra lygi

$$T = E_\gamma - E_\text{r}\,, \tag{7.4.1}$$

čia E_r yra elektrono ryšio energija.



7.8 pav. Fotonų masinio sugerties koeficiento aliuminyje ir švine priklausomybė nuo fotono energijos. Brūkšninės linijos rodo masinio sugerties koeficiento dėmenis, atitinkančius fotoelektrinę sugertį, Komptono sklaidą ir porų kūrimą

Atomas, kuris neteko vidinio elektrono, yra sužadintos būsenos. Jis gali pereiti į pagrindinę (mažiausios energijos) būseną emituodamas kitus elektronus, kurie silpniau susiję su atomu. Šio vyksmo metu emituotieji elektronai yra vadinami Ožė (pranc. *Auger*) elektronais. Be to, į atsiradusią vakansiją gali pereiti aukštesnio sluoksnio elektronas, emituojant būdingosios rentgeno spinduliuotės fotoną. Tai yra vadinamoji rentgeno fluorescencija. Tas rentgeno spinduliuotės fotonas taip pat gali sąveikauti su medžiaga ir būti sugertas.

Fotoefektą atitinkantis masinis silpimo koeficientas labai stipriai priklauso nuo E_γ ir Z. Staigus „šuolis“, kuris yra pastebimas ties maždaug 90 keV švino atveju, atsiranda todėl, kad, kol fotono energija yra mažesnė už atomo vidinio elektronų sluoksnio (vadinamojo „K sluoksnio“) elektronų ryšio energiją (švino atveju ta energija yra maždaug 90 keV), tol tie elektronai negali būti išlaisvinti iš atomo dėl fotoefekto. Šis trūkis masinio silpimo koeficiento μ_m priklausomybėje nuo E_γ yra vadinamas ***K kraštu***; atitinkama energija yra apytiksliai proporcinga Z^2. Kai fotono energija yra mažesnė, galima pastebėti sugerties kraštus, atitinkančius fotoelektronų išlaisvinimą iš aukštesnių sluoksnių (L, M ir t. t.).

Čia reikia atkreipti dėmesį, kad dviejų K sluoksnio elektronų vaidmuo visuose fotoefekto įvykiuose yra daug didesnis negu visų kitų švino atomo elektronų, nors pastarųjų yra daug daugiau. Tai gali atrodyti keista, nes tie du elektronai užima labai mažą atomo tūrio dalį. Tačiau reikia turėti omenyje, kad energijos ir impulso tvermės dėsniai draudžia fotoelektrinę sugertį, kai fotonas sąveikauja su laisvuoju elektronu. Šis vyksmas yra galimas tik prie atomo, kuris gauna „perteklinį“ impulsą, tačiau dėl savo didelės masės gauna labai mažą dalį krintančiojo fotono energijos. Kuo mažesnė elektrono ryšio energija, tuo „panašesnis“ tas elektronas į laisvąjį elektroną ir tuo mažesnė fotoefekto dalyvaujant tam elektronui tikimybė. Dėl šios priežasties stipriausiai su branduoliu susieti atomo elektronai daug dažniau dalyvauja fotoefekto įvykiuose, negu kiti elektronai (jeigu E_γ yra didesnis už K sluoksnio elektrono ryšio energiją). Dėl tos pačios priežasties fotoefekto skerspjūvis taip stipriai priklauso nuo fotono energijos ir medžiagos atominio numerio. Fotoefekto skerspjūvio priklausomybę nuo Z ir E_γ iliustruoja šis apytikslis proporcingumo sąryšis:

$$\sigma_{fe} \sim \frac{Z^5}{E_\gamma^{3,5}}, \tag{7.4.2}$$

kai fotono energija yra kelių šimtų keV eilės.

7.4.2. *Komptono sklaida*

Komptono sklaidos atveju fotoną, kurio pradinė energija E_γ, išsklaido elektronas. Dažniausiai tai būna valentinis atomo elektronas. Kadangi jo ryšio energija yra palyginti maža, tai sąveika vyksta beveik taip pat, lyg tas elektronas būtų laisvas. Šios sąveikos pasekmė yra mažesnės energijos E' fotonas ir atatrankos elektronas, kurio įgytoji kinetinė energija T priklauso nuo sklaidos kampo. Šį vyksmą iliustruoja 7.9a pav. Naudojant reliatyvistinės kinematikos dėsnius, elektrono kinetinė energija T yra išreiškiama šiuo reiškiniu

$$T = E_\gamma - E'_\gamma = E - mc^2, \tag{7.4.3}$$

čia E yra pilnutinė reliatyvistinė elektrono energija, į kurią įeina ir elektrono rimties energija mc^2. Kadangi impulsas yra vektorinis dydis, tai fotono pradinis impulsas, fotono galutinis impulsas ir atatrankos elektrono impulsas, kurių moduliai yra atitinkamai $p_\gamma = E_\gamma / c$, $p'_\gamma = E'_\gamma / c$ ir p, turi būti sudedami pagal trikampio taisyklę (žr. 7.9b pav.):

$$\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}_\gamma - \boldsymbol{p}'_\gamma .$$

Pakėlę šį vektorinį sąryšį kvadratu, gauname:

$$(pc)^2 = E_\gamma^2 + (E'_\gamma)^2 - E_\gamma E'_\gamma \cos\theta = E^2 - m^2c^4, \tag{7.4.4}$$

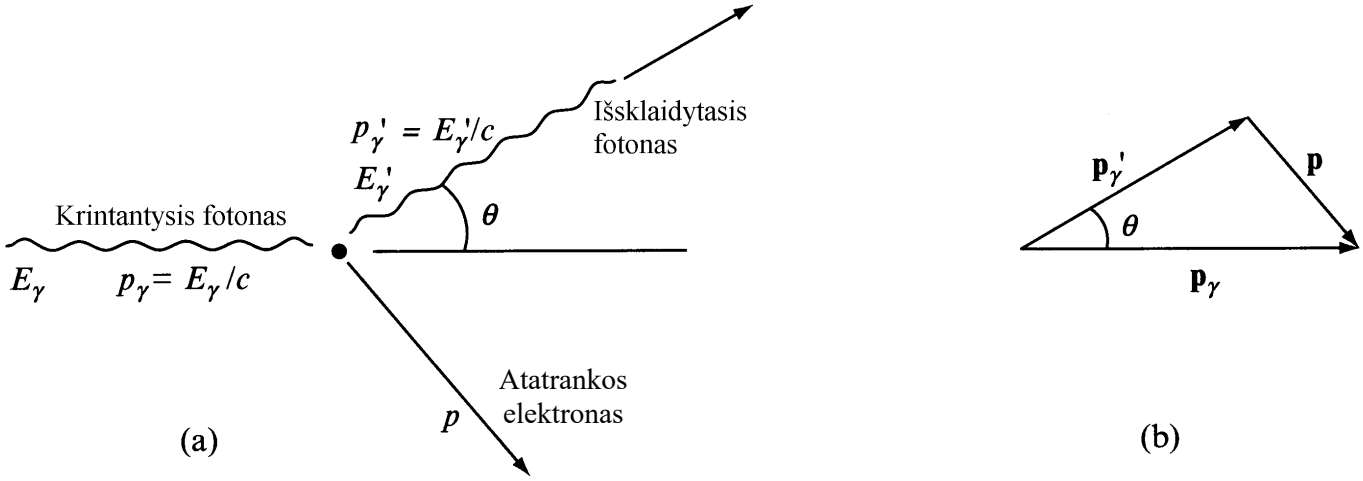
čia fotono pradinis ir galutinis impulsai išreikšti atitinkamomis fotono energijomis ir atsižvelgta į tai, kad $E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$ (šis sąryšis yra žinomas iš specialiosios reliatyvumo teorijos). Eliminavus elektrono reliatyvistinę energiją E iš (7.4.3) ir (7.4.4) lygčių, gaunama išsklaidyto fotono energija:

$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + (E_\gamma / mc^2)(1 - \cos\theta)}. \tag{7.4.5}$$

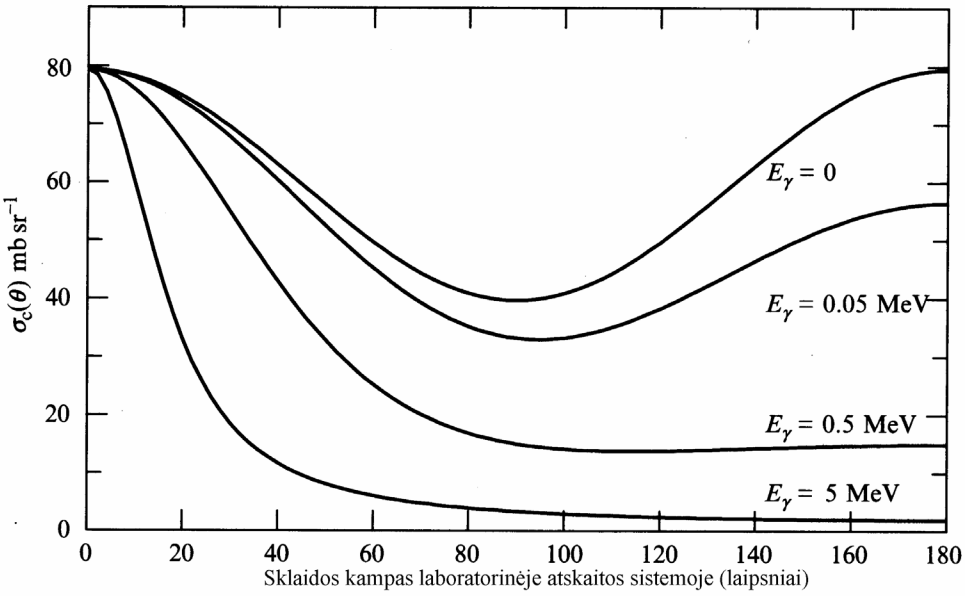
Ši energija kinta nuo E_γ (kai $\theta = 0°$) iki mažiausios vertės E'(min) kai $\theta = 180°$. Kai E_γ yra didelė, E'(min) artėja prie $mc^2 / 2 \approx 256$ keV. Atitinkama elektrono kinetinė energija T kinta nuo artimų nuliui verčių (kai θ artimas nuliui) iki didžiausios vertės, kai $\theta = 180°$ (didžiausioji atatrankos elektrono kinetinė energija visada yra mažesnė už E_γ).

Komptono sklaidos tikimybė silpniau priklauso nuo E_γ ir nuo Z negu fotoefekto tikimybė. Kadangi pavienį Komptono sklaidos įvykį galima aprašyti kaip sąveiką su laisvuoju elektronu, tai Komptono sklaidos tikimybė yra tiesiog proporcinga elektronų koncentracijai medžiagoje, t. y. medžiagos tankiui, padaugintam iš Z / A (žr. (7.2.26) formulę). Kadangi daugumai cheminių elementų santykis Z / A yra apytiksliai vienodas, tai Komptono sklaidos „indėlis“ į pilnutinį masinį silpimo koeficientą beveik nepriklauso nuo Z, t. y. apytiksliai vienodas visoms medžiagoms.

Komptono sklaidos diferencialinį skerspjūvį išreiškia Kleino ir Nišinos formulė. Ji numato, kad pilnutinis (t. y. ne diferencialinis) Komptono sklaidos skerspjūvis σ_C turėtų mažėti didėjant E_γ (šis mažėjimas yra matomas 7.8 pav., nes Komptono sklaidą atitinkantis masinis silpimo koeficientas yra tiesiog proporcingas σ_C / ρ). Diferencialinio Komptono sklaidos skerspjūvio priklausomybė nuo sklaidos kampo yra parodyta 7.10 pav. Kai fotono energija E_γ yra maža, ta priklausomybė yra simetrinė kampo 90° atžvilgiu. Didėjant energijai E_γ, sklaidos mažais kampais tikimybė didėja, o sklaidos dideliais kampais tikimybė atitinkamai mažėja. Į šią kampinę asimetriją būtina atsižvelgti įrengiant efektyvią apsaugą nuo didelės energijos gama spindulių.



7.9 pav. (a) Komptono sklaidos geometrija; (b) vektorinis sąryšis tarp trijų impulso vektorių



7.10 pav. Komptono sklaidos laisvaisiais elektronais diferencialinis skerspjūvis $\sigma_C(\theta)$, apskaičiuotas pagal Kleino ir Nišinos formulę, kai E_γ kinta nuo 0 iki 5 MeV

7.4.3. *Porų kūrimas*

Porų kūrimo metu visa fotono energija išeikvojama kuriant elektrono ir pozitrono porą atomo elektriniame lauke (pozitronas – tai elektrono antidalelė). Pagal energijos tvermės dėsnį pilnutinė elektrono ir pozitrono kinetinė energija yra lygi

$$T_- + T_+ = E_\gamma - 2mc^2 . \qquad (7.4.6)$$

Kaip ir fotoelektrinis efektas, porų kūrimas tampa galimas tik dalyvaujant masyviai dalelei (pvz., atomui), kad vienu metu galiotų energijos ir impulso tvermės dėsniai. Todėl porų kūrimo skerspjūvis, kaip ir fotoefekto skerspjūvis, priklauso nuo Z. Šią priklausomybę galima pastebėti, palyginus porų kūrimą atitinkančius masinius silpimo koeficientus aliuminyje ir švine (žr. 7.8 pav.). Iš (7.4.6) išplaukia, kad porų kūrimas tampa galimas tik tada, kai $E_\gamma > 2mc^2 = 1{,}022$ MeV. Kad porų kūrimo tikimybė prilygtų Komptono sklaidos tikimybei, E_γ turi viršyti kelis MeV.

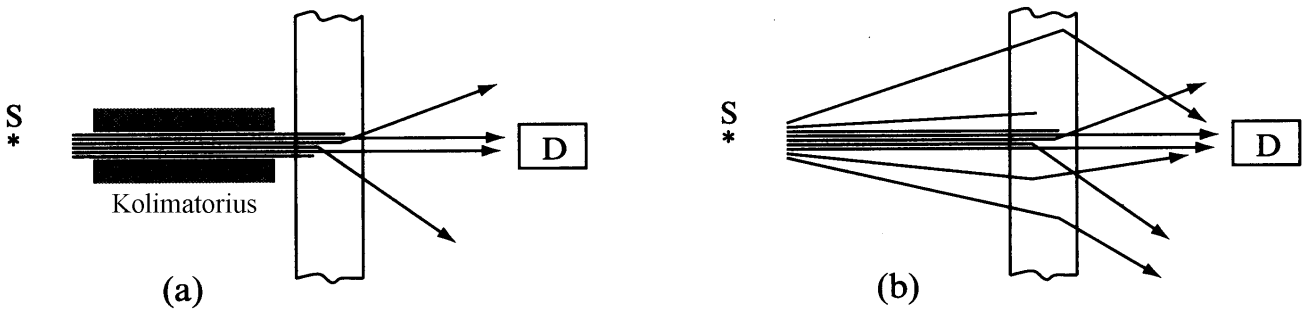
Iš (7.4.6) matome, kad, sukuriant elektrono ir pozitrono porą, tik dalis krintančiojo fotono energijos virsta sukurtų elektringųjų dalelių kinetine energija. Likusioji dalis virsta jų rimties energija. Paskui elektronas ir pozitronas sulėtėja medžiagoje, t. y. perduoda jai savo kinetinę energiją. Aišku, kad šiame etape pilnutinė medžiagai perduota energija yra lygi $E_\gamma - 2mc^2$, t. y. mažesnė už sugerto fotono energiją E_γ. Tačiau paskui pozitroną pritraukia kuris nors tos medžiagos elektronas ir įvyksta vadinamoji anihiliacijos reakcija, kurios metu pozitronas ir medžiagos elektronas nustoja egzistuoti, o jų rimties energija išspinduliuojama dviejų γ kvantų pavidalu. Tai yra vadinamoji anihiliacinė spinduliuotė. Du anihiliaciniai fotonai išlekia priešingomis kryptimis, o kiekvieno jų energija lygi $m_e c^2 = 0{,}511$ MeV. Anihiliaciniai fotonai gali sąveikauti su medžiaga (dėl fotoefekto ir Komptono sklaidos). Todėl pilnutinė medžiagai perduota energija gali prilygti visai pirminio fotono energijai E_γ.

7.4.4. *Silpimo koeficientas*

Jeigu fotonų pluoštas yra gerai kolimuotas (t. y. jeigu jis yra siauras ir lygiagretus), tada visi trys anksčiau aprašytieji sąveikos vyksmai mažina to pluošto intensyvumą, jam pereinant per medžiagą. Fotonai, kurie sąlygoja fotoefektą arba porų kūrimą, nustoja egzistuoti, o fotonai, kurie sąlygoja Komptono sklaidą, pakeičia savo judėjimo kryptį ir todėl nepataiko į detektorių. Šio matavimo schema pavaizduota 7.11a pav. Jeigu fotonų pluoštas nėra kolimuotas, tada kai kurie išsklaidyti fotonai gali pataikyti į detektorių (žr. 7.11b pav.), todėl detektorius detektuos daugiau fotonų negu 7.11a pav. atveju.

Fotonų pluošto intensyvumo I (t. y. fotonų skaičiaus per sekundę) priklausomybę nuo sugėriklio storio x paprasčiausia apskaičiuoti, kai pluoštas yra gerai kolimuotas. Jeigu medžiagos atomų koncentracija yra N, o pilnutinis sąveikos skerspjūvis yra σ, tada pluošto intensyvumo sumažėjimas perėjus storio dx medžiagos sluoksnį yra lygus

$$\mathrm{d}I = -N\sigma I \mathrm{d}x . \qquad (7.4.7)$$



7.11 pav. Gama spinduliuotės pluošto silpimo koeficiento matavimo metodika, kai pluoštas yra lygiagretus, t. y. kolimuotas (a), ir kai pluoštas yra nekolimuotas (b). S yra šaltinis, kurio skleidžiama spinduliuotė pereina per medžiagos sluoksnį ir pasiekia detektorių D. (a) atveju sklaida ir sugertis pasireiškia vienodai, nes mažina fotonų, kurie pataiko į detektorių D, skaičių. (b) atveju detektuojama daugiau fotonų, nes kai kurie fotonai išsklaidomi į detektorių. Todėl šiuo atveju eksperimentinė silpimo koeficiento vertė yra mažesnė už tikrąją

Pilnutinis skerspjūvis yra lygus visų trijų minėtų sąveikos vyksmų skerspjūvių sumai:

$$\sigma = \sigma_{\text{fe}} + Z\sigma_{\text{C}} + \sigma_{\text{p}} . \tag{7.4.8}$$

Čia σ_{C} yra *vieno elektrono* Komptono sklaidos skerspjūvis, o $Z\sigma_{\text{C}}$ yra *atominis* Komptono sklaidos skerspjūvis. Suintegravus (7.4.7) lygtį, gaunama eksponentinė intensyvumo priklausomybė nuo gylio x:

$$I = I_0 \exp(-N\sigma x) = I_0 \exp(-\mu x) , \tag{7.4.9}$$

čia I_0 yra pradinis krintančiosios spinduliuotės intensyvumas, o μ yra vadinamasis ***ilginis silpimo koeficientas***, kurio dimensija yra atvirkštinė ilgio dimensijai:

$$\mu = N\sigma . \tag{7.4.10}$$

Masinis silpimo koeficientas yra lygus ilginio silpimo koeficiento ir medžiagos tankio santykiui:

$$\mu_{\text{m}} = \frac{\mu}{\rho} . \tag{7.4.11}$$

Apibūdinant gama spinduliuotės silpimą sugėriklyje, dažnai nurodomas vadinamasis ***pusėjimo storis***, t. y. sugėriklio storis, atitinkantis intensyvumo sumažėjimą du kartus. Iš šios apibrėžties išplaukia, kad pusėjimo storis yra lygus ln 2 / μ.

Reikia turėti omenyje, kad prielaida apie tai, jog μ (arba μ_{m}) nepriklauso nuo x, yra teisinga tik tada, kai fotonai yra vienodos energijos. Taip yra todėl, kad fotono sugerties arba sklaidos tikimybė (skerspjūvis) priklauso nuo jo energijos. Vadinasi, jeigu pluoštą sudaro įvairių energijų fotonai, tada didėjant x keisis įvairių energijų fotonų santykinis svoris: visų pirma bus sugeriami mažiau skvarbūs fotonai (t. y. mažesnės energijos fotonai), todėl didėjant x didės vidutinė tuo atstumu įsiskverbusių fotonų energija. O kadangi μ priklauso nuo energijos, tai tuo pačiu keisis ir μ. Taigi, jeigu į medžiagą krinta įvairių energijų fotonai, tada jų sugerties medžiagoje jau negalima aprašyti viena eksponentine funkcija (7.4.9).

Efektyvią apsaugą nuo gama spinduliuotės yra daug sunkiau įrengti, negu apsaugą nuo elektringųjų dalelių. Pvz., 1 MeV energijos gama spinduliuotės pusėjimo storis švine yra maždaug 4,2 cm. Ši vertė yra maždaug 20 kartų didesnė negu 1 MeV energijos elektrono ekstrapoliuotasis siekis ir daugiau negu 10 000 kartų didesnė negu 1 MeV energijos α dalelės siekis. Be to, kadangi gama spinduliuotės silpimas yra eksponentinis, tai gali prireikti daug pusėjimo storių, kad sumažinti gama spinduliuotės intensyvumą iki nepavojingo lygio. O kai sugėriklio storis yra palyginti didelis, tada spinduliuotės, kuri perėjo sugėriklį, intensyvumą gali papildomai padidinti išsklaidytieji fotonai (žr. 7.11b pav.). T. y. tikrasis perėjusios spinduliuotės intensyvumas gali būti viena didumo eile didesnis už tą, kuris gaunamas iš (7.4.9) formulės (nes ta formulė gauta remiantis prielaida, kad visi išsklaidytieji fotonai yra negrįžtamai pašalinami iš spinduliuotės pluošto).

7.5. Neutronų sąveika su medžiaga

Neutronai sąveikauja su medžiaga dėl branduolinių reakcijų, kurių rūšis ir tikimybė labai priklauso nuo krintančiųjų neutronų energijos ir nuo branduolių, su kuriais neutronai susiduria. Neutronai gali būti sklaidomi (perduodant dalį jų energijos atatrankos branduoliams) arba sugeriami įvairių vyksmų metu (kai kurie iš tų vyksmų buvo aptariami 6 skyriuje).

Kai neutronų energija yra kelių MeV eilės, pagrindinis (labiausiai tikėtinas) sugerties mechanizmas yra tarpinio branduolio reakcija, kai taikinio branduolys pagauna neutroną, susidarant vadinamajam tarpiniam branduoliui. Tarpinis branduolys yra sužadintas. Jo sužadinimo energija yra apytiksliai lygi pradinės neutrono kinetinės energijos ir neutrono ryšio energijos sumai. Kadangi tipiška neutrono ryšio energija yra tarp 7 MeV ir 8 MeV, tai maždaug tokia būna ir tarpinio branduolio sužadinimo energija. Paskui per labai trumpą laiką (dažniausiai $< 10^{-12}$ s) tarpinis branduolys skyla, t. y. tą energijos perteklių atiduoda reakcijos produktams, kurie gali būti gama fotonai, elektringosios dalelės, neutronai arba dalijimosi skeveldros. Detektuojant neutronus, svarbiausios yra reakcijos, kurių metu emituojamos didelės energijos elektringosios dalelės, nes tos dalelės stipriai sąveikauja su medžiaga ir dėl to jas lengva detektuoti. Tuo pačiu tos elektringosios dalelės palengvina ir neutronų detektavimą.

Sklaidos metu neutronai lėtėja, nes kiekvieno susidūrimo metu neutronas netenka dalies savo kinetinės energijos. Jeigu neutronų sugerties skerspjūvis yra palyginti mažas, tada neutronas gali būti sulėtintas tiek, kad atsidurs šiluminėje pusiausvyroje su savo aplinka. Tokie neutronai yra vadinami ***šiluminiais neutronais***.

7.5.1. *Neutronų pluošto intensyvumo mažėjimas medžiagoje*

Kai neutronai juda medžiagoje, jų pluošto intensyvumas mažėja dėl jų sugerties ir sklaidos. Jeigu neutronų pluoštas yra gerai kolimuotas (t. y. siauras ir lygiagretus), tada to mažėjimo analizė yra tokia pati kaip ir kolimuoto gama spinduliuotės pluošto (žr. 7.11a pav.), t. y. mažėjimą sąlygoja ir sklaida, ir sugertis. Šiuo atveju intensyvumo priklausomybė nuo storio x yra tokio paties pavidalo, kaip gama spinduliuotės, t. y. tą priklausomybę išreiškia (7.4.9) lygybė:

$$I = I_0 \exp(-N\sigma x)\,, \tag{7.5.1}$$

čia σ yra pilnutinis neutrono sąveikos su branduoliu skerspjūvis:

$$\sigma = \sigma_{\mathrm{s}} + \sigma_{\mathrm{a}}\,, \tag{7.5.2}$$

kur σ_{s} yra neutrono sklaidos skerspjūvis, o σ_{a} yra neutrono sugerties (absorbcijos) skerspjūvis. Kiti žymėjimai (7.5.1) formulėje turi tą pačią prasmę kaip (7.4.9) formulėje. (7.5.1) sąryšis dažnai užrašomas šitaip:

$$I = I_0 \exp(-\Sigma x) = I_0 \exp(-x/\lambda)\,, \tag{7.5.3}$$

čia Σ yra pilnutinis makroskopinis skerspjūvis, o λ yra ***vidutinis silpimo atstumas***, t. y. gylis, kuriame neutronų pluošto intensyvumas sumažėja e kartų. Šie du dydžiai išreiškiami šitaip:

$$\Sigma = N\sigma\,, \tag{7.5.4}$$

$$\lambda = \frac{1}{\Sigma}\,. \tag{7.5.5}$$

Kaip ir γ spinduliuotės atveju, šie sąryšiai galioja tik tada, kai neutronų pluoštą sudaro vienodos energijos neutronai ir kai tas pluoštas yra kolimuotas (t. y. siauras ir lygiagretus).

Vidutinis laisvasis kelias – tai vidutinis atstumas, kurį dalelė (neutronas) nueina iki sąveikos įvykio. Pagal bendrąją vidurkio apibrėžtį šis dydis yra lygus

$$l = \int_0^\infty x f(x)\,\mathrm{d}x\,, \tag{7.5.6}$$

kur $f(x)$ yra nueito atstumo iki sąveikos įvyko tikimybės tankis (t. y. dydis $f(x)\mathrm{d}x$ yra lygus tikimybei, kad iki sąveikos įvykio neutronas nueis atstumą, kurio vertė yra tarp x ir $x + \mathrm{d}x$). Iš (7.5.3) formulės aišku, kad

$$f(x) \sim \exp\left(-\frac{x}{\lambda}\right), \tag{7.5.7}$$

nes neutronų pluošto intensyvumas (neutronų skaičius per laiko vienetą ploto vienetui) duotajame gylyje x yra proporcingas tikimybei $P(x)$, kad duotasis neutronas nueis atstumą x be sąveikos, o

$f(x) = \mathrm{d}P / \mathrm{d}x$. Todėl, atsižvelgus į tai, kad tikimybės tankis yra normuotas į vienetą, iš (7.5.6) gaunama tokia vidutinio laisvojo kelio išraiška:

$$l = \frac{\int_0^\infty x \exp(-x/\lambda)\mathrm{d}x}{\int_0^\infty \exp(-x/\lambda)\mathrm{d}x} = \lambda . \tag{7.5.8}$$

Taigi, vidutinis laisvasis kelias yra lygus anksčiau apibrėžtam vidutiniam silpimo atstumui. Galima apibrėžti vidutinį laisvąjį kelią sklaidos atžvilgiu

$$l_\mathrm{s} = \frac{1}{\Sigma_\mathrm{s}}, \tag{7.5.9}$$

t. y. vidutinį neutrono kelią iki sklaidos įvykio, ir vidutinį laisvąjį kelią sugerties atžvilgiu

$$l_\mathrm{a} = \frac{1}{\Sigma_\mathrm{a}}, \tag{7.5.10}$$

t. y. vidutinį neutrono kelią iki sugerties įvykio. Kadangi

$$\Sigma = N(\sigma_\mathrm{s} + \sigma_\mathrm{a}) = \Sigma_\mathrm{s} + \Sigma_\mathrm{a}, \tag{7.5.11}$$

tai

$$\frac{1}{l} = \frac{1}{l_\mathrm{s}} + \frac{1}{l_\mathrm{a}} . \tag{7.5.12}$$

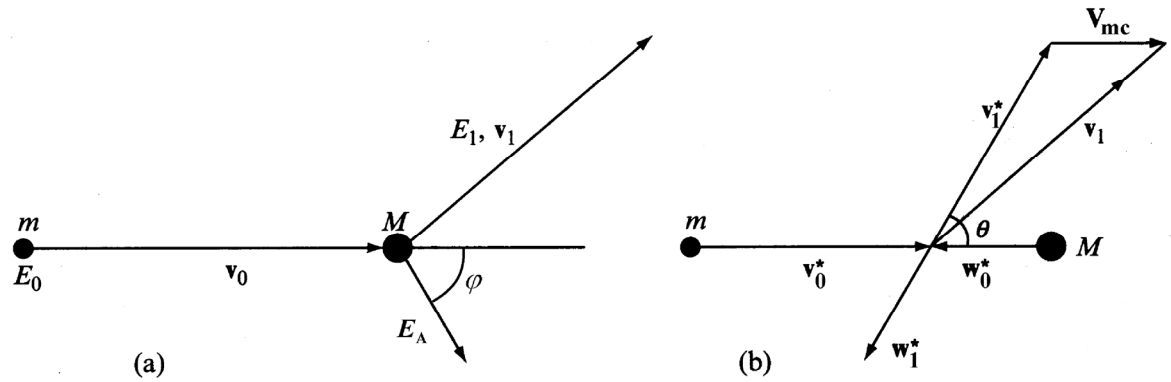
7.5.2. *Neutronų lėtinimas*

Medžiagoje neutronai lėtėja dėl tampriųjų susidūrimų su branduoliais. Išvesime formulę, kuri nusako, kaip sparčiai mažėja neutrono kinetinė energija medžiagoje. Tam išnagrinėsime neutrono, kurio masė m, pradinė energija E_0 ir pradinis greitis υ_0, tamprųjį susidūrimą su nejudančiu branduoliu, kurio masė M. Po sklaidos neutrono energija ir greitis laboratorinėje atskaitos sistemoje yra E_1ir υ_1 (žr. 7.12a pav.). Kadangi branduolys prieš susidūrimą nejuda, tai masės centro greitis V_mc yra lygus:

$$V_\mathrm{mc} = \frac{m}{m+M}\upsilon_0 . \tag{7.5.13}$$

Greičius masės centro (MC) sistemoje žymėsime su žvaigždute. Greičiai laboratorinėje atskaitos sistemoje gaunami pridedant masės centro greitį $\boldsymbol{V}_\mathrm{mc}$ prie greičių MC sistemoje. Ši sudėtis yra vektorinė. Tačiau akivaizdu, kad laboratorinėje sistemoje neutrono pradinio greičio kryptis sutampa su masės centro judėjimo kryptimi. Todėl, išreiškiant pradinį neutrono greitį, galima sudėti greičių modulius: $\upsilon_0 = \upsilon^* + V_\mathrm{mc}$. Įrašę V_mc išraišką (7.5.13) į pastarąją υ_0 išraišką ir išreiškę υ^*, gauname neutrono greičio modulį MC sistemoje (neutrono greičio modulis MC sistemoje nesikeičia susidūrimo metu, t. y. $|\boldsymbol{v}_0^*| = |\boldsymbol{v}_1^*| = \upsilon^*$):

$$\upsilon^* = \frac{M}{m+M}\upsilon_0 . \tag{7.5.14}$$



7.12 pav. Tampriosios sklaidos kinematika, kai krintančioji dalelė, kurios masė m, pradinė energija E_0 ir greitis υ_0, susiduria su nejudančia dalele, kurios masė M. (a) – laboratorinėje atskaitos sistemoje, (b) – masės centro sistemoje (iš [4])

Po sklaidos neutrono greičio kryptis jau skiriasi nuo masės centro judėjimo krypties, todėl, išreiškiant neutrono greičio vektorių po sklaidos, reikia naudoti vektorinę sumą: $\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_1^* + \mathbf{V}_{mc}$ (žr. 7.12b pav.). Pakėlę šią lygtį kvadratu, išvedame:

$$\upsilon_1^2 = (\upsilon^*)^2 + (V_{mc})^2 + 2\upsilon^* V_{mc}\cos\theta\,. \qquad (7.5.15)$$

Čia θ yra kampas tarp $\boldsymbol{v}_1^*$ ir $\boldsymbol{V}_{mc}$, t. y. sklaidos kampas *masės centro sistemoje*. Įrašę V_{mc} ir υ^* išraiškas (7.5.13) ir (7.5.14) į (7.5.15) ir pasinaudoję tuo, kad $E_1 / E_0 = (\upsilon_1 / \upsilon_0)^2$, gauname išsklaidytojo neutrono kinetinę energiją laboratorinėje atskaitos sistemoje:

$$E_1 = E_0 \frac{M^2 + m^2 + 2Mm\cos\theta}{(M+m)^2} \approx E_0 \frac{A^2 + 1 + 2A\cos\theta}{(A+1)^2}\,. \qquad (7.5.16)$$

Didžiausioji šios energijos vertė gaunama, kai $\theta = 0^\circ$ (t. y. kai sklaidos nėra): tada $E_1 = E_0$. Mažiausioji E_1 vertė gaunama, kai $\theta = 180^\circ$ (centrinis smūgis):

$$E_1(\min) = E_0\left(\frac{M-m}{M+m}\right)^2 \approx E_0\left(\frac{A-1}{A+1}\right)^2 = \alpha E_0\,. \qquad (7.5.17)$$

Ši lygybė kartu apibrėžia ir konstantą α, kuri toliau bus vartojama siekiant sutrumpinti formules.

Taigi, neutrono energija po sklaidos priklauso nuo sklaidos kampo θ (žr. (7.5.16)). Apskaičiuosime vidutinę neutrono energiją po sklaidos. Tam reikia žinoti neutrono energijos skirstinį. Kadangi neutrono galutinę energiją vienareikšmiškai nusako kampas θ, tai energijos skirstinį lemia θ skirstinys:

$$-p(\theta)\mathrm{d}\theta = P(E_1)\mathrm{d}E_1 \qquad (7.5.18a)$$

arba

$$P(E_1) = -\frac{p(\theta)}{\mathrm{d}E_1/\mathrm{d}\theta}\,; \qquad (7.5.18b)$$

čia p yra kampo θ tikimybės tankis, o P yra energijos tikimybės tankis (minuso ženklas atsirado dėl to, kad, didėjant kampui θ, energija E_1 mažėja). Mažos energijos neutronų (< 10 MeV) sklaida yra apytiksliai izotropinė. Taip yra dėl to, kad neutrono sklaida galima tik tada, kai atstumas tarp branduolio centro ir neutrono judėjimo trajektorijos yra mažesnis už branduolio spindulį R. Todėl yra sklaidomos tik tos sferinės dalinės bangos, kurių orbitinis kvantinis skaičius $l \le m\upsilon R/\hbar$. Kai neutrono kinetinė energija mažesnė už 10 MeV, $m\upsilon R/\hbar < 1$. Todėl yra sklaidomos tik dalinės bangos, kurių $l = 0$ (vadinamosios „s bangos“). Šios bangos yra izotropinės. Tai reiškia, kad, sudarius sferą, kurios centre yra sklaidos taškas, tikimybė, kad neutronas po sklaidos išlėks per tos sferos ploto elementą dS yra lygi to ploto elemento ir visos sferos ploto ($4\pi r^2$) santykiui. Remdamiesi sferos ploto elemento išraiška sferinėmis koordinatėmis (ji užrašyta 7.13 pav.) ir suintegravę azimutinio kampo ϕ atžvilgiu, gauname:

$$p(\theta)\mathrm{d}\theta = \frac{2\pi\sin\theta\mathrm{d}\theta}{4\pi} = \frac{1}{2}\sin\theta\mathrm{d}\theta\,.$$

Tai yra sklaidos į žiedinę juostą, kuri atitinka sklaidos kampus nuo θ iki $\theta + \mathrm{d}\theta$, tikimybė (žr. 7.13 pav.). Taigi,

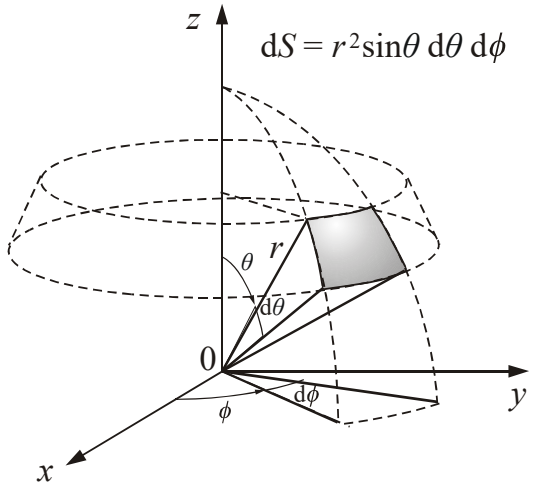
$$p(\theta) = \frac{1}{2}\sin\theta\,. \qquad (7.5.19)$$

Išvestinę dE_1/dθ nesunku apskaičiuoti pagal (7.5.16):

$$\frac{\mathrm{d}E_1}{\mathrm{d}\theta} = -\frac{2AE_0\sin\theta}{(A+1)^2}\,. \qquad (7.5.20)$$

Įrašę (7.5.19) ir (7.5.20) į (7.5.18b), gauname neutrono energijos po susidūrimo tikimybės tankį:

$$P(E_1) = \frac{1}{(1-\alpha)E_0}\,. \qquad (7.5.21)$$

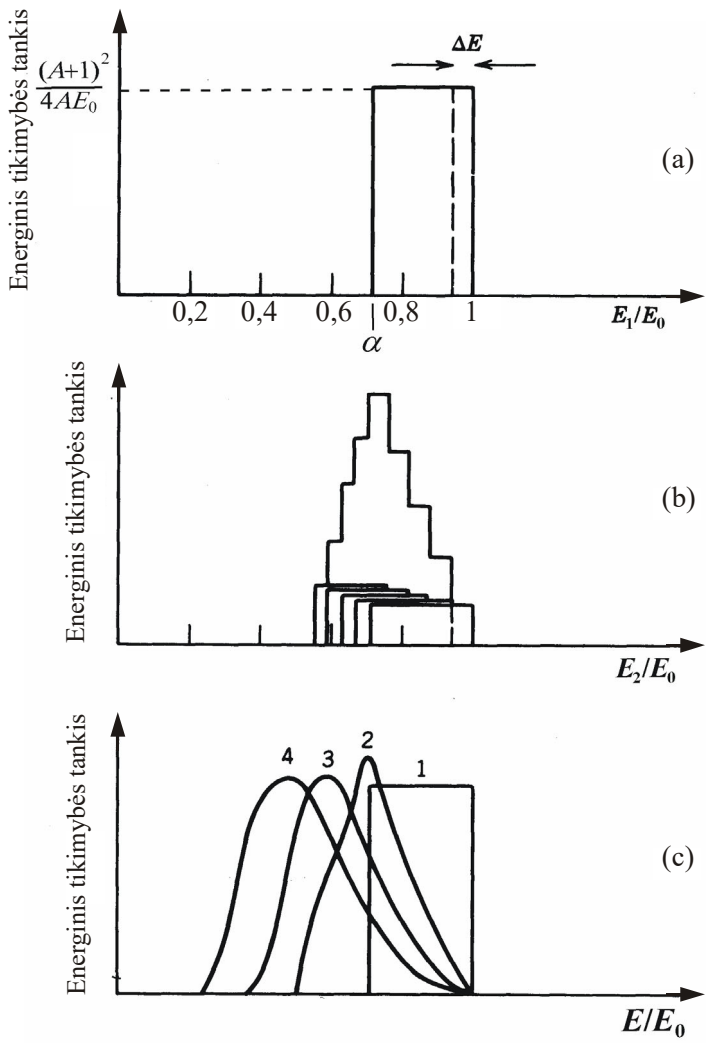


7.13 pav. Sferos paviršiaus elementas, į kurį yra išsklaidomas neutronas

Matome, kad šis tikimybės tankis yra konstanta. Tai reiškia, kad neutrono energija yra tolygiai pasiskirsčiusi tarp mažiausios energijos, kurią nusako (7.5.17) reiškinys, ir didžiausios energijos E_0 (žr. 7.14a pav.). Vadinasi, vidutinė neutrono energija po vieno sklaidos įvykio atitinka šio intervalo centrą, t. y. $\overline{E}_1 = \frac{1}{2}(1+\alpha)E_0$, o vidutinis energijos sumažėjimas yra lygus $\Delta\overline{E} = E_0 - \overline{E}_1 = \frac{1}{2}(1-\alpha)E_0$. Taigi, vidutinis *santykinis* energijos sumažėjimas $\Delta\overline{E}/E_0$ nepriklauso nuo neutrono pradinės energijos ir yra lygus $\frac{1}{2}(1-\alpha)$. Po n tampriųjų susidūrimų neutrono vidutinė energija lygi

$$\overline{E}_n = E_0\left(\frac{\overline{E}_1}{E_0}\right)^n = E_0\left(\frac{1+\alpha}{2}\right)^n . \quad (7.5.22)$$

Tačiau šis neutrono energijos matas nėra patogus praktiniu požiūriu, nes neutronų skirstinys yra labai asimetrinis: jis yra išplitęs į didelių energijų sritį. Tai reiškia, kad daugumos neutronų energijos yra daug mažesnės už $\overline{E}_n$. T. y. vidutinę neutronų energiją lemia labai didelių energijų neutronai, nors jų yra labai maža santykinė dalis. Šį išplitimą galima suprasti, išnagrinėjus, kaip kinta neutronų energijos skirstinys po vėlesnių sklaidos įvykių. Jeigu iš pradžių visų neutronų energija buvo vienoda ir lygi E_0, tai po pirmojo sklaidos vyksmo neutronų energija jau nėra vienoda: neutronų, kurie buvo išsklaidyti mažais kampais θ, energija bus artima E_0, o neutronų, kurių sklaidos kampai yra didžiausi, energija bus artima αE_0. Todėl, jeigu siekiama išreikšti neutronų energijų skirstinį po *antrojo* sklaidos vyksmo, tada (7.5.21) formulė jau negalioja (ji buvo gauta, teigiant, kad neutrono energija prieš susidūrimą yra tiksliai apibrėžta ir lygi E_0). Tačiau to skirstinio bendrąjį pavidalą galima gauti suskaidžius visą tolygųjį energijų skirstinį į daug siaurų nepersiklojančių skirstinių (pvz., 7.14a pav. vieno tokio dalinio skirstinio plotis lygus 1/5 viso intervalo [αE_0, E_0]). Jeigu tie daliniai skirstiniai yra pakankami siauri, tada po antrojo sklaidos vyksmo kiekvienas jų virsta tolygiuoju skirstiniu, kurio dešinysis kraštas atitinka energiją po pirmojo susidūrimo E_1, o kairysis kraštas yra lygus αE_1 (žr. 7.14b pav.). Pilnutinis energijos skirstinys po antrojo sklaidos vyksmo yra gaunamas, sudedant tuos dalinius skirstinius (žr. 7.14b pav.). Energijos skirstinius po vėlesnių sklaidos vyksmų galima gauti tokiu pačiu būdu. Kaip matome 7.14c pav., po kiekvieno sklaidos įvykio pasiskirstymo maksimumas pasislenka į mažų energijų pusę, t. y. tikimiausioji neutrono energija sumažėja, tačiau didžiausioji neutronų energija nekinta (ji lygi E_0). Galų gale susidaro labai asimetrinis pasiskirstymas. Praktikoje, apibūdinant šį pasiskirstymą, vietoj vidutinės neutrono energijos patogiau vartoti ***vidutinę logaritminę neutrono energiją*** E'_n:



7.14 pav. Neutrono energijos skirstinys po vieno arba kelių tampriųjų susidūrimų (iš [3]).

(a) Neutrono, kurio pradinė energija E_0, energijos skirstinys po pirmojo tampriojo susidūrimo su ^{12}C branduoliu.

(b) Padalijus išsklaidytojo neutrono energijos skirstinį į 5 vienodus siaurus skirstinius, po antrojo tampriojo susidūrimo gaunami 5 tolydieji skirstiniai, kurių suma yra skirstinys su maksimumu.

(c) Tiksliai apskaičiuotieji energijos skirstiniai po 1, 2, 3 ir 4 tampriųjų susidūrimų

$$E'_n \equiv \exp(\overline{\ln E_n}) , \quad (7.5.23)$$

kuri yra arčiau tikimiausios energijos, t. y. geriau nusako daugumos neutronų energiją negu vidutinė energija $\overline{E}_n$. Išreikšime E'_n. Tam nustatysime neutrono energijos natūraliojo logaritmo vidutinį sumažėjimą po vieno sklaidos įvykio. Šis dydis vadinamas ***vidutiniu logaritminiu energijos dekrementu*** ir žymimas ξ:

$$\xi = \overline{\ln(E_0 / E_1)} = \int_{\alpha E_0}^{E_0} \ln(E_0 / E_1) P(E_1)\,\mathrm{d}E_1 = \ln E_0 - \overline{\ln E_1}\,. \tag{7.5.24}$$

Įrašę $P(E_1)$ išraišką (7.5.21) į (7.5.24), matome:

$$\xi = \frac{1}{1-\alpha}\int_1^{\alpha} \ln x\,\mathrm{d}x = 1 + \frac{\alpha}{1-\alpha}\ln\alpha. \tag{7.5.25}$$

Išreiškus α pagal (7.5.17),

$$\xi = 1 + \frac{(A-1)^2}{2A}\ln\left(\frac{A-1}{A+1}\right). \tag{7.5.26}$$

Iš (7.5.26) formulės išplaukia, kad vidutinis logaritminis energijos dekrementas nepriklauso nuo pradinės energijos E_0. Vadinasi, po kiekvieno tampriojo susidūrimo vidutinė $\ln E$ vertė sumažėja pastoviu dydžiu ξ. Todėl po n susidūrimų vidutinė $\ln E_n$ vertė yra lygi

$$\overline{\ln E_n} = \ln E_0 - n\xi\,. \tag{7.5.27}$$

Pagal vidutinės logaritminės energijos E'_n apibrėžtį (7.5.23) kairiojoje (7.5.27) lygybės pusėje esantis reiškinys yra lygus $\ln E'_n$. Todėl

$$\ln E'_n = \ln E_0 - n\xi\,. \tag{7.5.28}$$

Dabar galime apskaičiuoti, kiek vidutiniškai sklaidos įvykių turi patirti neutronas, kad jo energija sumažėtų nuo pradinės energijos E_0 iki duotos vidutinės logaritminės energijos E'_n:

$$n = \frac{1}{\xi}\ln\frac{E_0}{E'_n}\,. \tag{7.5.29}$$

Šią formulę galima panaudoti skaičiuojant susidūrimų skaičių, kuris reikalingas greitųjų neutronų pavertimui šiluminiais neutronais. Tam vietoj E'_n reikia vartoti vidutinę šiluminę energiją kT. 7.1 lentelėje pateiktos kelių nuklidų α, ξ ir n vertės, kai pradinė neutrono energija yra 2 MeV (tai yra tipiška branduolio dalijimosi metu išspinduliuoto neutrono energija).

7.1 lentelė. Kelių nuklidų neutronų sklaidos parametrai (iš [4])

Nuklidas	α	ξ	n (iki termalizacijos)
^{1}H	0	1,000	18
^{2}H	0,111	0,725	25
^{4}He	0,360	0,425	43
^{12}C	0,716	0,158	115
^{238}U	0,983	0,0084	2200

Anksčiau aprašytasis n skaičiavimo būdas nėra tinkamas, kai neutrono energija prieš susidūrimą yra artima šiluminei energijai, nes tada jau negalima tvirtinti, kad taikinio branduoliai prieš susidūrimą nejuda. Todėl susidūrimo metu neutrono energija gali ne tik sumažėti, bet ir padidėti (taip atsitinka tada, kai branduolio greičio kryptis yra priešinga krintančiojo neutrono greičio krypčiai). Nusistovėjus termodinaminei pusiausvyrai, neutrono greičio skirstinys yra Maksvelo skirstinys:

$$f(\upsilon)\mathrm{d}\upsilon = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}\upsilon^2\exp\left(-\frac{m\upsilon^2}{2kT}\right)\mathrm{d}\upsilon\,; \tag{7.5.30}$$

čia υ yra neutrono greitis, o $f(\upsilon)$ yra neutrono greičio tikimybės tankis. Neutrono energijos skirstinys termodinaminės pusiausvyros sąlygomis išreiškiamas šitaip:

$$f(E)\mathrm{d}E = \frac{2\pi}{(\pi kT)^{3/2}}E^{1/2}\mathrm{e}^{-E/kT}\mathrm{d}E\,. \tag{7.5.31}$$

7.5.3. *Neutronų sukeltas radioaktyvumas*

Vienas iš (n, γ) reakcijų taikymų yra radioaktyvių nuklidų gaminimas. Pagavus neutroną, branduolys dažnai tampa beta radioaktyviu. Iš branduolinės reakcijos spartos bendrosios išraiškos (6.2.10) išplaukia, kad per laiko vienetą sukurtų radioaktyvių branduolių skaičius priklauso nuo trijų daugiklių: taikinio (neradioaktyvių) branduolių skaičiaus N, krintančiųjų dalelių (neutronų) srauto tankio j ir reakcijos skerspjūvio σ:

$$R = Nj\sigma\,. \tag{7.5.32}$$

Kadangi, branduoliui pagavus neutroną, pasikeičia branduolio sandara, tai po šio įvykio taikinio branduolių skaičius sumažėja vienetu. Vėliau, kai branduolys skyla dėl beta skilimo, susidaro kitas branduolys, kuris taip pat skiriasi nuo taikinio branduolio. Taigi, dėl vykdomos reakcijos taikinio branduolių skaičius N mažėja. Atitinkamai pagal (7.5.32) formulę mažėja ir reakcijos sparta R. Tačiau tas sumažėjimas dažniausiai yra labai nežymus. Apskaičiuosime jo didumo eilę. Sandauga $j\sigma$ – tai tikimybė, kad vienas konkretus branduolys per laiko vienetą pagaus neutroną. Tipiškas dalelių (taip pat ir neutronų) srauto tankis branduoliniame reaktoriuje yra 10^{14} s^{-1} cm^{-2} eilės (beje, tokios pačios eilės būna ir elektringųjų dalelių srautas, kuris gaunamas dalelių greitintuve), o tipiški reakcijos skerspjūviai yra barnų eilės (t. y. 10^{-24} cm^2). Vadinasi, minėtoji tikimybė yra 10^{-10} s^{-1} eilės. Taigi, net jeigu reakcija vykdoma kelias valandas (~10^4 s), santykinė paveiktų branduolių dalis vis tiek bus labai maža (< 10^{-6}). Todėl galima teigti, kad taikinio branduolių skaičius N yra pastovus ir atitinkamai reakcijos sparta R taip pat yra pastovi.

Branduolių, kurie atsiranda dėl branduolinės reakcijos, skaičių žymėsime N_1. Tie branduoliai skyla su skilimo konstanta λ_1, virsdami stabiliais branduoliais. Vadinasi, N_1 didėja dėl branduolinės reakcijos (su sparta R) ir mažėja dėl radioaktyviojo skilimo. Atitinkamai skaičiaus N_1 pokytį per nykstamąjį laiką galima išreikšti kaip dviejų dėmenų sumą – didėjimą dėl reakcijos nusako teigiamas dėmuo, o mažėjimą dėl skilimo nusako neigiamas dėmuo:

$$\mathrm{d}N_1 = R\mathrm{d}t - \lambda_1 N_1 \mathrm{d}t\,. \tag{7.5.33}$$

Šios diferencialinės lygties sprendinys, atitinkantis pradinę sąlygą $N_1(0) = 0$, yra

$$N_1(t) = \frac{R}{\lambda_1}(1 - \mathrm{e}^{-\lambda_1 t})\,. \tag{7.5.34}$$

Skilimų skaičius per laiko vienetą yra vadinamas ***aktyvumu***. Jeigu tam tikru laiko momentu bandinyje yra N_1 radioaktyvių branduolių, kurių skilimo konstanta λ_1, tada bandinio aktyvumas tuo laiko momentu yra lygus

$$\Phi(t) = \lambda_1 N_1(t)\,. \tag{7.5.35}$$

Įrašius (7.5.34) į (7.3.35), gaunama aktyvumo priklausomybė nuo laiko, kai vienu metu vyksta radioaktyviųjų branduolių kūrimas dėl branduolinės reakcijos ir jų skilimas:

$$\Phi(t) = R(1 - \mathrm{e}^{-\lambda_1 t})\,. \tag{7.5.36}$$

Jeigu apšvitinimo neutronais trukmė yra daug mažesnė už skilimo pusamžį (t. y. $\lambda_1 t << 1$), tada, pasinaudojus matematine tapatybe $\exp(x) \approx 1 + x$, kuri tinka kai $|x| << 1$, iš (7.5.36) išplaukia

$$\Phi(t) \approx R\lambda_1 t \qquad (\lambda_1 t << 1) \tag{7.5.37a}$$

Taigi, iš pradžių aktyvumas tiesiškai didėja laike. Taip yra dėl to, kad iš pradžių antrinių radioaktyvių branduolių skaičius laike didėja tiesiškai. Kai apšvitinimo laikas yra daug didesnis už pusamžį (t. y. $\lambda_1 t >> 1$), tada eksponentinis dėmuo (7.5.36) reiškinyje artėja prie nulio ir aktyvumas tampa apytiksliai pastovus:

$$\Phi(t) \approx R \qquad (\lambda_1 t >> 1) \tag{7.5.37b}$$

Šiuo atveju reakcijos sparta yra lygi skilimo spartai. T. y. per laiko vienetą yra sukuriama tiek pat radioaktyvių branduolių, kiek jų skyla per laiko vienetą.

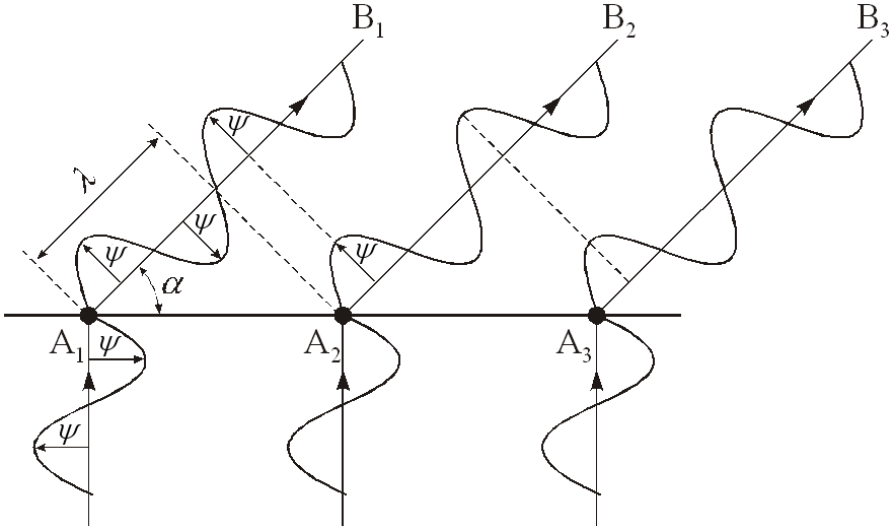
Kadangi aktyvumą Φ, kuris yra (7.5.36) lygybės kairiojoje pusėje, galima išmatuoti, tai, žinant λ_1 ir t, galima eksperimentišai nustatyti reakcijos spartą R. Kadangi reakcijos sparta išreiškiama trijų daugiklių sandauga (7.5.32), tai, žinant du iš tų daugiklių, galima nustatyti trečiąjį. Pvz., jeigu yra žinomi taikinio branduolių skaičius N ir neutronų pagavimo skerspjūvis σ, tada išmatavus Φ galima nustatyti neutronų srauto tankį j. Kitu atveju – kai yra žinomas srauto tankis j – galima išmatuoti σ arba taikinio medžiagos kiekį N.

7.5.4. *Neutronų difrakcija kristaluose*

Naudojant neutronų pluoštus, yra ypač lengva tirti efektus, kurie susiję su dalelių banginėmis savybėmis. Anksčiau buvo minėti dalelių difrakcijos nuo branduolio kraštų atvejai. Tokia difrakcija pasireiškia tik tada, kai krintančiųjų dalelių bangos ilgis yra tos pačios eilės kaip branduolio matmenys. Tačiau neutronų difrakciją galima tirti ir naudojant daug didesnių bangos ilgių neutronus. Dažniausiai yra tiriama mažos energijos (šiluminių) neutronų difrakcija kristaluose.

Yra žinoma, kad regimosios šviesos difrakciją galima tirti naudojant difrakcinę gardelę (vienodų lygiagrečių siaurų plyšių sistemą). Apšvietus difrakcinę gardelę monochromatine šviesa ir padėjus ekraną už difrakcinės gardelės, vietoj geometriškai tikslaus plyšių atvaizdo gaunamos lygiagrečios šviesios ir tamsios juostos, kurių plotis priklauso nuo bangos ilgio ir nuo atstumo tarp gretimų plyšių (difrakcinės gardelės periodo). Todėl, žinant gardelės periodą ir išmatavus difrakcinių juostų plotį, galima nustatyti bangos ilgį. Ir atvirkščiai: žinant bangos ilgį, pagal difrakcinių juostų plotį galima nustatyti gardelės periodą. Tačiau ryškus difrakcinis vaizdas susidaro tik tuo atveju, kai gardelės periodas yra tos pačios eilės kaip bangos ilgis: jeigu periodas daug didesnis už bangos ilgį, tada gaunamas geometriškai tikslus plyšių sistemos atvaizdas, o jeigu daug mažesnis, tada gaunamas tolygus apšviestumas. Šiluminių neutronų bangos ilgis yra 0,1 nm eilės (0,1 nm = 1 Å, čia Å yra ***angstremo*** žymuo), t. y. tos pačios eilės kaip atstumai tarp kietojo kūno atomų. Būtų sudėtinga pagaminti difrakcinę gardelę su tokiu mažu periodu. Laimei, gamtoje egzistuoja natūralios difrakcinės gardelės, kurių periodas yra angstremų eilės. Tai yra ***kristalai*** – kietosios medžiagos, kurių atomų, molekulių arba jonų išsidėstymas erdvėje yra tvarkingas ir periodinis.

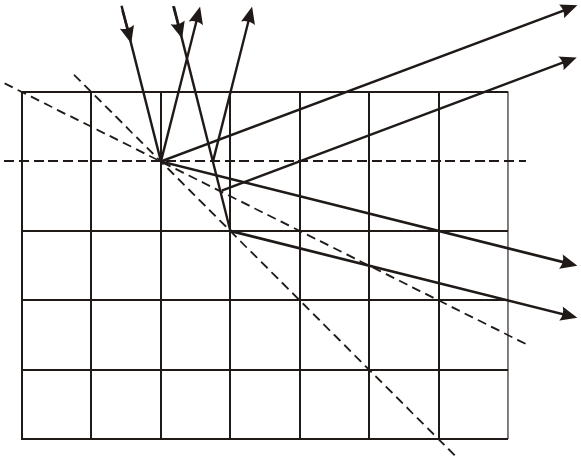
Pirminė difrakcijos priežastis yra bangų koherentinė sklaida medžiagoje (***koherentinė sklaida*** – tai sklaida, kurios metu nepakinta bangos dažnis). Kritus į kristalą apibrėžtos krypties bangai, atsiranda įvairiomis kryptimis sklindančios to paties dažnio ***išsklaidytosios*** bangos. Skirtinguose kristalo taškuose išsklaidytos bangos yra koherentinės, t. y. turi pastovų fazių skirtumą, kuris priklauso nuo sklaidos krypties, ir yra vienodai poliarizuotos. Koherentinės bangos interferuoja, t. y., susidedant dviem koherentinėms bangoms, suminis intensyvumas gali skirtis nuo tų bangų intensyvumų sumos priklausomai nuo jų fazių skirtumo. Skaičiuojant kristale išsklaidytų bangų interferencinių maksimumų ir minimumų kryptis, pakanka atsižvelgti tik į bangas, kurios išsklaidytos *vienarūšiuose* kristalo taškuose (t. y. taškuose, kurių aplinka yra vienoda), nes tuose taškuose išsklaidytų bangų amplitudės yra vienodos, todėl jos gali tiksliai „panaikinti“ viena kitą dėl interferencijos. Vienarūšių kristalo taškų (pvz., kurios nors vienos rūšies branduolių) visuma sudaro vadinamąją ***kristalo gardelę***, o tie taškai vadinami ***gardelės mazgais***. Jeigu visuose gardelės mazguose duotąja kryptimi išsklaidytų bangų fazės sutampa (tiksliau, skiriasi dydžiu $2\pi n$, kur n yra sveikasis skaičius), tada visų ta kryptimi išsklaidytų bangų amplitudės susideda, t. y. bangos „stiprina“ viena kitą dėl tarpusavio interferencijos. Tokios kryptys vadinamos ***difrakcinių maksimumų*** kryptimis. Pvz., 7.15 pav. mazge A_1 išsklaidytos bangõs (banginės funkcijos) A_1B_1 ženklas visais laiko momentais sutampa su gretimame mazge A_2 ta pačia kryptimi išsklaidytos bangos A_2B_2 ženklu (fazių skirtumas lygus 2π), todėl abi bangos A_1B_1 ir



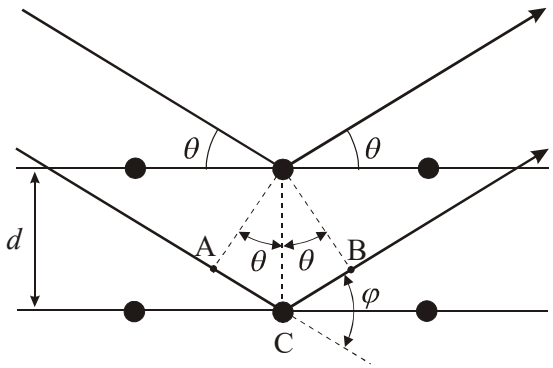
7.15 pav. Difrakcinio maksimumo susidarymas

A_2B_2 stiprina viena kitą. Kadangi visi gardelės mazgai yra išsidėstę vienodais intervalais vienas nuo kito, tai kitame mazge A_3 ta pačia kryptimi išsklaidytos bangos A_3B_3 amplitudė taip pat susideda su bangos A_1B_1 amplitude ir t. t. Todėl kryptis A_1B_1, kurią nusako kampas α, atitinka difrakcinį maksimumą. Dažniausiai būna kelios difrakcinių maksimumų kryptys. Visomis kitomis kryptimis kiekvienam gardelės mazgui galima surasti kitą mazgą, kuriame išsklaidytos bangos fazė yra priešinga, t. y. visus gardelės mazgus galima sugrupuoti į poras taip, kad kiekvienoje poroje išsklaidytos bangos duotąja kryptimi susidėdamos pasinaikintų. Iš šio aiškinimo akivaizdu, kad svarbiausias veiksnys difrakcijoje yra periodinis vienarūšių atomų išsidėstymas erdvėje. Jeigu atomai būtų išsidėstę netvarkingai, tada, nepriklausomai nuo pasirinktosios sklaidos krypties ir nuo pasirinkto atomų grupavimo į poras būdo, vienose atomų porose bangos silpnintų viena kitą, o kitose – stiprintų viena kitą, todėl išsklaidytoji spinduliuotė būtų tolydžiai pasiskirsčiusi visomis kryptimis (be ryškių maksimumų ir minimumų).

Kaip minėta, difrakcinis vaizdas, kuris susidaro dėl bangų difrakcijos kristale, yra *išsklaidytųjų* sferinių bangų, kurių centrai sutampa su gardelės mazgais, interferencijos pasekmė. Tačiau lygiai tą patį vaizdą gautume, jeigu tartume, kad krintančioji banga *atsispindi* nuo kristalografinių plokštumų (taip yra vadinamos plokštumos, kuriose išsidėstę kristalo gardelės mazgai). Vartojant tokį įvaizdį, difrakcinis vaizdas – tai nuo įvairių kristalografinių plokštumų atsispindėjusių bangų interferencijos pasekmė. Per kiekvieną kristalo gardelės mazgą galima nubrėžti daug kristalografinių plokštumų (žr. 7.16 pav.), ir kiekviena plokštuma atspindės bangą tokia kryptimi, kad atspindžio kampas būtų lygus kritimo kampui. Tačiau reikia atsižvelgti į tai, kad atspindys duotąja kryptimi vyksta ne nuo vienos kristalografinės plokštumos, kuri eina per duotąjį mazgą, tačiau ir nuo visų kitų kristalografinių plokštumų, kurios lygiagrečios duotajai plokštumai. Gali atsitikti taip, kad kiekvienai kristalografinei plokštumai, kuri atspindi bangą duotąja kryptimi, galima surasti kitą lygiagrečią plokštumą, nuo kurios atsispindėjusi banga turi priešingą fazę (tiksliau, šių dviejų atsispindėjusių bangų fazių skirtumas lygus $(2n + 1)\pi$, kur n yra sveikasis skaičius). Tada visos duotąja kryptimi atsispindėjusios bangos poromis pasinaikina ir ta kryptimi matomas nulinis intensyvumas (difrakcinis minimumas). Jeigu nuo gretimų lygiagrečių kristalografinių plokštumų atsispindėjusių bangų fazių skirtumas yra skaičiaus 2π kartotinis, tada visos ta kryptimi atsispindėjusios bangos viena kitą stiprina ir matomas difrakcinis maksimumas. Kadangi bangos fazės pokytis dydžiu 2π atitinka bangos ilgio nueitą kelią, tai difrakcinio maksimumo sąlygą galima suformuluoti šitaip: difrakcinių maksimumų kryptys – tai tos kryptys, kuriomis atsispindėjusių nuo gretimų lygiagrečių kristalografinių plokštumų bangų eigos skirtumas lygus sveikam bangos ilgių skaičiui (žr. 7.17 pav.).



7.16 pav. Bangos atspindys nuo plokštumų, kuriose išsidėstę kristalo gardelės mazgai (kristalografinių plokštumų). Gardelės mazgus vaizduoja tinklo mazgai, o kristalografines plokštumas – brūkšninės linijos



$\Delta l = |AC| + |CB| = 2d \sin\theta$

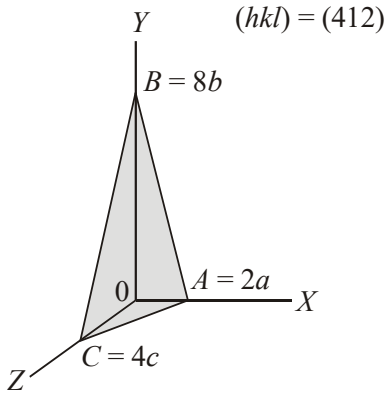
7.17 pav. Bangų, kurios atsispindėjo nuo lygiagrečių kristalografinių plokštumų, eigos skirtumo Δl skaičiavimas. θ – spindesio kampas, φ – sklaidos kampas ($\varphi = 2\theta$)

Šios sąlygos matematinė išraiška, kurią 1912 m. išvedė anglų fizikas W. L. Bregas (*Bragg*), o 1913 m. – rusų fizikas G. V. Vulfas, yra vadinamoji ***Brego lygtis*** arba ***Brego ir Vulfo sąlyga***:

$$2d\sin\theta = n\lambda \quad (n = 0, 1, 2, \ldots); \tag{7.5.38}$$

čia d yra atstumas tarp gretimų plokštumų duotoje kristalografinių plokštumų šeimoje, o θ yra kampas tarp krintančiojo spindulio ir kristalografinės plokštumos (žr. 7.17 pav.). Kampas θ vadinamas ***spindesio kampu***. Skaičius n vadinamas ***atspindžio eile***.

Kiekviename kristale galima išskirti mažiausio tūrio sandaros elementą, kurio geometrija suteikia visą informaciją apie kristalą. T. y. visą kristalą galima sudaryti sudėjus vienodus sandaros elementus vieną šalią kito. Toks mažiausio tūrio sandaros elementas vadinamas ***elementariuoju narveliu*** arba ***Bravė narveliu*** (XIX a. prancūzų fiziko *A. Bravais* vardu). Jis yra stačiakampio gretasienio (atskirais atvejais –kubo) formos. Jo briaunų ilgiai – tai kristalo ***gardelės periodai*** atitinkamomis kryptimis. Trys tiesės, kurios lygiagrečios elementariojo narvelio briaunos ir kurios kertasi viename taške, yra vadinamos ***kristalografinėmis ašimis***. Kristalų sandaros analizėje kristalografinės ašys atlieka koordinačių ašių vaidmenį. Bet kurios kristalografinės plokštumos orientaciją galima nusakyti trimis atkarpomis A, B ir C, kurias ta plokštuma atkerta kristalografinėse ašyse (žr. 7.18 pav.). Atkarpų A, B ir C ilgį galima išreikšti dydžiais A/a, B/b ir C/c; čia a, b ir c yra kristalo gardelės periodai (Bravė gardelės elementariojo narvelio briaunų ilgiai). 7.18 pav. atveju šie santykiai lygūs atitinkamai 2, 8 ir 4. Tačiau kristalų sandaros analizėje kristalografinės plokštumos orientaciją patogiau nusakyti ne santykiais A/a, B/b ir C/c, o jiems *atvirkštiniais* dydžiais, padalytais iš didžiausiojo bendrojo daliklio. Šie trys skaičiai vadinami kristalografinės plokštumos Milerio indeksais. Taigi, ***kristalografinės plokštumos Milerio indeksai*** – tai trys neturintys bendro daliklio sveikieji skaičiai, kurie proporcingi atvirkštinėms koordinatėms taškų, kuriuose kristalografinė plokštuma kerta kristalografines ašis. Kristalografinės plokštumos Milerio indeksai rašomi tarp apvaliųjų skliaustų: (hkl). Pvz., 7.18 pav. pavaizduotos plokštumos Milerio indeksai yra (412). Plokštumos, kuri lygiagreti kuriai nors kristalografinei ašiai, atitinkamas Milerio indeksas lygus nuliui. Pvz., 7.19 pav. viršutiniame kairiajame brėžinyje pavaizduotų kristalografinių plokštumų Milerio indeksai yra (100) (ši plokštuma lygiagreti Y ir Z ašims). 7.19 pav. yra pavaizduotos ir kai kurios kitos kubinės simetrijos kristalo kristalografinės plokštumos.

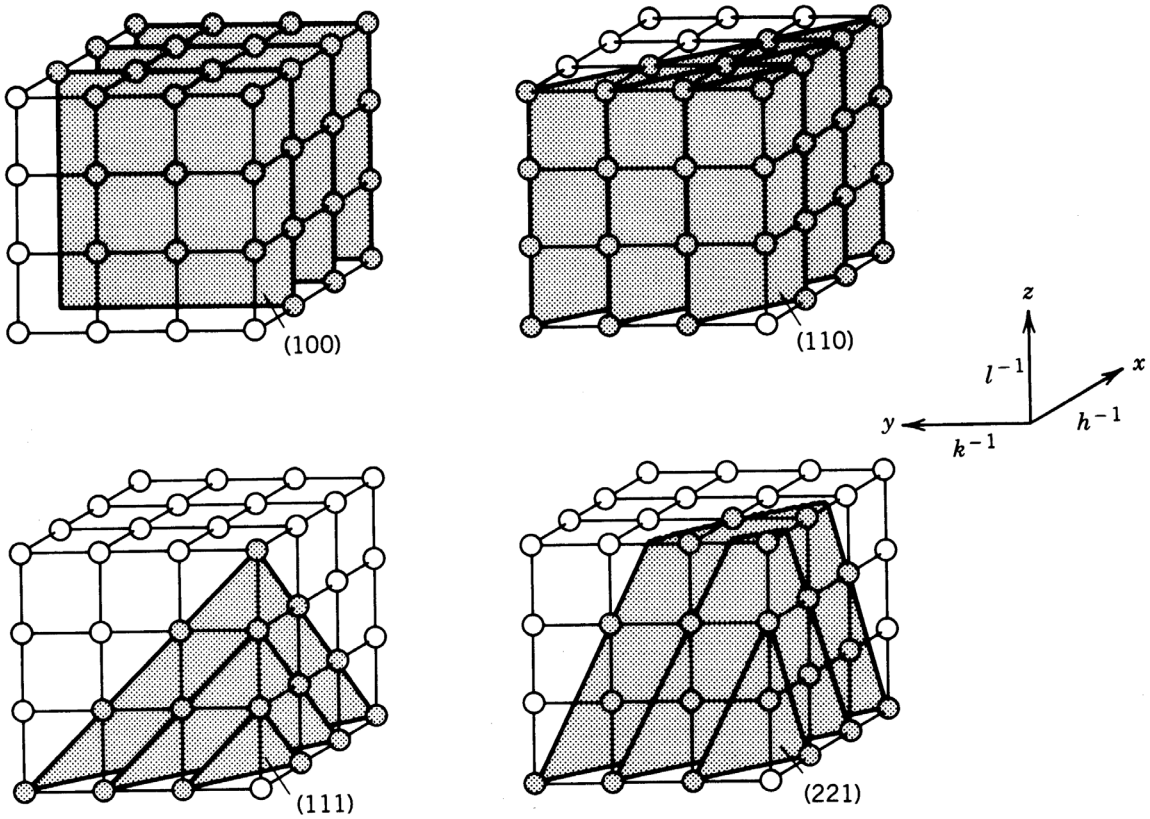


7.18 pav. Plokštumos Milerio indeksų skaičiavimo pavyzdys

Tiriant neutronų difrakciją kristale, atspindžio plokštumų šeimą galima pasirinkti laisvai. Atspindžio intensyvumas priklauso nuo atomų paviršinio tankio duotojoje atominėje plokštumoje ir nuo neutronų sąveikos su branduoliais ypatybių (be to, bendruoju atveju reikia atsižvelgti į tai, kad net ir grynas kristalas yra sudarytas iš kelių duotojo elemento izotopų, su kuriais neutronai sąveikauja skirtingai). Didžiausias atomų paviršinis tankis yra (100) plokštumose.

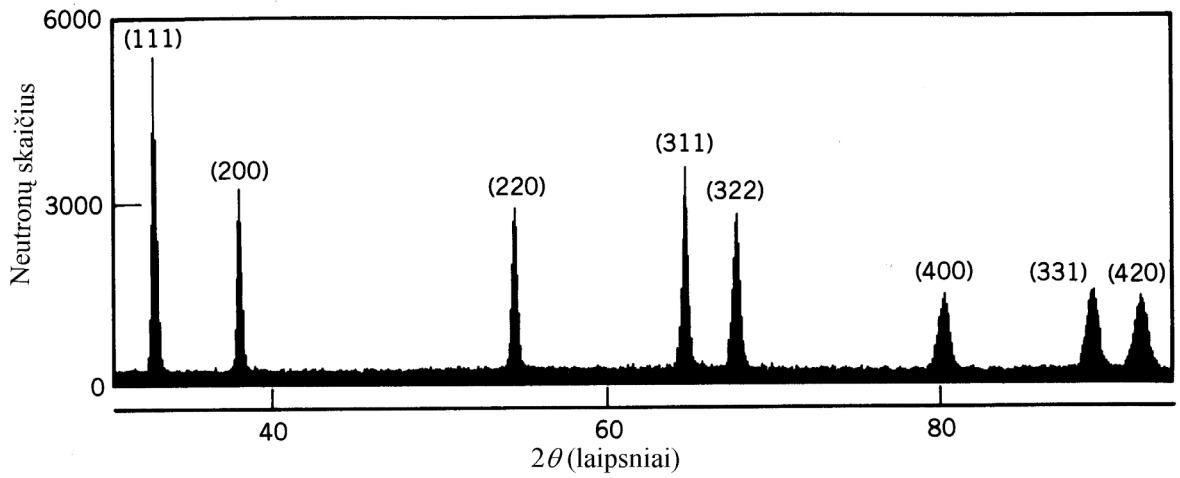
Nukreipus lygiagretų vienos energijos neutronų srautą į idealaus kristalo paviršių, bendruoju atveju nebus stebimas difrakcijos maksimumas, nes yra labai maža tikimybė, kad kristale atsiras kristalografinių plokštumų šeima, kurios atstumas tarp gretimų plokštumų d ir spindesio kampas θ tiksliai atitiks Brego sąlygą (7.5.38). Tačiau, jeigu bandinys yra miltelių pavidalo, t. y. sudarytas iš labai didelio skaičiaus netvarkingai orientuotų mažų kristalų, tada *kiekvienai* kristalografinių plokštumų šeimai atsiras kristalų, kurių orientacija erdvėje atitinka Brego sąlygą (7.5.38). Todėl šiuo atveju bus stebimi difrakciniai maksimumai keliomis kryptimis. 7.20 pav. pavaizduotas vienos energijos neutronų, išsklaidytų nikelio milteliuose, kampinis pasiskirstymas. Tokie tyrimai atliekami siekiant nustatyti kristalo struktūros tipą.

Kitas neutronų difrakcijos kristaluose taikymas remiasi tuo, kad yra naudojamas neutronų pluoštas, kurį sudaro įvairių energijų neutronai (pvz., neutronai, kurie gaunami iš branduolinio reaktoriaus). Jeigu tas pluoštas krinta į kristalą, kurio paviršius yra lygiagretus tam tikroms kristalografinėms plokštumoms, tada kryptimi, kuri atitinka veidrodinį atspindį nuo kristalo paviršiaus (žr. 7.21 pav.), atsispindės tik vienos energijos neutronai. Taip yra todėl, kad, uždavus difrakcinio maksimumo parametrus d, θ ir n, Brego sąlygą (7.5.38) tenkins tik vienas bangos ilgis. Nežymiai

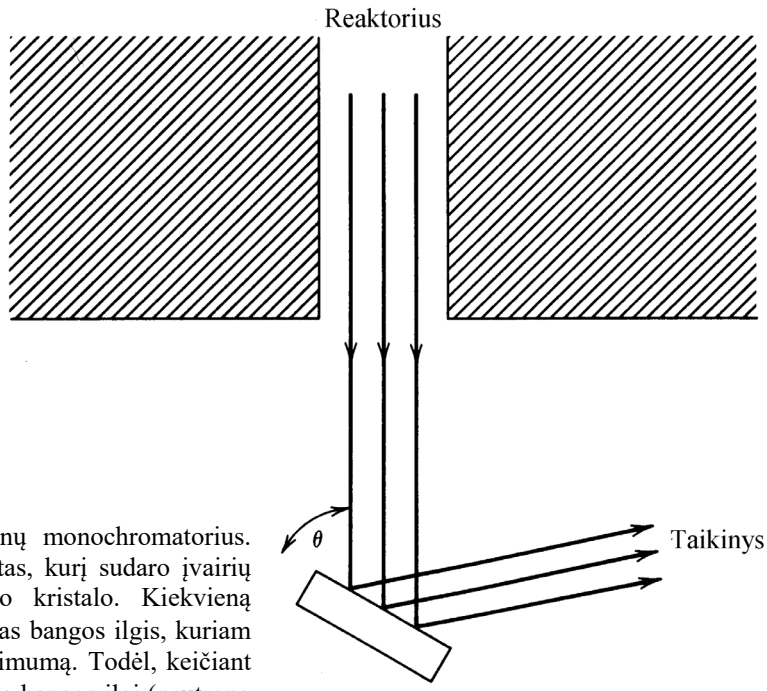


7.19 pav. Kubinės gardelės kristalografinės (atominės) plokštumos ir jų Milerio indeksai. Pirmajame brėžinyje taškų, kuriuose plokštuma kerta koordinačių ašis, koordinatės yra $x = 1$, $y = \infty$, $z = \infty$, todėl atitinkami Milerio indeksai yra (100). Paskutiniajame brėžinyje sankirtos kraštų koordinatės yra $x = 1$, $y = 1$, $z = 2$, todėl plokštumos krypties indeksai yra $(11\frac{1}{2})$, t. y. (221)

pakeitus kampą θ, tą pačią Brego sąlygą (su tais pačiais d ir n) atitiks jau kitas bangos ilgis, t. y. veidrodinis atspindys pasireikš jau kitos energijos neutronams. Taigi, toks įrenginys gali būtu naudojamas kaip ***neutronų monochromatorius***, t. y. vienos energijos neutronų šaltinis. Neutronų energijos neapibrėžtumą lemia pluošto kampinė sklaida.



7.20 pav. Neutronų, kurių bangos ilgis 0,114 nm, difrakcijos spektras nikelio milteliuose. Ant x ašies atidėtas sklaidos kampas 2 θ, o virš maksimumų nurodyti kristalografinių plokštumų, nuo kurių atsispindi neutronai, Milerio indeksai



7.21 pav. Mažos energijos neutronų monochromatorius. Siauras lygiagretus neutronų pluoštas, kurį sudaro įvairių energijų neutronai, atsispindi nuo kristalo. Kiekvieną spindesio kampą θ atitinka tam tikras bangos ilgis, kuriam tas kampas atitiks difrakcijos maksimumą. Todėl, keičiant kampą θ, galima pasirinkti reikalingą bangos ilgį (neutrono energiją)

8. Branduolinių ir termobranduolinių reaktorių fizikos pradmenys

8.1. Branduolių dalijimosi reakcija ir jos energija

8.1.1. *Branduolio dalijimosi metu išsiskirianti energija*

Energiją Q, kuri išsiskiria dalijantis branduoliui, kurio masė M, į dvi skeveldras, kurių masės M_1 ir M_2, galima išreikšti kaip pirminio branduolio rimties energijos ir dalijimosi skeveldrų pilnutinės rimties energijos skirtumą. Todėl

$$Q = E_{R1} + E_{R2} - E_R\,; \tag{8.1.1}$$

čia E_R yra pirminio branduolio ryšio energija, E_{R1} ir E_{R2} yra jo skeveldrų ryšio energijos, Išreiškę pilnutines ryšio energijas E_R, E_{R1}, E_{R2} savitosiomis ryšio energijomis δE_R, δE_{R1}, δE_{R2}, gauname:

$$Q = A_1\delta E_{R1} + A_2\delta E_{R2} - A\delta E_R = A_1\delta E_{R1} + (A - A_1)\delta E_{R2} - A\delta E_R = A_1(\delta E_{R1} - \delta E_{R2}) + A(\delta E_{R2} - \delta E_R); \tag{8.1.2}$$

čia A, A_1 ir A_2 yra pirminio branduolio ir jo skeveldrų masės skaičiai. Vadinasi, kad branduolio dalijimasis būtų „energiškai naudingas“ (t. y. kad energija Q būtų teigiama), reikia, kad bent vienas iš dviejų skirtumų šioje formulėje būtų teigiamas. Pagrindinis veiksnys, kuris lemia savitąją ryšio energiją, yra branduolio masė (žr. 2.2 pav.). Skeveldrų masės skiriasi viena nuo kitos mažiau negu vienos skeveldros ir pirminio branduolio masės. Todėl Q ženklą lemia antrojo dėmens ženklas. Vadinasi, dalijimasis yra energiškai naudingas tada, kai skeveldrų savitoji ryšio energija yra didesnė už pirminio branduolio savitąją ryšio energiją. T. y. A vertė turi būti toje 2.2 pav. kreivės srityje, kurioje savitoji ryšio energija didėja mažėjant A vertei. Tai atitinka sunkiuosius branduolius.

Apytiksliai apskaičiuosime energiją, kuri išsiskiria skylant ^{238}U branduoliui į dvi vienodos sudėties skeveldras ($^{119}_{46}$Pd). Kaip matyti iš 3.9 pav., ^{238}U savitoji ryšio energija yra maždaug 7,6 MeV, o kai A = 119, ši energija yra maždaug 8,5 MeV. Kadangi abi skeveldros yra vienodos sudėties, tai jų savitosios ryšio energijos yra vienodos. Todėl (8.1.2) formulėje nelieka pirmojo dėmens ir išsiskyrusi energija yra lygi

$$Q = A(\delta E_{R2} - \delta E_R) = 238 \cdot (8{,}5 - 7{,}6)\ \text{MeV} = 214\ \text{MeV}\,.$$

Ši energijos vertė yra netiksli, nes: 1) dviejų skeveldrų masės nebūtinai yra vienodos, 2) dalį energijos nusineša neutronai, kurie taip pat atsiranda dalijantis branduoliui. Pvz., tipiška ^{235}U dalijimosi lygtis yra šitokia:

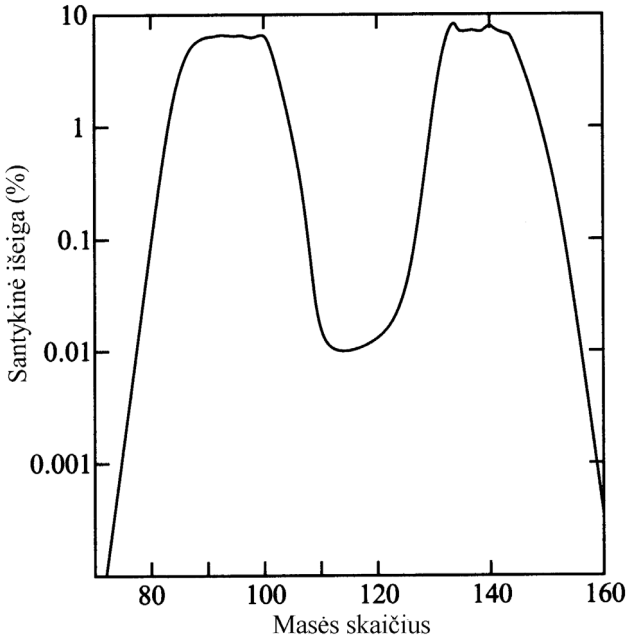
$$^{235}\text{U} + \text{n} \rightarrow {}^{236}\text{U}^* \rightarrow {}^{93}\text{Rb} + {}^{141}\text{Cs} + 2\text{n}. \tag{8.1.3}$$

Tačiau ir tikslesnė analizė rodo, kad vidutinė išsiskyrusi energija, atitinkanti vieną branduolio dalijimąsi, yra artima 200 MeV.

Didžioji šios energijos dalis (maždaug 170 MeV) – tai skeveldrų kinetinė energija, kurią jos įgyja dėl tarpusavio Kulono stūmos jėgos. Likusioji energija – tai dviejų arba trijų neutronų, kurie atsirado dalijantis branduoliui (žr. (8.1.3)), ir gama spinduliuotės energija. Gama spinduliuotė atsiranda todėl, kad skeveldros dažniausiai turi kelių MeV sužadinimo energiją, kurią greitai (greičiau negu per 10^{-8} s) praranda dėl kvantinių šuolių į pagrindinę būseną. Šių kvantinių šuolių metu yra išspinduliuojami gama fotonai.

Dalijimosi reakcijos lygtis (8.1.3) yra tik vienas iš daugelio galimų tarpinio ^{236}U branduolio dalijimosi kanalų. 8.1 pav. yra pavaizduotas skeveldrų masių pasiskirstymas. „Santykinės išeigos“, kuri atidėta ant Y ašies, prasmė – tai tikimybė, kad po vieno dalijimosi atsiras duotosios masės skeveldra (kadangi po kiekvieno dalijimosi atsiranda dvi skeveldros, tai visų tikimybių suma yra lygi 2). Kitaip sakant, tai yra vidutinis duotosios masės skeveldrų skaičiaus ir dalijimosi įvykių skaičiaus santykis. Matome, kad skeveldrų masės kinta nuo 70 iki 160, o tikimiausios (dažniausiai pasitaikančios) masės yra maždaug 96 ir 135. Be to, iš 8.1 pav. aišku, kad „simetrinis“ dalijimasis, kai branduolys dalijasi į dvi vienodas skeveldras, taip pat yra galimas, tačiau palyginti retas (iš visų skeveldrų, kurios atsiranda po 20 000 dalijimosi įvykių, vidutiniškai tik 2 skeveldros yra atsiradusios po simetrinio dalijimosi, vadinasi, iš 20 000 dalijimosi įvykių tik vienas yra simetrinis).

Anksčiau minėtoji dalijimosi energija išsiskiria praktiškai tuo pačiu momentu, kai branduolys dalijasi. Todėl ji vadinama „greitąja“ arba „momentine“ energija. Tačiau tam tikras energijos kiekis išsiskiria ir praėjus tam tikram laikui po branduolio dalijimosi. Taip yra todėl, kad branduoliai, kurie



8.1 pav. Dalijimosi skeveldrų masių pasiskirstymas (iš [4])

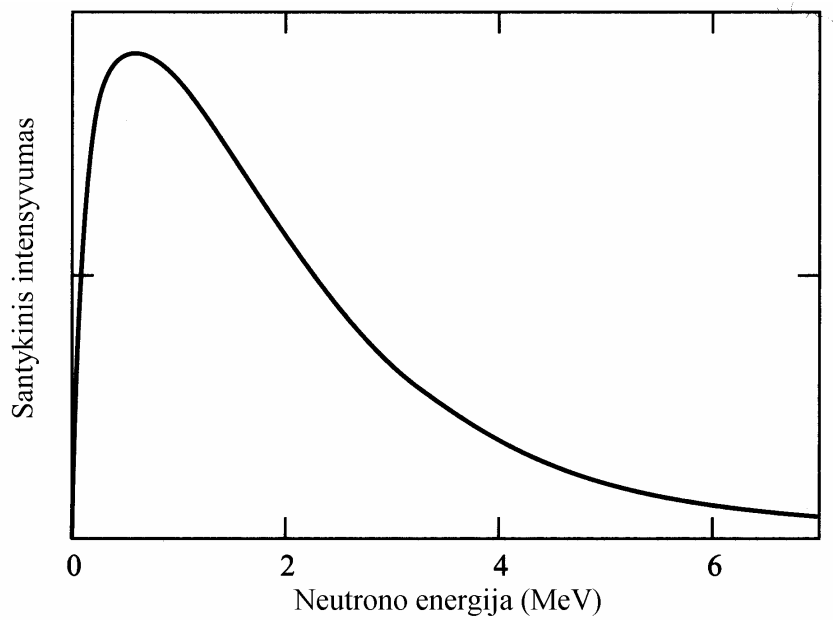
susidaro skylant sunkiesiems branduoliams, turi neutronų perteklių. Stabiliesiems branduoliams neutronų ir protonų skaičių santykis N / Z didėja didėjant masės skaičiui A. Pvz., ^{235}U branduoliui $N / Z = 1{,}56$. Vadinasi, apytiksliai toks pats neutronų ir protonų santykis bus ir ^{235}U dalijimosi skeveldrose, kurių daugumos A yra tarp 90 ir 150. Tačiau stabilių branduolių su tokiu masės skaičiumi neutronų ir protonų skaičių santykis yra maždaug 1,44, t. y. beveik 10 % mažesnis negu pirminio branduolio. Todėl sunkiųjų branduolių dalijimąsi visada lydi ir virsmai, kurie mažina neutronų skaičių dalijimosi produktuose. Pagrindinis iš šių vyksmų yra β^- skilimas. Be to, kartais yra galima ir neutronų emisija. Šių vyksmų metu susidarę nuklidai taip pat dar turi neutronų perteklių, todėl jie taip pat skyla β^- skilimo būdu ir t. t. Taigi, susidaro β^- skilimų grandinė. Energija, kuri išsiskiria šių skilimų metu, yra daug mažesnė už „momentinę“ energiją, tačiau vis tiek ji yra gana didelė. Dėl šios priežasties branduolinius reaktorius reikia aušinti ir po to, kai jie buvo sustabdyti, o panaudotą branduolinį kurą reikia saugiai laikyti.

8.1 lentelėje yra pateiktas vidutinis energijos kiekis, atitinkantis kiekvienos rūšies daleles, atsirandančias dalijantis vienam ^{235}U branduoliui. Maždaug 87 % išsiskyrusios energijos yra momentinė energija. Maždaug 90 % momentinės energijos tenka dalijimosi skeveldroms. Jos yra lengvai sustabdomos kuro medžiagoje (nueina tik mažą milimetro dalį nuo savo atsiradimo taško). Momentinių neutronų (t. y. neutronų, kurie išlekia iš branduolio jam dalijantis) energijos pasiskirstymas yra toks, kaip parodyta 8.2 pav. Jų vidutinė energija yra maždaug 2 MeV. Kadangi vidutinis momentinių netronų skaičius dalijantis vienam branduoliui yra maždaug 2,5, tai vidutinė momentinių neutronų energija, išsiskyrusi pasidalijus vienam ^{235}U branduoliui, yra $2{,}5 \cdot 2$ MeV = 5 MeV (žr. 8.1 lentelę). Kaip ir skeveldrų kinetinė energija, neutronų kinetinė energija virsta šiluma, kai neutronai yra tampriai sklaidomi reaktoriaus viduje.

Maždaug 13 % visos išsiskyrusios energijos atsiranda dėl radioaktyviojo skilimo. Elektronų, kurie emituojami dėl β^- skilimo, ir gama kvantų bei vidinės konversijos elektronų energija taip pat virsta šiluma. Tačiau neutrinų energija yra prarandama, nes neutrinai beveik nėra sugeriami. Be to, prie visos išsiskyrusios šiluminės energijos prisideda ir maždaug 5 MeV, kurie atsiranda dėl gama spinduliavimo vykstant neutronų spinduliuojamajam pagavimui, t. y. (n, γ) reakcijai (ši energija nėra paminėta 8.1 lentelėje). Taigi, pilnutinė išsiskyrusi energija, kuri gali būti panaudota (t. y. virsta šiluma), yra maždaug 200 MeV.

8.1 lentelė. Vieno ^{235}U branduolio dalijimosi energijos pasiskirstymas

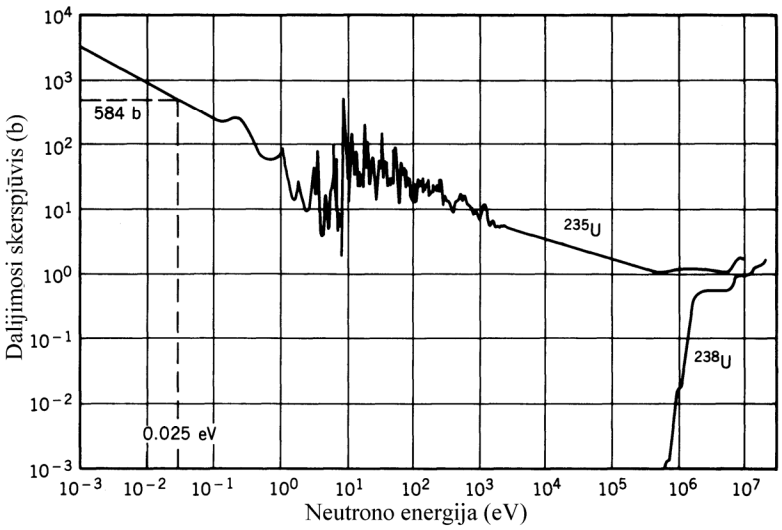
Šaltinis	Emituota energija (MeV)
Momentinė energija:	
Dalijimosi skeveldros	168
Momentiniai neutronai	5
Gama spinduliavimas ir vidinės konversijos elektronai	7
Skeveldrų radioaktyvumas:	
β^- skilimas (elektronai)	8
β^- skilimas (antineutrinai)	12
Gama spinduliavimas ir vidinės konversijos elektronai	7
Iš viso	207



8.2 pav. Neutronų, emituojamų dalijantis ^{235}U branduoliams, energijos spektras (iš [4])

8.1.2. *Dalijimosi reakcijos skerspjūvis*

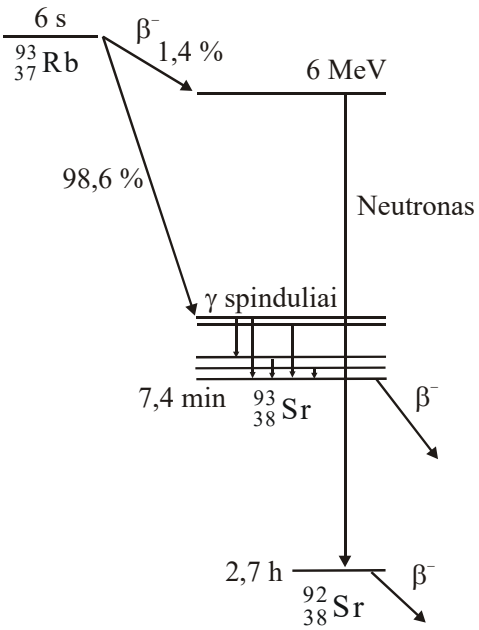
Jau žinome, kad aktyvacijos energiją branduolys gauna sugėręs neutroną. Todėl, kad branduoliai dalytųsi pakankamai dideliu dažniu, reikia, kad būtų pakankamai didelė neutrono sugerties tikimybė. Neutronų sukelto dalijimosi tikimybė labai priklauso nuo neutrono energijos. Jeigu branduolys dalijasi sugėręs bet kokios energijos neutroną (pvz., ^{235}U branduolys), tada parankiausia naudoti kuo mažesnės energijos neutronus, nes neutronų, kurių energija mažesnė už 1 eV, sukelto dalijimosi skerspjūvis yra atvirkščiai proporcingas greičiui. Tai akivaizdu 8.3 pav., kuriame pavaizduota ^{235}U dalijimosi reakcijos skerspjūvio priklausomybė nuo neutrono energijos (logaritminiame mastelyje). Kadangi $\sigma \sim 1/\upsilon$, o $\upsilon \sim \sqrt{E}$, tai $\sigma \sim 1/\sqrt{E}$. Šiluminiams neutronams, kurių vidutinė energija kambario temperatūroje lygi 0,025 eV, dalijimosi reakcijos skerspjūvis yra palyginti didelis (584 b). Taip pat jis yra didelis ir kitiems lyginiams-nelyginiams sunkiesiems branduoliams (pvz., ^{239}Pu jis lygus 742 b). Todėl branduoliniuose reaktoriuose, kurie naudoja ^{235}U arba ^{239}Pu kaip pagrindinį kurą, neutronai turi būti lėtinami. Tame pačiame grafike pavaizduota ir ^{238}U dalijimosi reakcijos skerspjūvio energinė priklausomybė. Kaip anksčiau minėta, ^{238}U branduolys dalijasi tik sugėręs didesnės už 1 MeV energijos neutroną. Todėl ^{238}U skerspjūvis praktiškai lygus nuliui, kai neutrono energija mažesnė už 1 MeV.



8.3 pav. Neutronų sukelto dalijimosi skerspjūvio priklausomybė nuo neutrono energijos (iš [3])

8.1.3. *Neutronų emisija dalijantis sunkiesiems branduoliams*

Kaip minėta 8.1.1 skyriuje, vyksmai, kurie mažina neutronų skaičių dalijimosi skeveldrose, yra dviejų rūšių – β^- skilimas ir neutronų emisija. Grandininės reakcijos valdymui svarbesnis yra antrasis vyksmas, nes neutronas, kurį išspinduliuoja dalijimosi skeveldra, gali sukelti branduolinio kuro branduolio dalijimosi reakciją. Taigi neutronus galima klasifikuoti pagal jų atsiradimo momentą. ***Momentiniai neutronai*** spinduliuojami branduolio dalijimosi momentu, t. y. jie išlekia iš branduolio kartu su dviem dalijimosi skeveldromis. Vidutinis momentinių neutronų skaičius, dalijantis vienam ^{235}U branduoliui, yra 2,42 (panašus skaičius ir kitų sunkiųjų branduolių). Neutronai, kuriuos emituoja dalijimosi skeveldros, yra vadinami ***vėluojančiaisiais neutronais***, nes jie išspinduliuojami per kelių sekundžių laiką nuo pirminio branduolio dalijimosi (šį laiką lemia dalijimosi produktų β^- skilimo pusamžiai). Vėluojantieji neutronai atsiranda tada, kai, skylant dalijimosi skeveldroms, susidaro sužadintieji branduoliai, kurių sužadinimo energija yra didesnė už neutrono išlaisvinimo energiją. Pvz., egzistuoja 1,4 % tikimybė, kad ^{93}Rb, kuris susidaro reakcijoje (8.1.3), skils į ^{93}Sr sužadintąjį lygmenį, kurio energija yra 6 MeV. Ši energija yra didesnė už neutrono išlaisvinimo energiją. Todėl kartu su kvantiniais šuoliais į ^{93}Sr pagrindinę būseną (išspinduliuojant γ kvantą) vyksta ir konkuruojantis procesas, kurio metu emituojamas neutronas ir susidaro ^{92}Sr branduolys (žr. 8.4 pav.).



8.4 pav. Vėluojančiųjų neutronų emisija, skylant ^{93}Rb

Nors iš 100 dalijimosi įvykių vidutiniškai tik po vieno atsiranda vėluojantysis neutronas, tačiau šie neutronai vaidina esminį vaidmenį, valdant grandininės reakcijos spartą branduoliniuose reaktoriuose (žr. 8.2.5 skyrių).

8.2. Valdoma branduolių dalijimosi reakcija šiluminių neutronų reaktoriuje

8.2.1. Grandininė branduolių dalijimosi reakcija

Branduolinei energetikai ypač didelę reikšmę turi tas faktas, kad, skylant sunkiajam branduoliui, išsilaisvina du arba trys neutronai. Siekiant juos atskirti nuo neutrono, kuris sukėlė branduolio dalijimąsi, jie vadinami ***antriniais neutronais***. Šie antriniai neutronai gali sukelti kitų branduolių dalijimąsi. Šitaip sukeliama ***grandininė reakcija***, kuri ir panaudojama praktikoje.

Grandininės reakcijos procesą apibūdina ***neutronų daugėjimo faktorius***. Jeigu kurioje nors grandininės reakcijos kartoje laisvųjų neutronų skaičius yra N_1, o prieš tai buvusioje kartoje jų buvo N, tada neutronų daugėjimo faktorius lygus $k = N_1/N$. Jeigu $k < 1$, grandininė reakcija nevyksta. Jeigu $k = 1$, laisvųjų neutronų skaičius yra pastovus, todėl per laiko vienetą skylančių branduolių skaičius taip pat yra pastovus (tokia reakcija vyksta branduoliniuose reaktoriuose). Jeigu $k > 1$, tada laisvųjų neutronų skaičius ir skylančių per laiko vienetą branduolių skaičius nuolat didėja, ir gali įvykti sprogimas (toks atvejis realizuojamas atominėse bombose).

Neutronų daugėjimo faktorius priklauso nuo skylančio elemento prigimties, jo kiekio ir formos. Antriniai neutronai iki susidūrimo su branduoliu nueina kelių centimetrų atstumą. Todėl, jeigu medžiagos tūris yra mažas, kai kurie neutronai gali išlėkti iš medžiagos nesukėlę dalijimosi reakcijos. Didžiausia neutrono pagavimo tikimybė tada, kai medžiaga yra rutulio formos, nes tada paviršiaus plotas yra mažiausias (taigi, mažiausia neutrono išlėkimo tikimybė). Rutulio formos medžiagos masė, kuriai esant neutronų daugėjimo faktorius yra tiksliai lygus vienetui, vadinama ***kritine mase***. Pvz., gryno urano ^{235}U kritinė masė yra 50 kg. Tai atitinka 17 cm skersmens rutulį. Jeigu urano masė didesnė už kritinę, tada $k > 1$, grandininė reakcija staiga sustiprėja ir įvyksta sprogimas. Šiuo principu remiantis įrengta atominė bomba. Jos viduje esantis uranas yra išdalytas į keletą dalių, kurių kiekvienos masė mažesnė už kritinę. Reikiamu momentu šios dalys suartinamos, šitaip gaunamas urano rutulys, kurio masė didesnė už kritinę, ir įvyksta sprogimas.

Tačiau net labai gryname gamtiniame urane, kad ir koks būtų jo kiekis, grandininė reakcija nevyksta. Taip yra todėl, kad gamtinis uranas yra dviejų izotopų mišinys: ^{238}U (99,3 %) ir ^{235}U (0,7 %). Daugumą neutronų, kurie atsiranda ^{235}U branduolių dalijimosi metu, absorbuoja ^{238}U branduoliai. Šių branduolių ypatybė yra ta, kad jų sužadinimo energija, sugėrus šiluminį neutroną, yra beveik dviem megaelektronvoltais mažesnė už aktyvacijos energiją (žr. 2.1.3 skyrių), todėl jie, absorbavę mažesnės nei 1 MeV kinetinės energijos neutroną, nesidalija, o energijos perteklių išspinduliuoja γ kvanto pavidalu (t. y. vyksta spinduliuojamasis neutrono pagavimas). ^{235}U branduoliai dalijasi absorbavę bet kokios energijos neutroną, tačiau gamtiniame urane izotopo ^{235}U yra tik 0,7 %, todėl tokio įvykio tikimybė yra maža. Izotopo ^{235}U dalijimosi įvykių dažnį galima padidinti dviem būdais: 1) dirbtinai padidinus šio izotopo kiekį urane (tai vadinama urano ***sodrinimu***); 2) sulėtinus antrinius neutronus. Mat lėtuosius neutronus daug lengviau „pagauna“ ^{235}U branduolys negu ^{238}U branduolys (žr. grafiką 2.1.4 skyriuje). Todėl, nors šie neutronai daug dažniau susiduria su ^{238}U branduoliais, kurių yra didžioji dauguma, tačiau didžiąją neutronų dalį vis tiek absorbuoja ^{235}U branduoliai. ^{235}U branduolys po kiekvieno tokio įvykio dalijasi išlaisvindamas 2 arba 3 antrinius neutronus. Šitaip galima pasiekti, kad neutronų daugėjimo faktorius taptų didesnis už vienetą, t. y. kad vyktų grandininė reakcija.

8.2.2. Neutronų lėtikliai

Neutronų lėtiklis – tai medžiaga, kuri naudojama greitųjų neutronų energijos sumažinimui iki verčių, kurios artimos šiluminei energijai kT. Iš judesio kiekio ir energijos tvermės dėsnių išplaukia, kad neutronas greičiausiai praranda energiją susidurdamas su lengvaisiais branduoliais (pvz., ^{1}H). Todėl neutronų lėtinimui panaudojama medžiaga, kuri sudaryta iš lengvųjų atomų. Tačiau tai nėra vienintelė sąlyga, kurią turi atitikti neutronų lėtiklis. Dar reikia, kad būtų didelė neutronų tampriųjų susidūrimų su lėtiklio branduoliais tikimybė (t. y. didelis sklaidos skerspjūvis) ir silpna neutronų sugertis. Taigi, yra trys parametrai, kurie apibūdina neutronų lėtiklį: neutronų tampriosios sklaidos skerspjūvis (σ_s), neutronų absorbcijos skerspjūvis (σ_a) ir vidutinis logaritminis energijos dekrementas (ξ), kuris buvo apibrėžtas 7.5.2 skyriuje. Jeigu visų neutronus sklaidančių branduolių masės skaičius A yra vienodas, tada parametro ξ išraiška yra (7.5.26), o jo vertės kelių nuklidų yra pateiktos 7.1 lentelėje. Gero lėtiklio σ_s ir ξ turi būti kuo didesni, o σ_a turi būti kuo mažesnis. 8.2 lentelėje (žr.

toliau) pateiktos šių parametrų vertės trijų lėtiklių – lengvojo vandens, sunkiojo vandens ir grafito. Kiekvienas iš jų turi savo privalumų ir trūkumų. Lengvasis vanduo yra pigus, o jo σ_s ir ξ yra didesni negu kitų lėtiklių. Tačiau lengvasis vanduo gana intensyviai sugeria neutronus (didelis σ_a), todėl, siekiant kompensuoti šiuos neutronų nuostolius, uranas turi būti sodrinamas, o tai didina pilnutinę reaktoriaus kainą. Sunkiojo vandens parametrai σ_s, σ_a ir ξ yra labai geri, tačiau jis yra brangus. Be to, deuterio branduolys gali absorbuoti neutroną ir virsti tričiu, kuris yra radioaktyvus ir ypač pavojingas biologinėms sistemoms. Grafitas yra pigus ir pakankamai silpnai sugeria neutronus, tačiau anglies branduoliai yra daug sunkesni už vandenilio arba deuterio branduolius, todėl grafito ξ yra palyginti mažas (t. y. reikia palyginti daug susidūrimų su C branduoliais, kol neutrono energija sumažėja iki šiluminės). Kuo mažesnis ξ, tuo didesni reaktoriaus matmenys.

8.2 lentelė. Neutronų lėtiklių parametrai

Medžiaga	Tankis, g/cm^3	σ_s, b	σ_a, b	ξ
H_2O	1,0	49,2	0,66	0,920
D_2O	1,1	10,6	0,001	0,509
Grafitas	1,6	4,7	0,0045	0,158

8.2.3. Neutronų ciklas šiluminių neutronų reaktoriuje

Tarkime, kad pradiniu laiko momentu reaktoriuje yra N šiluminių neutronų. Tarkime, kad kiekvieną iš tų neutronų absorbuoja kuro branduolys. Jeigu neutronus absorbuotų tik ^{235}U branduoliai ir jeigu kiekvienas absorbuotas neutronas sukeltų dalijimosi reakciją, tada iš viso atsirastų νN neutronų, kur $\nu = 2{,}42$ yra vidutinis neutronų skaičius, kuris atsiranda dalijantis ^{235}U branduoliui. Pastarieji neutronai yra greitieji (tipiška neutrono, kuris išlekia iš branduolio jam dalijantis, energija yra kelių MeV eilės). Jeigu ^{235}U branduolių dalijimasis būtų vienintelis vyksmas, dėl kurio išnyksta neutronai, tada kiekvienas iš tų νN neutronų vėliau sukeltų kito branduolio dalijimąsi. Vadinasi, šiuo atveju neutronų daugėjimo faktorius būtų lygus ν. Tačiau iš tikro k būna mažesnis už ν, nes laiko tarpe nuo neutrono atsiradimo (dalijantis branduoliui) iki kito branduolio dalijimosi (sugeriant tą patį neutroną) neutronas gali būti prarastas dėl kitos reakcijos – ***neutrono pagavimo***. Neutrono pagavimo metu branduolys pagauna neutroną, tačiau nesidalija. Toks pagavimas yra galimas ir branduoliniame kure, ir lėtiklyje, o pagavimo tikimybė (skerspjūvis) priklauso nuo neutronų energijos. Dalijimosi reakcijos skerspjūvis taip pat priklauso nuo neutronų energijos. Todėl neutronų skaičiaus kitimą patogu nagrinėti keturiuose nepriklausomuose neutronų gyvavimo etapuose:

1) šiluminių neutronų absorbcija branduoliniame kure (atsirandant antriniams neutronams);
2) greitųjų neutronų sąveika su branduoliniu kuru, kol jų energija dar yra didelė (1 MeV eilės);
3) neutronų sąveika su branduoliniu kuru, kai neutronų energija yra (1 – 130) eV;
4) šiluminių neutronų sąveika su lėtiklio branduoliais iki absorbcijos branduoliniame kure;

Kadangi šie keturi etapai yra nepriklausomi vienas nuo kito, tai neutronų daugėjimo faktoriaus k išraiškoje kiekvieną iš jų atitinka vienas daugiklis, kurio prasmė – vidutinis neutronų skaičius, kuris lieka, kai vienas neutronas pereina tą gyvavimo etapą. Jeigu duotajame etape neutronų skaičius didėja (tai atitinka 1 ir 2 etapus), tada tas daugiklis yra didesnis už vienetą, o jeigu mažėja (3 ir 4 etapai), tada tas daugiklis yra mažesnis už vienetą. Taigi, norint gauti pilnutinį neutronų daugėjimo faktorių k, reikia nustatyti minėtuosius keturis dalinius daugiklis ir juos padauginti vieną iš kito. Bendruoju atveju šių daugiklių skaičiavimas yra labai sudėtingas ir priklauso nuo įvairių veiksnių: reaktoriaus geometrijos, lėtiklio ir branduolinio kuro išsidėstymo erdvėje, temperatūros ir kt. Jeigu branduolinis kuras yra išdėstytas strypais, kuriuos supa lėtiklis (toks reaktorius vadinamas ***heterogeniniu reaktoriumi***), neutronas po jo atsiradimo visų pirma juda kure, paskui išeina į lėtiklį, o paskui, praradęs didžiąją energijos dalį, grįžta į kuro strypą, kuriame yra absorbuojamas. Todėl neutronų energijos spektrai branduoliniame kure ir lėtiklyje yra skirtingi (vaizdžiai kalbant, kuro atomai „mato“ mažiau tarpinių energijų neutronų, negu lėtiklio atomai). Be to, heterogeninio reaktoriaus atveju neutronų energijos spektras branduoliniame kure priklauso nuo to, kokiu atstumu nuo strypo paviršiaus jis yra matuojamas, nes didžiąją šiluminių neutronų dalį absorbuoja kuro branduoliai, kurie yra arčiau strypo paviršiaus. Todėl aišku, kad heterogeninio reaktoriaus analizė yra daug sudėtingesnė, negu ***homogeninio reaktoriaus***, kuriame lėtiklio ir branduolinio kuro atomai yra tolygiai sumaišyti

tarpusavyje. Tada visi atomai (ir lėtiklio, ir branduolinio kuro) „mato“ tuos pačius neutronus, o tai labai supaprastina skaičiavimus.

1. Paprasčiausia apskaičiuoti pirmąjį iš minėtųjų daugiklių, t. y. vidutinį neutronų skaičių, kuris lieka, kai branduolinis kuras absorbuoja neutroną. Yra galimi tik du neutrono absorbcijos vyksmai – branduolio dalijimasis (jo skerspjūvį žymėsime σ_d) ir neutrono pagavimas (jo skerspjūvį žymėsime σ_p). Kadangi dalijimosi metu atsiranda vidutiniškai ν neutronų, o pagavimo metu neutrono nelieka, tai šis daugiklis yra lygus skaičiaus ν ir dalijimosi tikimybės absorbavus neutroną sandaugai:

$$\eta = \nu \frac{\sigma_d}{\sigma_d + \sigma_p} . \qquad (8.2.1)$$

Ši formulė iliustruoja vieną bendrą taisyklę: jeigu krintančioji dalelė ir taikinys gali sąveikauti keliais būdais (pvz., krintantysis neutronas gali būti absorbuotas dėl branduolio dalijimosi arba dėl pagavimo), tada tikimybė, kad sąveika (pvz., absorbcija) bus tiksliai apibrėžtos rūšies (pvz., branduolio dalijimasis), yra apskaičiuojama dalijant tos rūšies sąveikos skerspjūvį (σ_d) iš visų galimų sąveikų (šiame pavyzdyje – absorbcijos rūšių) skerspjūvių sumos (σ_d ir σ_p). Pastaroji suma – tai tų sąveikų pilnutinis skerspjūvis (pvz., $\sigma_d + \sigma_p$ yra lygus pilnutiniam absorbcijos skerspjūviui σ_a). Daugiklio η prasmė – vidutinis greitųjų neutronų skaičius, kuris atitinka vieną branduoliniame kure absorbuotą šiluminį neutroną. Skaičiuojant skerspjūvius σ_d ir σ_p, reikia atsižvelgti į tai, kad branduolinis kuras yra sudarytas iš dviejų urano izotopų, kurių kiekvieno sąveikos su neutronais skerspjūviai yra skirtingi. Tie skerspjūviai pateikti 8.3 lentelėje ($\sigma_a = \sigma_d + \sigma_p$ yra absorbcijos skerspjūvis, o σ_s yra tampriosios sklaidos skerspjūvis). Bendroji atomų mišinio sąveikos skerspjūvio skaičiavimo taisyklė yra tokia: reikia padauginti kiekvienos rūšies atomų santykinį kiekį (t. y. tos rūšies atomų skaičiaus ir pilnutinio atomų skaičiaus santykį) iš tos rūšies atomų sąveikos skerspjūvio, o paskui tas sandaugas sudėti:

$$\sigma_d = 0,0072\sigma_d(^{235}\mathrm{U}) + 0,9928\sigma_d(^{238}\mathrm{U}) = 4,17\ \mathrm{b},$$
$$\sigma_p = 0,0072\sigma_p(^{235}\mathrm{U}) + 0,9928\sigma_p(^{238}\mathrm{U}) = 3,43\ \mathrm{b}.$$

8.3 lentelė. Šiluminių neutronų sąveikos su urano branduoliais skerspjūviai

Medžiaga	Tankis, g/cm^3	σ_d (b)	σ_p, b	σ_a, b	σ_s
^{235}U	18,7	579	101	680	10
^{238}U	18,9	0	2,72	2,72	8,3
Natūralus U	18,9	4,17	3,43	7,60	8,3

Šitaip gauname $\eta = 1,33$. Kadangi ši vertė yra didesnė už 1, tai natūraliojo urano grandininė reakcija gali vykti, jeigu neutronai sulėtinami iki šiluminių energijų. Tačiau ši η vertė yra artima 1, todėl, norint panaudoti natūralųjį uraną kaip branduolinį kurą, reikia imtis specialių priemonių siekiant sumažinti neutronų nuostolius (t. y. padidinti kitus tris daugiklius). Naudojant prisodrintąjį uraną, kuriame ^{235}U dalis padidinta iki 1,6 %, efektinė η vertė yra 1,654, t. y. grandininę reakciją lengviau realizuoti (nes yra leistini didesni neutronų nuostoliai dėl neutronų pagavimo ir nuotėkio iš reaktoriaus).

2. Pradinėje lėtinimo stadijoje, kai neutronų energija dar yra didelė (kelių MeV eilės), šie neutronai gali sukelti ^{238}U branduolių dalijimąsi (kaip matyti 8.3 pav., ^{238}U ir ^{235}U dalijimosi reakcijos skerspjūvis esant tokioms neutrono energijoms yra maždaug 1 b). Kadangi ^{238}U branduolių yra daug daugiau negu ^{235}U, tai greitieji neutronai dažniau sukelia ^{238}U dalijimąsi negu ^{235}U dalijimąsi. Dėl šio dalijimosi greitųjų neutronų skaičius šiek tiek padidėja. Šį padidėjimą atspindi dar vienas daugiklis neutronų skaičiaus išraiškoje – ***sparčiojo dalijimosi koeficientas*** ε. Šio daugiklio vertė gali siekti $\varepsilon \approx 1,03$, tačiau šiluminių neutronų reaktoriuose jis dažnai yra dar artimesnis vienetui, todėl pavyzdžiuose laikysime, kad $\varepsilon = 1$. Įskaičius šį daugiklį, pilnutinis greitųjų neutronų skaičius kitoje kartoje tampa lygus $\eta\varepsilon N$.

3. Greitasis neutronas sulėtėja iki šiluminio greičio po 20–100 tampriųjų susidūrimų su lėtiklio branduoliais (žr. 7.1 lentelę). Lėtėjant neutronui dėl susidūrimų su lėtiklio branduoliais, egzistuoja didelė tikimybė, kad kuriuo nors laiko momentu jo energija bus tarp 1 eV ir 130 eV. Kaip matome 8.5 pav., tame energijų intervale ^{238}U neutronų sugerties skerspjūvio priklausomybėje nuo neutrono energijos

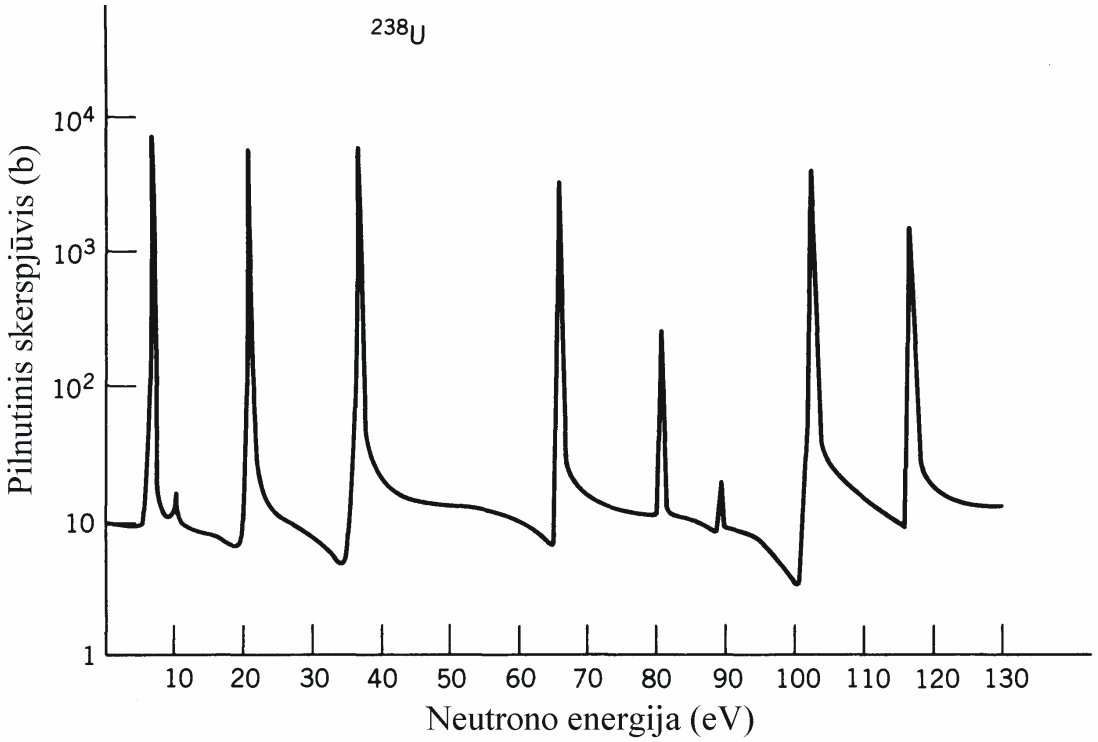
yra kelios smailės – ***rezonansai***. Tuos maksimumus atitinkantis neutronų sugerties skerspjūvis yra kelių tūkstančių barnų eilės, t. y. daug didesnis negu ^{235}U dalijimosi skerspjūvis (žr. 8.3 pav.). Todėl, kai neutronų energija priklauso minėtam intervalui, stipriai padidėja tikimybė, kad neutroną pagaus ^{238}U branduolys. Tada neutronas bus prarastas. Šis vyksmas mažina neutronų daugėjimo faktorių k. Todėl jo išraiškoje yra daugiklis, kuris vadinamas ***tikimybe išvengti rezonansinio pagavimo*** ir žymimas raide p: $\eta\varepsilon pN$. Įskaičius šį daugiklį, pilnutinis neutronų skaičius kitoje kartoje tampa lygus $\eta\varepsilon pN$. Homogeniniame reaktoriuje p vertė priklauso nuo trijų dydžių:

a) vidutinio logaritminio neutrono energijos dekremento $\langle\xi\rangle$ (taip vadinamas neutrono energijos natūraliojo logaritmo vidutinis sumažėjimas po vieno sklaidos įvykio);
b) ^{238}U branduolių koncentracijos N_{238} ir lėtiklio branduolių koncentracijos N_L santykio N_{238} / N_L;
c) sklaidos ***makroskopinio skerspjūvio*** Σ_s, kuris apibrėžiamas kaip vidutinio sklaidos skerspjūvio σ_s ir visų atomų koncentracijos N sandauga:

$$\Sigma_s \equiv N\sigma_s .$$

Apytikslė homogeninio reaktoriaus daugiklio p išraiška yra tokia:

$$p = \exp\left[-\frac{2,73}{\langle\xi\rangle}\left(\frac{N_{238}}{N_L\Sigma_s}\right)^{0,514}\right].$$



8.5 pav. Neutronų sąveikos su ^{238}U branduoliais pilnutinio skerspjūvio priklausomybė nuo neutrono energijos rezonansinio neutronų pagavimo srityje. Smailės atitinka rezonansinį neutronų pagavimą

Kaip ir galima buvo tikėtis, p didėja didėjant $\langle\xi\rangle$ ir Σ_s, nes kuo didesni $\langle\xi\rangle$ ir Σ_s, tuo greičiau mažėja neutrono energija (didėjant $\langle\xi\rangle$, mažėja vidutinis sklaidos įvykių skaičius, kuris reikalingas, kad neutrono energija sumažėtų nuo 130 eV iki 1 eV, o didėjant Σ_s, didėja tikimybė, kad kitas sąveikos įvykis bus neutrono sklaida, o ne neutrono pagavimas). Be to, aišku, kodėl p didėja mažėjant santykiui N_{238} / N_L: kuo šis santykis mažesnis, tuo didesnė tikimybė, kad kitas susidūrimas bus su lėtiklio branduoliu, o ne su ^{238}U branduoliu. Susidūrimai su lėtiklio branduoliais yra naudingi, nes jų metu neutronas nėra pagaunamas, o yra lėtinamas, todėl galų gale jo energija išeina iš minėtojo „pavojingojo“ intervalo (1 – 130) eV. Pvz., jeigu naudojamas reaktorius, kuriame lėtiklis yra grafitas, o uranas yra prisodrintas iki 1,6 % ^{235}U, ir kuriame $N_{238} / N_L = 1 / 600$, tada $p = 0,749$.

4. Nors lėtiklyje šiluminių neutronų sugerties skerspjūvis yra labai mažas, tačiau lėtiklio branduolių yra labai daug, todėl pasireiškia šiluminių neutronų sugertis lėtiklyje. Be to, šiluminiai neutronai gali

būti sugeriami reaktoriaus struktūros komponentuose (pvz., kuro kasečių sienelėse). Šiluminių neutronų skaičiaus sumažėjimą dėl jų sugerties lėtiklyje ir struktūros komponentuose atspindi ketvirtasis daugiklis – ***šiluminio panaudojimo koeficientas*** (*f*). Jo prasmė – santykinė dalis šiluminių neutronų, kuriuos absorbuoja branduolinio kuro (t. y. ^{235}U arba ^{238}U) branduoliai (likusius neutronus absorbuoja lėtiklio ir kitų medžiagų, kurios įeina į reaktoriaus sudėtį, branduoliai). Bendroji *f* išraiška yra tokia:

$$f = \frac{\Sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{K})}{\Sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{K}) + \Sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{L}) + \Sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{S})} \equiv \frac{N_{\mathrm{K}}\sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{K})}{N_{\mathrm{K}}\sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{K}) + N_{\mathrm{L}}\sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{L}) + N_{\mathrm{S}}\sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{S})};$$

čia Σ_{a} yra neutrono absorbcijos makroskopinis skerspjūvis, raidės „K“, „L“, „S“ žymi atitinkamai branduolinį kurą, lėtiklį ir struktūrinius komponentus, o N_{K}, N_{L} ir N_{S} yra atitinkamos branduolių koncentracijos. Ši formulė iliustruoja dar vieną bendrą mišinių analizės taisyklę, kurią reikia taikyti, kai siekiama apskaičiuoti tikimybę, kad krintančioji dalelė (pvz., neutronas) sąveikaus su duotosios rūšies taikiniais (pvz., su branduolinio kuro branduoliais): ta tikimybė apskaičiuojama, dalijant sąveikos su tos rūšies taikiniais makroskopinį skerspjūvį iš sąveikos su visų rūšių taikiniais makroskopinių skerspjūvių sumos. Apskaičiuosime *f* vertę tam pačiam homogeniniam reaktoriui, kuris buvo naudojamas ankstesniame pavyzdyje (lėtiklis – grafitas, sodrinimas 1,6 %, $N_{\mathrm{L}} / N_{\mathrm{K}} = 600$). Tarsime, kad neutronai sugeriami tik kure ir lėtiklyje (t. y. $\sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{S}) = 0$). Tada:

$$f = \frac{\sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{K})}{\sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{K}) + \frac{N_{\mathrm{L}}}{N_{\mathrm{K}}}\sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{L})} = \frac{\sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{K})}{\sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{K}) + 600\,\sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{L})};$$

Lėtiklio absorbcijos skerspjūvis pateiktas 8.2 lentelėje: grafito $\sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{L}) = 0{,}0045$ b. Urano izotopų mišinio absorbcijos skerspjūvis skaičiuojamas pagal anksčiau minėtą taisyklę:

$$\sigma_{\mathrm{a}} = 0{,}016\,\sigma_{\mathrm{a}}(^{235}\mathrm{U}) + 0{,}984\,\sigma_{\mathrm{a}}(^{238}\mathrm{U}) = 13{,}56\ \mathrm{b}\,.$$

(čia abiejų izotopų absorbcijos skerspjūviai paimti iš 8.3 lentelės). Šitaip gauname $f = 0{,}834$.

Taigi, šiluminių neutronų, kurie nebuvo sugerti lėtiklyje ir kitose medžiagose, skaičius yra lygus $\eta\varepsilon pfN$. Todėl neutronų daugėjimo faktorius, nepaisant jų nuotėkio iš reaktoriaus, yra lygus

$$k_\infty = \eta\varepsilon pf\,. \tag{8.2.2}$$

Čia indeksas „∞“ parodo, kad ši *k* vertė atitinka begalinių matmenų reaktorių. k_∞ vertė, kuri atitinka anksčiau minėtą pavyzdį (homogeninis grafito ir urano reaktorius, kuriame uranas prisodrintas iki 1,6 % ^{235}U, o lėtiklio ir kuro atomų koncentracijų santykis yra 600), yra:

$$k_\infty = 1{,}654 \times 1 \times 0{,}749 \times 0{,}834 = 1{,}033.$$

Vadinasi, tokiame reaktoriuje galima realizuoti valdomą grandininę reakciją, tačiau tam reikėtų pasiekti, kad dėl neutronų nuotėkio iš reaktoriaus būtų prarandama ne daugiau negu 3,3 % neutronų.

Atsižvelgus į neutronų skaičiaus sumažėjimą dėl jų nuotėkio iš reaktoriaus (difuzijos), neutronų daugėjimo faktoriaus išraiškoje atsiranda dar du daugikliai:

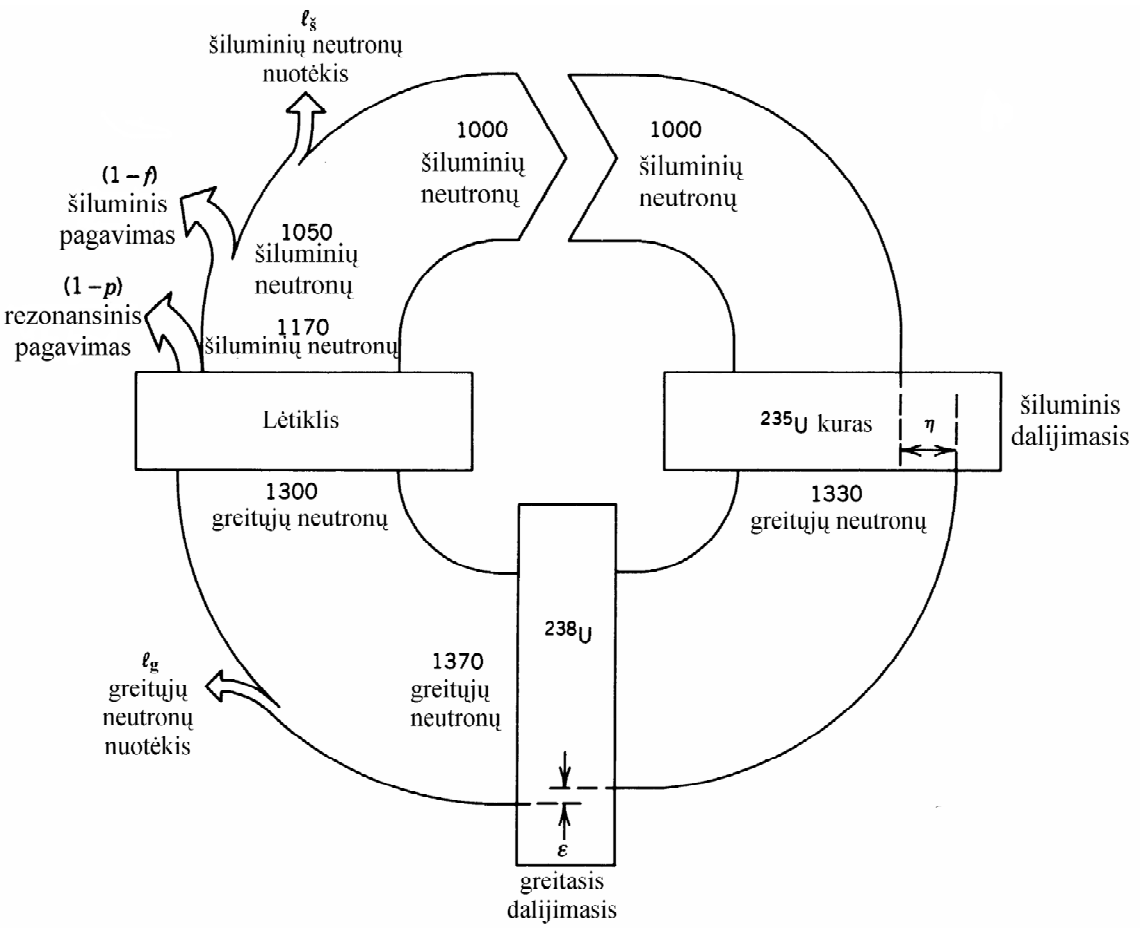
$$k = k_\infty(1 - l_{\mathrm{g}})(1 - l_{\check{\mathrm{s}}}) = \eta\varepsilon pf(1 - l_{\mathrm{g}})(1 - l_{\check{\mathrm{s}}})\,; \tag{8.2.3}$$

čia l_{g} yra greitųjų neutronų, kurie išeina iš reaktoriaus, ir pilnutinio greitųjų neutronų skaičiaus santykis, o $l_{\check{\mathrm{s}}}$ yra šiluminių neutronų, kurie išeina iš reaktoriaus, ir pilnutinio šiluminių neutronų skaičiaus santykis. 8.6 pav. iliustruoja vyksmus, kuriuose dalyvauja neutronai viename reaktoriaus cikle.

8.2.4. Reaktoriaus optimizavimas

Kuro sodrinimo laipsnį, lėtiklio medžiagą, kuro ir lėtiklio kiekių santykį bei kuro ir lėtiklio tarpusavio išsidėstymą (heterogeniniuose reaktoriuose) siekiama parinkti taip, kad visi minėtieji daugikliai būtų optimalūs (t. y. kad jų sandauga būtų kuo didesnė). Trumpai aptarsime daugiklių *p* ir *f* optimizavimo metodus.

Iš ankstesnio skyriaus išplaukia, kad, didėjant lėtiklio ir kuro branduolių koncentracijų santykiui $N_{\mathrm{L}} / N_{\mathrm{K}}$, daugiklis *f* mažėja, o daugiklis *p* didėja. Todėl, esant duotam sodrinimo laipsniui, egzistuoja tam tikra $N_{\mathrm{L}} / N_{\mathrm{K}}$ vertė, kai k_∞ yra didžiausias. 8.4 lentelėje pateiktos homogeninio grafito ir urano mišinio daugiklių η, *f*, *p* ir k_∞ vertės, esant įvairioms $N_{\mathrm{L}} / N_{\mathrm{K}}$ vertėms ir dviem sodrinimo laipsniams: natūralaus urano (0,72 %) ir 1,6 %. Lentelėje matome, kad natūralaus urano atveju nėra tokios $N_{\mathrm{L}} / N_{\mathrm{K}}$ vertės, kai $k_\infty > 1$, t. y. toks reaktorius negali gaminti energiją. Taip yra dėl mažų η ir *p* verčių. *p* yra mažas todėl, kad grafito parametras ξ yra mažas, todėl yra palyginti didelė tikimybė, kad neutroną sugers ^{238}U branduolys, kai neutrono energija yra tarp 1 eV ir 130 eV. Tačiau, net nežymiai



8.6 pav. Neutronų skaičiaus kitimas viename branduolinio reaktoriaus cikle

padidinus sodrinimo laipsnį, galima pasiekti, kad k_∞ taptų didesnis už vienetą. Taip yra dėl to, kad padidėja daugikliai η ir f (o ne dėl to, kad padidėja daugiklis p, kuris, kaip matome 8.4 lentelėje, beveik nepasikeičia). Daugiklis f padidėja todėl, kad padidėja neutrono absorbcijos kure skerspjūvis (žr. f išraišką).

Heterogeniniuose reaktoriuose yra lengviau pasiekti didelę p vertę, negu homogeniniuose, nes heterogeniniame reaktoriuje galima optimizuoti ne tik minėtuosius parametrus, bet ir kuro bei lėtiklio tarpusavio išsidėstymą erdvėje. Taip galima pasiekti, kad, kai neutrono energija yra 1–130 eV, jis su daug didesne tikimybe būtų lėtiklyje, negu kure. Kadangi, neutronui judant lėtiklyje, neutrono aplinkoje nėra ^{238}U branduolių, tai tada nėra įmanomas ir rezonansinis pagavimas. Tipiška p vertė heterogeniniuose reaktoriuose yra 0,9. Tokia palyginti didelė vertė pasiekiama dėl to, kad tokiuose reaktoriuose uranas išdėstytas strypais, kurie atskirti vienas nuo kito lėtiklio sluoksniu. Strypus skiriančio lėtiklio sluoksnio storis turi būti pakankamai didelis, kad neutronų energija, jiems perėjus lėtiklį ir pasiekus gretimą urano strypą, sumažėtų iki verčių, kurios mažesnės už 1 eV. Vidutinis atstumas, kurį turi nueiti neutronas grafite, kad jo energija sumažėtų iki šiluminės energijos, yra maždaug 20 cm. Todėl maždaug toks turi būti atstumas tarp urano strypų, jeigu neutronų lėtinimui naudojamas grafitas. Naudojant lengvąjį arba sunkųjį vandenį, šis atstumas yra kelis kartus mažesnis, nes vandenyje neutrono energija mažėja greičiau. Taigi, reaktoriaus matmenys priklauso nuo lėtiklio parametro ξ (logaritminio energijos dekremento): kuo ξ didesnis, tuo mažesni reaktoriaus matmenys.

Dar viena priežastis, dėl kurios heterogeniniuose reaktoriuose gaunama didesnė p vertė, negu homogeniniuose, yra ta, kad neutronai, kurių energijos yra rezonanso srityje, yra sugeriami ploname kuro sluoksnyje prie kuro strypo paviršiaus. Vadinasi, tie neutronai sąveikauja su labai maža kuro dalimi, o tai reiškia, kad efektinė N_{238} vertė, kuri įeina į p išraišką, sumažėja, dėl ko padidėja p. Dėl šių priežasčių heterogeniniame grafito ir natūralaus urano reaktoriuje galima gauti valdomą grandininę reakciją. Būtent toks buvo pirmasis branduolinis reaktorius, kuris buvo sukurtas 1942 m. Čikagoje. Kuro strypai neturi būti pernelyg stori, nes šiluminiai neutronai taip pat yra sugeriami kure ir, esant pernelyg storiems kuro strypams, neutronai nepasiektų jų centro, t. y. dalis kuro liktų nepanaudota.

8.4 lentelė. Homogeninio grafito-urano reaktoriaus neutronų daugėjimo faktoriaus k_∞ ir daugiklių η, f, p vertės

	^{235}U: 0.72%; $\eta = 1.328$			^{235}U: 1.600%; $\eta = 1.654$		
N_L / N_K	f	p	k_∞	f	p	k_∞
100.0	0.944	0.480	0.602	0.968	0.482	0.771
200.0	0.894	0.599	0.712	0.938	0.601	0.931
300.0	0.849	0.660	0.744	0.909	0.661	0.995
400.0	0.808	0.699	0.751	0.883	0.700	1.022
500.0	0.771	0.727	0.745	0.858	0.728	1.032
600.0	0.738	0.748	0.733	0.834	0.749	1.033
700.0	0.707	0.765	0.718	0.811	0.766	1.027
800.0	0.678	0.778	0.701	0.790	0.779	1.018
900.0	0.652	0.790	0.684	0.770	0.791	1.007
1000.0	0.628	0.800	0.667	0.751	0.801	0.994

8.2.5. Neutronų skaičiaus priklausomybė nuo laiko

Dabar trumpai aptarsime trukmės konstantas, kurios lemia neutronų skaičiaus kitimo spartą pasikeitus neutronų daugėjimo faktoriui. Šios trukmės konstantos praktikoje yra svarbios todėl, kad jos lemia reaktoriaus galios valdymo sistemos sudėtingumą. Mat reaktoriaus šiluminė galia yra proporcinga neutronų skaičiui (koncentracijai), o šis skaičius praktikoje valdomas mechaninėmis priemonėmis: į reaktorių nuleidžiami strypai, į kurių sudėtį įeina stipriai šiluminius neutronus sugeriančios medžiagos. Šitaip sumažinamas neutronų daugėjimo faktorius k. Kadangi tų strypų nuleidimo trukmė yra kelių sekundžių eilės, tai svarbu, kad, atsitiktinai padidėjus k, neutronų skaičius reaktoriuje nespėtų labai padidėti per kelių sekundžių laiką. Priešingu atveju grandininė reakcija galėtų tapti nevaldoma ir galėtų įvykti avarija.

Neutronų skaičiaus kitimo spartą lemia neutrono ***vidutinė gyvavimo trukmė*** τ (tai yra vidutinis laikas tarp dviejų neutronų kartų). Į šią trukmę įeina lėtinimo trukmė (maždaug 10^{-6} s) ir šiluminio neutrono judėjimo iki sugerties trukmė (maždaug 10^{-3} s). Pastaroji trukmė vadinama ***difuzijos trukme***. Kadangi difuzijos trukmė yra daug didesnė už lėtinimo trukmę, tai galima teigti, kad laikas τ tarp neutronų kartų yra apytiksliai lygus difuzijos trukmei. Žinant τ vertę ir neutronų daugėjimo faktorių k, galima įvertinti neutronų skaičiaus kitimo spartą. Jeigu laiko momentu t yra N neutronų, tada laiko momentu $t + \tau$ bus kN neutronų, laiko momentu $t + 2\tau$ bus k^2N neutronų ir t. t. Neutronų skaičiaus padidėjimas per nykstamąjį laiko tarpą dt yra lygus

$$\mathrm{d}N = (k-1)N\frac{\mathrm{d}t}{\tau} \tag{8.2.4}$$

arba

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = \frac{(k-1)N}{\tau}. \tag{8.2.5}$$

Šios diferencialinės lygties sprendinys yra

$$N(t) = N_0 e^{(k-1)t/\tau}; \tag{8.2.6}$$

čia N_0 yra neutronų skaičius laiko momentu $t = 0$. Jeigu $k = 1$, iš (8.2.6) lygties gauname, kad neutronų skaičius yra pastovus (tai yra pageidaujamoji reaktoriaus veika). Jeigu $k < 1$, neutronų skaičius eksponentiškai mažėja. Jeigu $k > 1$, neutronų skaičius eksponentiškai auga su laiko konstanta, kuri lygi $\tau / (k - 1)$. T. y. per tokį laiką neutronų skaičius padidėja e ≈ 2,7 karto. Jeigu $\tau = 10^{-3}$ s, tada net jeigu k viršija vienetą labai nedaug ($k = 1{,}001$), trukmės konstanta yra 1 s eilės, t. y. per 1 s neutronų skaičius padidėtų beveik 3 kartus. Jeigu $k = 1{,}005$, tada trukmės konstanta yra maždaug 0,2 s., t. y. per 1 s neutronų skaičius padidėtų $e^5 \approx 150$ kartų. Būtų pavojinga panaudoti reaktorių, kai neutronų trukmės konstanta yra tokia maža. Laimei, dalis neutronų yra vadinamieji vėluojantieji neutronai (žr. 8.1.3 skyrių). Vidutinis laikas, kuris praėjo nuo pirminio branduolio dalijimosi iki vėluojančiojo neutrono išspinduliavimo, įeina į vėluojančiojo neutrono gyvavimo trukmę. Įskaičius visas vėluojančiųjų neutronų grupes, nustatyta, kad ^{235}U atveju vėluojančiųjų neutronų vidutinė gyvavimo trukmė yra

maždaug 12 s, o jų santykinė dalis pilnutiniame neutronų skaičiuje yra 0,0075 = 0,75%. Momentinių neutronų dalį pilnutiniame neutronų skaičiuje pažymėsime g (^{235}U atveju g = 100% – 0,75% = 99,25%). Tada, skaičiuojant momentinių neutronų dalį pilnutinio neutronų skaičiaus pokytyje dN, (8.2.4) reiškinyje vietoj k reikia vartoti gk. Jeigu $gk < 1$ (t. y. jeigu $k < 1/g$), tada momentinių neutronų nepakanka reakcijai palaikyti. Jeigu k atitinka sąlygą

$$1 < k < \frac{1}{g} \tag{8.2.7}$$

(^{235}U atveju – kai $1 < k < 1{,}0075$), tada neutronų skaičiaus augimo spartą lemia vėluojančiųjų neutronų trukmės konstanta, kuri yra palyginti didelė. Tada neutronų skaičius kinta palyginti lėtai, todėl jo valdymas yra palyginti paprastas. Jeigu $k > \frac{1}{g}$, tada neutronų skaičiaus augimą lemia momentiniai neutronai ir šio augimo sparta yra daug didesnė, negu galiojant (8.2.7) sąlygai.

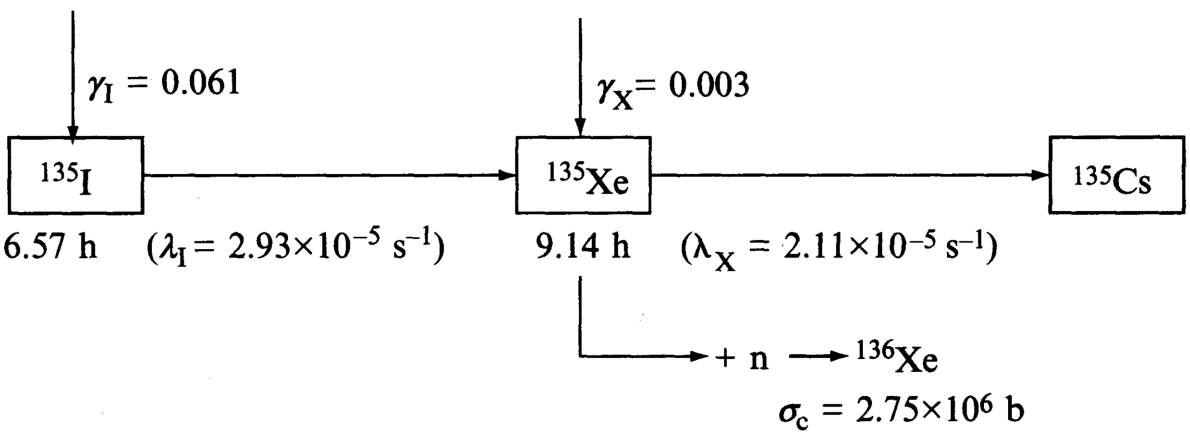
Taigi, vėluojantieji neutronai labai sulėtina neutronų skaičiaus svyravimus ir kartu palengvina grandininės reakcijos spartos valdymą, tačiau tik tada, kai neutronų daugėjimo faktorius neviršija dydžio $1 / g$ (čia g yra momentinių neutronų skaičiaus ir pilnutinio neutronų skaičiaus santykis). Jeigu $k > 1 / g$, tada reaktoriaus galios didėjimo greitis padidėja tiek, kad avarinė apsauga gali nespėti suveikti. Todėl k visada turi būti mažesnis už $1 / g$. Reaktoriaus veika, kai $k = 1 / g$, vadinama ***momentine krizine veika***.

8.2.6. Reaktoriaus apsinuodijimo reiškinys

Kai kurie dalijimosi produktai turi labai didelį neutronų pagavimo skerspjūvį (didesnį už 10^4 b). Dėl neutronų pagavimo į tų nuklidų branduolius sumažėja neutronų daugėjimo faktorius. Taigi, tie nuklidai yra žalingi. Todėl jie vadinami „reaktoriaus nuodais“, o jų kaupimasis reaktoriuje vadinamas „reaktoriaus apsinuodijimu“. Silpniau sugeriantys šiluminius neutronus antriniai nuklidai, kurie susidaro arba tiesiogiai dalijimosi reakcijos metu, arba dėl dalijimosi skeveldrų radioaktyviojo skilimo, yra vadinami „šlaku“, o jų kaupimasis reaktoriuje vadinamas „reaktoriaus šlakavimusi“. Skirtumas tarp „apsinuodijimo“ ir „šlakavimosi“ yra tik tas, kad veikiant reaktoriui „nuodų“ atomai po susidarymo egzistuoja labai trumpai (nes labai intensyviai absorbuoja neutronus), todėl veikiant reaktoriui egzistuoja pusiausvyra tarp jų kūrimo ir išnykimo ir tų nuklidų kiekis yra apytiksliai pastovus, o šlako kiekis nuolat didėja. Dėl reaktoriaus šlakavimosi bei apsinuodijimo valdymo strypai turi būti palaipsniui iš lėto ištraukiami iš reaktoriaus aktyviosios zonos, kad būtų kompensuotas neutronų daugėjimo faktoriaus sumažėjimas, t. y. kad būtų palaikoma to faktoriaus vertė $k = 1$.

Pagrindiniai reaktoriaus nuodai yra ksenonas-135 (^{135}Xe) ir samaris-149 (^{149}Sm). Iš jų svarbiausias yra ^{135}Xe, nes jo šiluminių neutronų pagavimo skerspjūvis didžiausias ($2{,}75 \cdot 10^6$ b). 8.7 pav. parodyta, kaip susidaro ^{135}Xe ir kaip jis yra pašalinamas. Pagal bendrąją reakcijos spartos išraišką (6.2.10) dalijimosi reakcijos įvykių skaičius per laiko vienetą reaktoriaus tūrio vienete yra lygus

$$R' = \Sigma_{\mathrm{d}} j \tag{8.2.8}$$



8.7 pav. „Reaktoriaus nuodų“ ^{135}Xe susidarymo ir pašalinimo spartų parametrai

čia Σ_d yra dalijimosi reakcijos makroskopinis skerspjūvis, o j yra neutronų srauto tankis (štrichas prie R parodo, kad turima omenyje reakcijos sparta tūrio vienetui). Kaip matome 8.7 pav., ^{135}Xe susidaro skylant jodo izotopui ^{135}I. Nusistovėjus dinaminei pusiausvyrai, nuklido ^{135}I kūrimo sparta yra lygi jo pašalinimo spartai. Kadangi ^{135}I yra kuriamas tik vienu būdu (dalijantis ^{235}U branduoliams) ir yra pašalinamas taip pat tik vienu būdu (dėl β^- radioaktyviojo skilimo), tai, esant dinaminei pusiausvyrai tarp šio nuklido kūrimo ir pašalinimo,

$$\gamma_I \Sigma_d j = \lambda_I N_I , \tag{8.2.9}$$

čia γ_I yra jodo-135 santykinė išeiga, λ_I yra jo skilimo konstanta, o N_I yra jo branduolių koncentracija (t. y. (8.2.9) lygybės dešinioji pusė yra *tūrio vienete* per laiko vienetą skylančių ^{135}I branduolių skaičius). Kadangi ^{135}Xe gali susidaryti dviem būdais (dėl ^{135}I skilimo arba kaip viena iš skeveldrų dalijantis ^{235}U branduoliui) ir yra pašalinamas taip pat dviem būdais (dėl skilimo arba dėl neutrono pagavimo), tai, užrašant ^{135}Xe dinaminės pusiausvyros sąlygą, kiekvienoje lygybės pusėje yra po du dėmenis:

$$\lambda_I N_I + \gamma_X \Sigma_d j = \lambda_X N_X + N_X \sigma_c j , \tag{8.2.10}$$

čia σ_c yra reakcijos, kurios metu šiluminį neutroną pagauna ^{135}Xe branduolys, skerspjūvis (indeksas „c“ kilo iš angliško žodžio „capture“ – „pagavimas“). Išreiškus N_I iš (8.2.9), įrašius į (8.2.10) ir išreiškus N_X, gaunama:

$$N_X = \frac{(\gamma_I + \gamma_X)\Sigma_d j}{(\lambda_X + \sigma_c j)} . \tag{8.2.11}$$

Padidėjus ^{135}Xe kiekiui, neutronų daugėjimo faktorius sumažėja nuo k iki k', nes sumažėja šiluminio panaudojimo koeficientas (nuo f iki f'). Šis koeficiento f sumažėjimas yra aiškus iš jo išraiškos, kuri pateikta anksčiau: skaitiklyje yra tik kure (t. y. ^{235}U ir ^{238}U) sugertų neutronų makroskopinis skerspjūvis, o vardiklyje – visų reaktoriaus aktyviosios zonos komponentų makroskopinių skerspjūvių suma, t. y.

$$f = \frac{\Sigma_a(\mathrm{K})}{\Sigma_a(\mathrm{A})} \tag{8.2.12}$$

(čia raidė „A“ reiškia aktyviąją zoną). Atsižvelgiant į ^{135}Xe įtaką, prie minėtosios sumos (kuri yra (8.2.12) vardiklyje) reikia pridėti ir neutronų sugerties ^{135}Xe branduoliais makroskopinį skerspjūvį:

$$f' = \frac{\Sigma_a(\mathrm{K})}{\Sigma_a(\mathrm{A}) + N_X \sigma_c} . \tag{8.2.13}$$

Apskaičiuosime santykinį neutronų daugėjimo faktoriaus pokytį q_X dėl reaktoriaus apsinuodijimo ^{135}Xe dujomis. Dėl šio reiškinio neutronų daugėjimo faktorius sumažėja nuo k iki k', todėl

$$q_X = \frac{k' - k}{k'} = \frac{f' - f}{f'} , \tag{8.2.14}$$

čia k ir f yra atitinkamai daugėjimo faktoriaus ir šiluminio panaudojimo koeficiento vertės, kai nėra ^{135}Xe (t. y. kai $N_X = 0$). Atsižvelgus į (8.2.12) ir (8.2.13),

$$\frac{q_X}{f} = \frac{1}{f} - \frac{1}{f'} = -\frac{N_X \sigma_c}{\Sigma_a(\mathrm{K})} . \tag{8.2.15}$$

Įrašius N_X išraišką (8.2.11) į (8.2.15),

$$\frac{q_X}{f} = -\frac{(\gamma_I + \gamma_X)\Sigma_d j \sigma_c}{(\lambda_X + \sigma_c j)\Sigma_a(\mathrm{K})} . \tag{8.2.16}$$

Pagal (8.2.1) formulę

$$\frac{\Sigma_d}{\Sigma_a(\mathrm{K})} = \frac{\eta}{\nu} . \tag{8.2.17}$$

Įrašę (8.2.17) į (8.2.16), galutinai gauname:

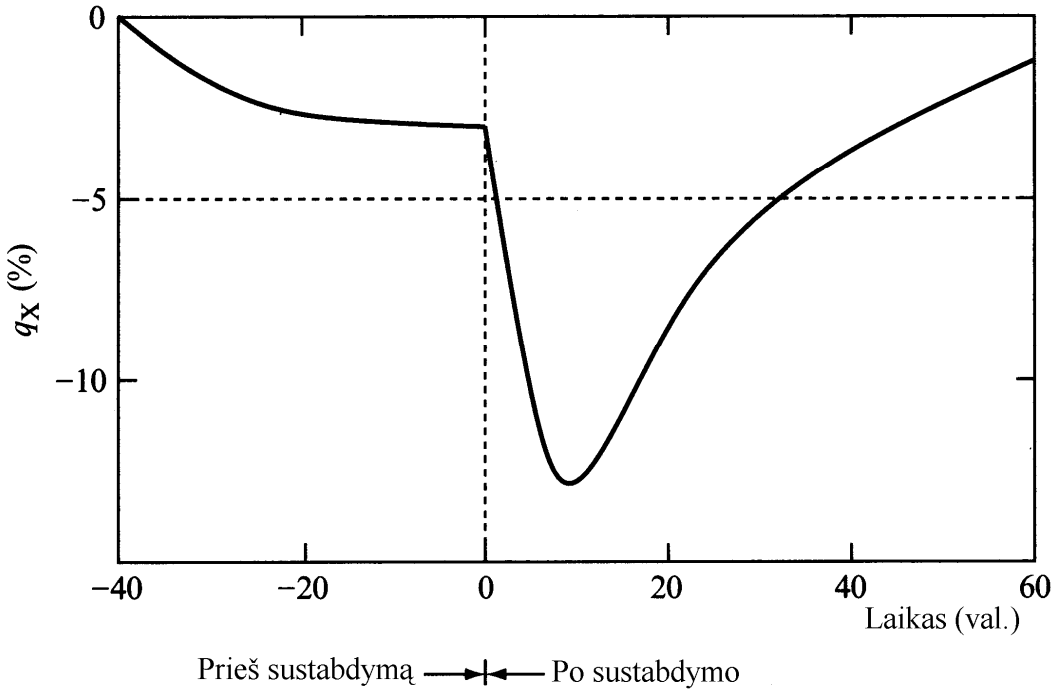
$$\frac{q_X}{f} = -\frac{(\gamma_I + \gamma_X)\eta}{(1 + \lambda_X / (\sigma_c j))\nu} . \tag{8.2.18}$$

Pvz., naudojantis parametrų vertėmis, kurios pateiktos 8.7 pav., ir įrašius tipiškas kitų parametrų vertes: $\eta = 1{,}33$, $\nu = 2{,}42$, $j = 10^{14}$ cm^{-2} s^{-1} ir $f = 0{,}9$, gaunama $\lambda_X / (\sigma_c j) = 0{,}077$ ir

$$\frac{q_X}{f} = -\frac{0,064 \cdot 1,33}{1,077 \cdot 2,42} = -0,033 \qquad \text{arba} \qquad q_X \approx\sim -0,03 .$$

Vadinasi, šiuo atveju dinaminės pusiausvyros sąlygomis reaktoriaus "nuodai" sumažina neutronų daugėjimo faktorių 3 %.

8.8 pav. parodytas neutronų daugėjimo faktoriaus k mažėjimas dėl reaktoriaus apsinuodijimo dviejuose etapuose: prieš sustabdant reaktorių ($t < 0$) ir kai reaktorius sustabdytas ($t > 0$). Reaktoriaus veikimo metu k vertė turi būti lygi 1. Tai yra pasiekiama palaipsniui ištraukiant valdymo strypus, kad kompensuoti reaktoriaus nuodų kiekio didėjimą. Kai reaktorius sustabdytas, nelieka vieno iš ^{135}Xe kūrimo kanalų (dalijimosi reakcijos), tačiau nelieka ir vieno iš ^{135}Xe pašalinimo kanalų (neutronų pagavimo reakcijos). Todėl vienintelis ^{135}Xe kūrimo kanalas yra ^{135}I skilimas, o vienintelis ^{135}Xe pašalinimo kanalas yra ^{135}Xe skilimas. Kadangi veikiančiame reaktoriuje ^{135}I kiekis yra didesnis negu ^{135}Xe (dėl didesnės dalijimosi išeigos), o ^{135}I skilimo konstanta didesnė negu ^{135}Xe skilimo konstanta (žr. 8.7 pav.), tai sustabdžius reaktorių ^{135}Xe kiekis pradeda didėti. Paskui, kai ^{135}I kiekis tampa nepakankamas kad kompensuoti ^{135}Xe skilimą, ^{135}Xe kiekis pradeda mažėti. Kadangi ir ^{135}I, ir ^{135}Xe skilimo pusamžiai yra kelių valandų eilės (žr. 8.7 pav.), tai, sustabdžius reaktorių, laikas, per kurį ^{135}Xe branduolių skaičius sumažėja viena eile, yra kelios dešimtys valandų. Pavyzdyje, kuris atitinka 8.8 pav., didžiausias santykinis neutronų daugėjimo faktoriaus sumažėjimas yra 13 %. Jeigu reaktoriaus valdymo strypais galima kompensuoti santykinį sumažėjimą tik iki 5 % (žr. horizontalią punktyrinę liniją 8.7 pav.), tada sustabdžius reaktorių būtų neįmanoma jį iš karto vėl įjungti, o reikėtų laukti daugiau negu parą, kol suskils didžioji reaktoriaus nuodų dalis.



8.8 pav. ^{135}Xe kaupimosi reaktoriaus aktyviojoje zonoje įtaka neutronų daugėjimo faktoriaus santykiniam pokyčiui prieš sustabdant reaktorių ir jį sustabdžius, kai neutronų srauto tankis yra 10^{14} cm^{-2} s^{-1}. Horizontalioji punktyrinė linija nurodo didžiausią santykinį sumažėjimą, kurį galima kompensuoti ištraukiant valdymo strypus

8.3. Branduolinio reaktoriaus matmenų apskaičiavimas

Mažiausi reaktoriaus matmenys, kurie reikalingi, kad būtų galima gauti veikiantį reaktorių, atitinkantį duotąją k_∞ vertę, priklauso nuo neutronų srauto priklausomybės nuo koordinačių, nes ta priklausomybė atspindi neutronų nuostolius (dėl jų sugerties ir nuotėkio iš reaktoriaus). Šios priklausomybės pavidalas, savo ruožtu, priklauso nuo reaktoriaus geometrijos ir nuo jo vidinės sandaros. Nors dauguma reaktorių yra heterogeniniai, aptarsime homogeninį reaktorių, nes heterogeninio reaktoriaus matematinė analizė yra pernelyg sudėtinga. Tačiau bendrosios išvados tiks ir heterogeniniam reaktoriui. Pagrindinis šios analizės tikslas – apskaičiuoti reaktoriaus matmenis, kurie reikalingi, kad reaktoriuje būtų galima gauti didesnį už vienetą neutronų daugėjimo faktorių k. Kaip pamatysime, neutronų srauto tankis yra didžiausias reaktoriaus centre ir pasiekia nulinę vertę tam tikru atstumu nuo centro. Tas atstumas ir lemia reaktoriaus matmenis.

Visų pirma reikia aptarti neutrono difuziją nuo jo atsiradimo taško iki sugerties arba nuotėkio iš reaktoriaus.

8.3.1. Difuzija

Klasikinė difuzijos lygtis yra išvedama remiantis teiginiu, kad, jeigu dalelės yra laisvos, o jų judėjimas yra betvarkis (šiluminis), tada, esant netolygiam dalelių pasiskirstymui erdvėje, dėl minėtojo betvarkio judėjimo atsiras dalelių srautas iš erdvės srities, kur jų koncentracija yra didesnė, į erdvės sritį, kur dalelių koncentracija yra mažesnė. Pasirinkus plokštumą $z = const$, egzistuos dalelių srautas per tą plokštumą abiem kryptimis. Apibrėšime dalelių srauto tankį J_z: tai yra vidutinis dalelių skaičius, kuris kerta vienetinį tos plokštumos plotą teigiamąja z kryptimi per laiko vienetą. Jeigu dalelių koncentracija n yra konstanta (t. y. jeigu dalelės tolygiai pasiskirsčiusios erdvėje), tada $J_z = 0$, tačiau, jeigu n priklauso nuo z, tada atsiras dalelių srautas, kuris „stengiasi“ atkurti dinaminę pusiausvyrą. To srauto tankis yra tiesiog proporcingas koncentracijos gradientui, t. y.

$$J_z = -D\frac{\partial n}{\partial z}, \tag{8.3.1}$$

čia D yra proporcingumo koeficientas, kuris vadinamas ***difuzijos koeficientu***. Jeigu $\partial n / \partial z > 0$, dalelių srautas nukreiptas neigiamąja z ašies kryptimi (iš didelės koncentracijos srities į mažos koncentracijos sritį). Analogiškai išreiškiami ir srauto tankiai x ir y kryptimis. Pilnutinis srauto tankis yra vektorinis dydis, kuris lygus

$$\boldsymbol{J} = \boldsymbol{i}_x J_x + \boldsymbol{i}_y J_y + \boldsymbol{i}_z J_z \equiv -D\nabla n, \tag{8.3.2}$$

čia simbolis „∇“ žymi diferencialinį operatorių „nabla“:

$$\nabla = \boldsymbol{i}_x(\partial/\partial x) + \boldsymbol{i}_y(\partial/\partial y) + \boldsymbol{i}_z(\partial/\partial z), \tag{8.3.3}$$

o vektoriai $\boldsymbol{i}_x$, $\boldsymbol{i}_y$ ir $\boldsymbol{i}_x$ yra Dekarto koordinačių ašių vienetiniai vektoriai.

Apytikslė difuzijos koeficiento išraiška yra šitokia:

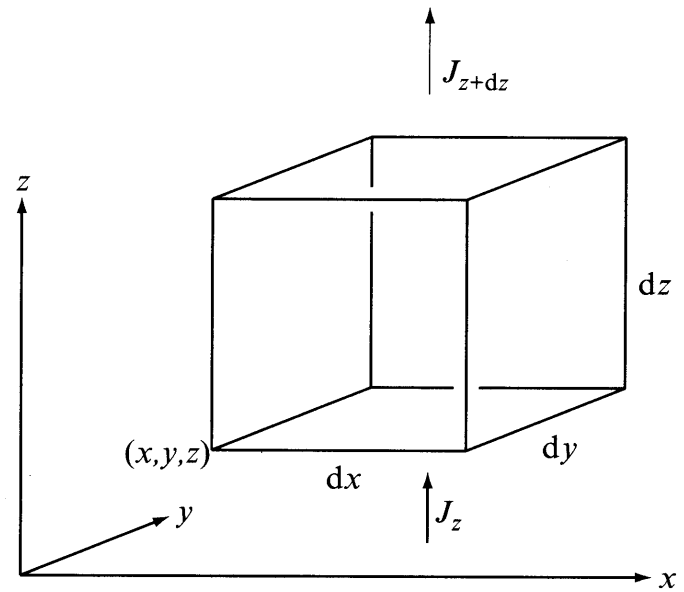
$$D = \frac{1}{3}\upsilon l_s; \tag{8.3.4}$$

čia υ yra dalelių greičio modulio (absoliučiosios vertės) vidurkis, o l_s yra vidutinis laisvasis kelis (indeksas „s“ parodo, kad turimas omenyje vidutinis kelias tarp dalelių tampriosios sklaidos įvykių). Ši išraiška galioja tada, kad sklaida yra izotropinė, t. y. kai dalelės greičio kryptis po sklaidos įvykio yra visiškai nesusijusi su dalelės judėjimo kryptimi prieš sklaidos įvykį. Įrašę (8.3.4) į (8.3.1), gauname:

$$J_z = -\frac{\upsilon l_s}{3}\frac{\partial n}{\partial z}. \tag{8.3.5}$$

8.3.2. Tolydumo lygtis

Remiantis (8.3.2) lygtimi, galima išvesti diferencialinę lygtį, kurios vienintelė nežinomoji funkcija yra n, t. y. į kurią neįeina srauto tankis J. Tam reikia pasinaudoti tuo, kad pagal prielaidą vienintelis veiksnys, dėl kurio gali pasikeisti dalelių skaičius tam tikrame tūryje, yra dalelių pereiga per to tūrio paviršių. Nagrinėkime nykstamąjį stačiakampio gretasienio formos tūrio elementą dV, kurio briaunų ilgiai yra dx, dy ir dz (žr. 8.9 pav.). Pagal srauto tankio apibrėžtį dalelių skaičius per laiko vienetą, kuris patenka į tą tūrį per apatinę jo sieną, yra lygus srauto tankio z komponentės ties apatine siena (J_z) ir tos sienos ploto (dx dy) sandaugai, t. y. J_z dx dy. Analogiškai dalelių skaičius per laiko vienetą, kuris išeina iš to tūrio per viršutinę jo sieną, yra lygus srauto tankio z komponentės ties



8.9 pav. Stačiakampio gretasienio formos tūrio elementas ir vektorinio dalelių srauto tankio z komponentė

viršutine siena ($J_z + \mathrm{d}J_z$) ir tos sienos ploto ($\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$) sandaugai, t. y. ($J_z + \mathrm{d}J_z$) $\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$. Vadinasi, tūryje $\mathrm{d}V$ esančių dalelių skaičiaus pokytis per laiko vienetą dėl dalelių srauto išilgai z ašies yra lygus

$$J_z\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y - (J_z + \mathrm{d}J_z)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y = -\mathrm{d}J_z\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y = -\frac{\partial J_z}{\partial z}\,\mathrm{d}z\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y = -\frac{\partial J_z}{\partial z}\,\mathrm{d}V\,. \tag{8.3.6}$$

Analogiškai apskaičiuojami ir dalelių skaičiaus pokyčiai dėl srauto x ir y kryptimis. Sudėjus tuos „dalinius“ pokyčius, gaunamas pilnutinis dalelių skaičiaus tūryje $\mathrm{d}V$ pokytis per laiko vienetą. Padalijus šį dydį iš $\mathrm{d}V$, gaunamas dalelių koncentracijos pokytis per laiko vienetą, t. y dalelių koncentracijos dalinė išvestinė laiko atžvilgiu:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\left(\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} + \frac{\partial J_z}{\partial z}\right) \equiv -\nabla\cdot\boldsymbol{J} \equiv -\mathrm{div}\,\boldsymbol{J}\,; \tag{8.3.7}$$

čia žymuo „·“ reiškia vektorių skaliarinę sandaugą (naudojamės tuo, kad vektorių skaliarinė sandauga yra lygi jų atitinkamų Dekarto komponenčių sandaugų sumai), o žymuo „div“ reiškia vektoriaus divergenciją. (8.3.7) yra vadinamoji ***tolydumo lygtis***, kuri matematiškai išreiškia anksčiau minėtą teiginį, kad vienintelė dalelių skaičiaus duotajame tūryje kitimo priežastis yra dalelių išėjimas iš to tūrio arba patekimas į tą tūrį dėl to, kad dalelės kerta tūrio skiriamąjį paviršių. Taigi, gavome antrąjį funkcijų $\boldsymbol{J}$ ir n sąryšį (pirmasis sąryšis yra (8.3.2)). Įrašius vektoriaus $\boldsymbol{J}$ išraišką (8.3.2) į (8.3.7), gaunama ši diferencialinė lygtis dalinėmis išvestinėmis:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D\nabla^2 n(\boldsymbol{r},t)\,, \tag{8.3.8}$$

čia ∇^2 yra vadinamasis Laplaso operatorius:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \tag{8.3.9}$$

(8.3.8) lygtis kartais vadinama „difuzijos lygtimi“. (8.3.7) arba (8.3.8) lygtis tinka tik tada, kai nėra dalelių atsiradimo ir išnykimo vyksmų. Kadangi neutronai reaktoriuje gali išnykti (dėl jų pagavimo į branduolius) ir atsirasti (pvz., dalijantis branduoliui), tai (8.3.8) lygties dešiniojoje pusėje reikia pridėti dėmenis, nusakančius neutronų atsiradimą ir jų sugertį. Pagal bendrąją reakcijos spartos išraišką (6.2.10) tūrio vienete per laiko vienetą sugeriamų neutronų skaičius yra lygus pilnutinio neutronų sugerties (absorbcijos) makroskopinio skerspjūvio Σ_a ir krintančiųjų neutronų srauto tankio j sandaugai. Čia reikia atkreipti dėmesį, kad srauto tankis, kuris žymimas j, turi kitą prasmę, negu srauto tankis, kuris žymimas $\boldsymbol{J}$ (nors abiejų šių dydžių dimensijos yra vienodos). $\boldsymbol{J}$ yra *vektorinis* srauto tankis, kuris įskaito neutronus, kertančius duotąjį *plokščią* paviršių *iš abiejų pusių*, ir abiejų krypčių srautams yra priskiriami priešingi ženklai (vadinasi, jeigu iš abiejų pusių tą paviršių kerta vienodas neutronų skaičius per laiko vienetą, tada $\boldsymbol{J} = 0$). Tas paviršius turi būti statmenas vidutiniam neutronų greičio vektoriui. Tuo tarpu j yra *skaliarinis krintančiųjų* neutronų srauto tankis, kuris nusako *į*

sferinio paviršiaus vidų iš išorės patenkančių neutronų skaičių ploto vienetui per laiko vienetą[1]. Žodis „krintančiųjų“ nurodo, kad turimi omenyje tik tie neutronai, kurie kerta tam tikrą sferinį paviršių *iš vienos pusės* (t. y. iš išorės). Tos sferos centre turi būti taškas $\boldsymbol{r}$, kuriame reikia apskaičiuoti neutronų sugerties spartą. Perėjus prie ribos, kai tos sferos spindulys artėja į nulį, gaunamas skaliarinis neutronų srauto tankis $j(\boldsymbol{r},t)$ taške $\boldsymbol{r}$. Vadinasi, dėl neutronų sugerties (8.3.8) lygties dešiniojoje pusėje atsiranda papildomas dėmuo $-\Sigma_a j(\boldsymbol{r},t)$. Neutronų atsiradimo (generacijos) spartą žymėsime S (tai yra neutronų skaičius, kuris per laiko vienetą atsiranda tūrio vienete). Vadinasi, atsižvelgus į neutronų sugertį ir jų generaciją, tolydumo lygtis tampa tokia:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D\nabla^2 n(\boldsymbol{r},t) - \Sigma_\mathrm{a} j(\boldsymbol{r},t) + S(\boldsymbol{r},t)\,. \tag{8.3.10}$$

Tai yra bendroji ***neutronų difuzijos lygtis***. Jeigu neutronų kūrimo sparta nepriklauso nuo laiko (t. y. $S(\boldsymbol{r},t) = S(\boldsymbol{r})$), tada po tam tikro laiko nusistovi dinaminė pusiausvyra, kai visi dydžiai nepriklauso nuo laiko, o jų išvestinės laiko atžvilgiu yra lygios nuliui:

$$D\nabla^2 n(\boldsymbol{r}) - \Sigma_\mathrm{a} j(\boldsymbol{r}) + S(\boldsymbol{r}) = 0\,. \tag{8.3.11}$$

Krintančiųjų neutronų srauto tankis yra lygus

$$j(\boldsymbol{r}) = \upsilon n(\boldsymbol{r})\,, \tag{8.3.12}$$

čia υ yra vidutinis neutronų greitis (tiksliau, neutronų greičio komponentės, kuris statmena minėtam sferiniam paviršiui, modulio vidurkis). Vadinasi, (8.3.11) lygtyje koncentraciją $n(\boldsymbol{r})$ galima pakeisti reiškiniu $j(\boldsymbol{r}) / \upsilon$:

$$\frac{D}{\upsilon}\nabla^2 j(\boldsymbol{r}) - \Sigma_\mathrm{a} j(\boldsymbol{r}) + S(\boldsymbol{r}) = 0\,, \tag{8.3.13}$$

čia yra laikoma, kad vidutinis neutronų greitis υ yra vienodas visuose erdvės taškuose.

8.3.3. Difuzijos nuotolis

Tarkime, taške $\boldsymbol{r} = 0$ yra taškinis neutronų šaltinis, o visą erdvę užpildo neutronų lėtiklis. Išvesime skaliarinio neutronų srauto priklausomybę nuo atstumo iki to taško. Kadangi šiuo atveju neutronai yra generuojami tik taške $\boldsymbol{r} = 0$, tai (8.3.13) lygtyje generacijos sparta $S(\boldsymbol{r})$ yra lygi nuliui visuose taškuose, kurių $r > 0$ (čia r yra spindulio vektoriaus $\boldsymbol{r}$ modulis, t. y. atstumas iki taško $\boldsymbol{r} = 0$). Vadinasi, visiems taškams, kurių $r > 0$, (8.3.13) lygtis yra šitokia:

$$\nabla^2 j(\boldsymbol{r}) = \frac{\upsilon\Sigma_\mathrm{a}(\mathrm{L})}{D} j(\boldsymbol{r})\,, \tag{8.3.14}$$

čia $\Sigma_\mathrm{a}(\mathrm{L})$ yra lėtiklio neutronų sugerties makroskopinis skerspjūvis. Dešiniojoje lygybės pusėje daugiklis prieš $j(\boldsymbol{r})$ turi atvirkštinio atstumo kvadrato dimensiją, todėl (8.3.14) lygtį galima užrašyti šitaip:

$$\nabla^2 j(\boldsymbol{r}) = \frac{j(\boldsymbol{r})}{L^2}\,, \tag{8.3.15}$$

čia L yra tam tikras būdingasis atstumas, kuris apibūdina neutronų ir lėtiklio sąveiką:

$$L^2 \equiv \frac{D}{\upsilon\Sigma_\mathrm{a}(\mathrm{L})}\,. \tag{8.3.16}$$

Tas atstumas yra vadinamas ***difuzijos nuotoliu***.

Dabar išspręsime (8.3.15) lygtį. Kadangi sistema yra sferiškai simetriška, o simetrijos centras yra taške $r = 0$, tai tos lygties sprendiniai priklauso tik nuo r (t. y. nepriklauso nuo vektoriaus $\boldsymbol{r}$ krypties): $j = j(r)$. Tokiu atveju sferinėje koordinačių sistemoje diferencialinis Laplaso operatorius išreiškiamas šitaip:

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r^2\frac{\mathrm{d}...}{\mathrm{d}r}\right) = \frac{\mathrm{d}^2...}{\mathrm{d}r^2} + \frac{2}{r}\frac{\mathrm{d}...}{\mathrm{d}r}\,.$$

Vadinasi,

---

[1] Dažnai j vadinamas „neutronų srautu“, o $\boldsymbol{J}$ vadinamas „neutronų srauto tankiu“. Tačiau čia ir toliau abu šie dydžiai bus vadinami „neutronų srauto tankiu“, o kai juos reikės atskirti vieną nuo kito, tada dydis j bus vadinamas „skaliariniu srauto tankiu“ arba „krintančiųjų neutronų srauto tankiu“, o dydis $\boldsymbol{J}$ – „vektoriniu srauto tankiu“.

$$\nabla^2 j(r) = \frac{\mathrm{d}^2 j}{\mathrm{d}r^2} + \frac{2}{r}\frac{\mathrm{d}j}{\mathrm{d}r}. \tag{8.3.17}$$

Įrašę (8.3.17) į (8.3.15), gauname:

$$\frac{\mathrm{d}^2 j}{\mathrm{d}r^2} + \frac{2}{r}\frac{\mathrm{d}j}{\mathrm{d}r} = \frac{j(r)}{L^2}. \tag{8.3.18}$$

Apibrėžiame pagalbinę funkciją

$$u(r) \equiv rj(r). \tag{8.3.19}$$

Iš čia išreiškiame $j(r)$ ir įrašome į (8.3.18):

$$\frac{\mathrm{d}^2 u(r)}{\mathrm{d}r^2} - \frac{u(r)}{L^2} = 0. \tag{8.3.20}$$

Šios lygties bendrasis sprendinys yra

$$u(r) = a\mathrm{e}^{-r/L} + b\mathrm{e}^{+r/L}, \tag{8.3.21}$$

čia a ir b yra konstantos. Įrašę (8.3.21) į (8.3.19), gauname skaliarinio neutronų srauto tankio išraišką:

$$j(r) = a\frac{\mathrm{e}^{-r/L}}{r} + b\frac{\mathrm{e}^{+r/L}}{r}. \tag{8.3.22}$$

Aišku, kad neutronų srauto tankis turi artėti į nulį, kai $r \to \infty$. Vadinasi, $b = 0$. Taigi,

$$j(r) = a\frac{\mathrm{e}^{-r/L}}{r}. \tag{8.3.23}$$

Kadangi srauto tankis $j(r)$ yra proporcingas neutronų koncentracijai atstumu r nuo neutronų šaltinio (žr. (8.3.12)), tai tuo pačiu jis yra proporcingas ir tikimybės tankiui aptikti neutroną ant sferos, kurios spindulys r. Kitaip sakant, apibrėžus nykstamo storio dr ir spindulio r sferinį sluoksnį, tikimybė aptikti neutroną tame sluoksnyje yra proporcinga $j(r)\mathrm{d}V$, kur dV yra to sluoksnio tūris: $\mathrm{d}V = 4\pi r^2\mathrm{d}r$. Vadinasi, neutrono poslinkio r nuo jo atsiradimo (taške $r = 0$) iki sugerties kvadrato vidurkis yra lygus

$$\langle r^2 \rangle = \frac{\int_0^\infty r^2 j(r)\mathrm{d}V}{\int_0^\infty j(r)\mathrm{d}V} = \frac{\int_0^\infty r^3 \mathrm{e}^{-r/L}\mathrm{d}r}{\int_0^\infty r\mathrm{e}^{-r/L}\mathrm{d}r} = 6L^2. \tag{8.3.24}$$

8.3.4. Reaktoriaus lygtis

(8.3.13) pavidalo lygtis tinka nusakant neutronų srauto pasiskirstymą homogeniniame reaktoriuje stacionariomis sąlygomis (kai visi reaktoriaus parametrai nepriklauso nuo laiko):

$$\frac{D}{\upsilon}\nabla^2 j(\boldsymbol{r}) - \Sigma_\mathrm{a}(\mathrm{A})j(\boldsymbol{r}) + S(\boldsymbol{r}) = 0, \tag{8.3.25}$$

čia pirmasis dėmuo nusako neutronų nuotėkį dėl difuzijos, antrasis dėmuo nusako neutronų sugertį, o trečiasis dėmuo nusako neutronų atsiradimą. Žymuo $\Sigma_\mathrm{a}(\mathrm{A})$ reiškia neutronų sugerties reaktoriaus aktyviojoje zonoje makroskopinį skerspjūvį. Kadangi homogeninio reaktoriaus sudėtis yra vienoda visuose jo tūrio taškuose, tai $\Sigma_\mathrm{a}(\mathrm{A})$ yra konstanta. Jeigu lėtiklio atomų yra daug daugiau, negu kuro atomų, tada difuzijos koeficientas D yra praktiškai lygus gryno lėtiklio difuzijos koeficientui. Pagal stacionarios veikos apibrėžtį (8.3.25) lygtis nusako reaktorių, kurio neutronų daugėjimo faktorius k yra tiksliai lygus vienetui. Tačiau, kaip toliau bus įrodyta matematiškai, dėl reaktoriaus baigtinių matmenų tokia veika yra galima tik tada, kai $k_\infty > 1$.

Susiesime (8.3.25) lygybės kairiosios pusės paskutinįjį dėmenį su faktoriumi k_∞. Tuo tikslu trumpam grįšime prie nestacionariosios neutronų difuzijos lygties (8.3.10). Jeigu reaktoriaus matmenys yra begaliniai, o reaktorius yra homogeninis, tada visi erdvės taškai yra lygiaverčiai. Tai reiškia, kad difuzinis srautas yra lygus nuliui, t. y. (8.3.10) lygties dešiniojoje pusėje nėra pirmojo dėmens (kuris proporcingas $\nabla^2 n$). Be to, tada j ir S nepriklauso nuo $\boldsymbol{r}$, o priklauso tik nuo laiko t. Ši priklausomybė – tai eksponentinė funkcija (8.2.6), kuri yra diferencialinės lygties (8.2.5) sprendinys. Taigi, šiuo atveju (8.3.10) lygybės kairiąją pusę galima išreikšti pagal (8.2.5):

$$\frac{(k_\infty - 1)n(t)}{\tau} = -\Sigma_\mathrm{a}(\mathrm{A})j(t) + S(t). \tag{8.3.26}$$

Neutronų srauto tankį j galima išreikšti pagal (8.3.12). Kadangi branduoliai dalijasi dėl to, kad yra apšaudomi neutronais, tai jų dalijimosi sparta yra proporcinga neutronų srauto tankiui, o šio proporcingumo koeficientas homogeniniame reaktoriuje yra konstanta, kurią pažymėsime C:

$$S(\boldsymbol{r}) = C\,j(\boldsymbol{r}) = C\upsilon n(\boldsymbol{r}), \tag{8.3.27}$$

Įrašę (8.3.12) ir (8.3.27) į (8.3.26), gauname

$$k_\infty - 1 = \upsilon\tau(C - \Sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{A})). \tag{8.3.28}$$

Kadangi τ yra vidutinė neutrono gyvavimo trukmė, o neutronas pagal prielaidą juda pastoviu greičiu υ, tai sandauga $\upsilon\tau$ yra lygi vidutiniam atstumui l_{a}, kurį neutronas nueina nuo atsiradimo iki absorbcijos, t. y. vidutiniam neutrono trajektorijos ilgiui. Antra vertus, yra žinoma, kad makroskopinis absorbcijos skerspjūvis yra atvirkštinis dydis tam pačiam atstumui (žr. (6.2.8)). Vadinasi, $\upsilon\tau = 1 / \Sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{A})$. Įrašę tai į (8.3.28), gauname $C = k_\infty\,\Sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{A})$. Atitinkamai pagal (8.3.27)

$$S(\boldsymbol{r}) = k_\infty \Sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{A})\, j(\boldsymbol{r}). \tag{8.3.29}$$

Įrašę (8.3.29) į (8.3.25), gauname:

$$\frac{D}{\upsilon}\nabla^2 j(\boldsymbol{r}) + (k_\infty - 1)\Sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{A})\, j(\boldsymbol{r}) = 0. \tag{8.3.30}$$

Homogeninio reaktoriaus aktyviosios zonos neutronų difuzijos nuotolio apibrėžtis yra analogiška gryno lėtiklio neutronų difuzijos nuotolio apibrėžčiai (8.3.16):

$$L_{\mathrm{A}}^2 \equiv \frac{D}{\upsilon\Sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{A})}, \tag{8.3.31}$$

Naudojant šį difuzijos nuotolį, (8.3.30) lygtį galima užrašyti šitaip:

$$\nabla^2 j(\boldsymbol{r}) + \frac{k_\infty - 1}{L_{\mathrm{A}}^2} j(\boldsymbol{r}) = \nabla^2 j(\boldsymbol{r}) + B^2 j(\boldsymbol{r}) = 0, \tag{8.3.32}$$

čia koeficientas B apibrėžiamas taip:

$$B^2 \equiv \frac{k_\infty - 1}{L_{\mathrm{A}}^2}. \tag{8.3.33}$$

(8.3.32) lygtis – tai vadinamoji ***vienos grupės reaktoriaus lygtis***, nes ji išvesta remiantis prielaida, kad visi neutronai juda vienodu greičiu, kuris lygus vidutiniam šiluminio judėjimo greičiui υ (kitaip sakant, yra tik viena neutronų grupė). Ši prielaida pasireiškia tuo, kad išvedant yra tariama, kad makroskopinis sugerties skerspjūvis $\Sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{A})$ ir daugiklis D / υ yra konstantos (nors iš tikro jie priklauso nuo neutronų greičio υ). L_{A} yra šiluminių neutronų difuzijos nuotolis aktyviojoje zonoje (L_{A} yra daug mažesnis už anksčiau minėtą vidutinį neutrono trajektorijos ilgį l_{a}, nes L_{A} yra tos pačios eilės, kaip kvadratinė šaknis iš neutrono poslinkio kvadrato vidurkio).

Jeigu tariame, kad reaktoriaus aktyviąją zoną sudaro tik kuras ir neutronų lėtiklis, tada

$$\Sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{A}) = \Sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{K}) + \Sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{L}), \tag{8.3.34}$$

čia $\Sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{K})$ ir $\Sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{L})$ yra atitinkamai kuro ir lėtiklio neutronų sugerties makroskopiniai skerspjūviai. Atitinkamai šiluminio panaudojimo faktorius (žr. 8.2.3 skyrių) yra lygus

$$f = \frac{\Sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{K})}{\Sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{K}) + \Sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{L})} \equiv \frac{\Sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{K})}{\Sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{A})}, \tag{8.3.35}$$

$$1 - f = \frac{\Sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{A}) - \Sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{K})}{\Sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{A})} = \frac{\Sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{L})}{\Sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{A})}. \tag{8.3.36}$$

Pagal (8.3.16) $\Sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{L}) \sim 1 / L^2$, o pagal (8.3.31) $\Sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{A}) \sim 1/L_{\mathrm{A}}^2$ (čia proporcingumo koeficientai yra vienodi ir lygūs D / υ). Todėl

$$1 - f = \frac{L_{\mathrm{A}}^2}{L^2},$$

t. y.

$$L_{\mathrm{A}}^2 = (1 - f)L^2. \tag{8.3.37}$$

Taigi, neutronų difuzijos nuotolis reaktoriaus aktyviojoje zonoje visada yra mažesnis už difuzijos nuotolį gryname lėtiklyje. Taip yra dėl to, kad neutronas gali būti sugertas ne tik lėtiklyje, bet ir kure. Jeigu lėtiklis nesugeria neutronų, tada $\Sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{L}) = 0$, t. y. $f = 1$ (žr. (8.3.35)). Remiantis (8.3.37), galėtų

pasirodyti, kad šiuo atveju $L_A = 0$, o tai yra neturintis fizikinės prasmės rezultatas. Tačiau reikia turėti omenyje, kad, kai $\Sigma_a(L) \to 0$, neutronų difuzijos nuotolis L gryname lėtiklyje artėja į begalybę (žr. (8.3.16)). Vadinasi, kai $f \to 1$, (8.3.37) reiškinyje atsiranda „$0 \cdot \infty$“ pavidalo neapibrėžtumas, kurį pašalinus gaunama baigtinė vertė (8.3.31).

(8.3.37) reiškinys nusako neutronų difuzijos nuotolį po to, kai jie buvo sulėtinti iki šiluminio judėjimo greičio. Tačiau reikia atsižvelgti ir į tai, kad neutronai tam tikrą atstumą nueina ir lėtinimo metu. Taigi, pilnutinis neutrono poslinkio vektorius nuo jo atsiradimo iki sugerties yra vektorinė suma dviejų poslinkių: poslinkio lėtinant neutroną ir poslinkio difuzijos metu. ***Lėtinimo nuotolis*** nusako vidutinį kvadratinį neutrono poslinkį nuo jo atsiradimo momento iki to momento, kai jo energija sumažėja iki šiluminės energijos (tiksliau, vidutinis kvadratinis neutrono poslinkis lėtinimo metu ir lėtinimo nuotolis yra susiję vienas su kitu taip pat, kaip vidutinis kvadratinis neutrono poslinkis difuzijos metu susijęs su difuzijos nuotoliu, t. y. pagal (8.3.24) lygybę). Kadangi abu šie neutrono gyvavimo etapai (lėtinimas ir difuzija) yra nepriklausomi vienas nuo kito, o neutrono judėjimas kiekviename iš jų yra betvarkis, tai iš statistikos dėsnių išplaukia, kad pilnutinio poslinkio kvadrato vidurkis yra lygus poslinkio kvadratų, atitinkančių lėtinimą ir difuziją, vidurkių sumai. Todėl lėtinimo nuotolį galima įskaityti, (8.3.32) ir (8.3.33) lygybėse vietoj L_A^2 naudojant sumą $L_A^2 + L_L^2$, kur L_L yra anksčiau minėtas vidutinis lėtinimo nuotolis. Vadinasi, tikslesnė B^2 išraiška yra tokia:

$$B^2 \equiv \frac{k_\infty - 1}{L_A^2 + L_L^2}. \tag{8.3.38}$$

Kai kurių lėtiklių parametrų D / υ, L^2 ir L_L^2 vertės yra pateiktos 8.5 lentelėje.

8.5 lentelė. Neutronų lėtiklių difuzijos ir lėtinimo konstantos

Lėtiklis	D / υ (cm)	L^2 (cm^2)	L_L^2 (cm^2)
H_2O	0,16	8,1	27
D_2O	0,87	30 000	131
Grafitas	0,84	2650	368

8.3.5. Reaktoriaus lygties sprendimas

Išsprendus reaktoriaus lygtį (8.3.32), galima apskaičiuoti reaktoriaus matmenis, t. y. išreikšti juos parametrais k_∞ ir L_A. To reiškinio pavidalą lemia reaktoriaus geometrija (forma) ir kraštinės sąlygos. Išnagrinėsime du atvejus – kubinis reaktorius ir sferinis reaktorius.

Kubinis reaktorius

Jeigu reaktorius yra kubo formos, tada (8.3.32) lygtį paprasčiau spręsti ne sferinėse koordinatėse, o Dekarto koordinatėse (koordinačių ašys yra lygiagrečios kubo briaunoms). Tada ta lygtis yra tokio pavidalo:

$$\nabla^2 j(\boldsymbol{r}) = \frac{\partial^2 j}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 j}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 j}{\partial z^2} = -B^2 j. \tag{8.3.39}$$

Tokio pavidalo lygtis jau buvo sprendžiama 1.1 skyriuje (nagrinėjant dalelės būseną kubinėje begalinio gylio potencialo duobėje). Lygtis sprendžiama kintamųjų atskyrimo metodu, t. y. sprendinys išreiškiamas trijų nepriklausomų vieno argumento funkcijų sandauga:

$$j(x, y, z) = X(x)Y(y)Z(z), \tag{8.3.40}$$

paskui šis reiškinys įrašomas į (8.3.39) lygtį. Padalijus abi puses iš (8.3.40), gaunama tokia lygtis:

$$\frac{1}{X}\frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + \frac{1}{Y}\frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} + \frac{1}{Z}\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = -B^2. \tag{8.3.41}$$

Kiekvienas iš trijų dėmenų, kurie yra šios lygties kairiojoje pusėje, priklauso tik nuo vieno kintamojo x, y arba z. Kadangi x, y ir z kinta nepriklausomai vienas nuo kito, šie trys dėmenys taip pat kinta nepriklausomai vienas nuo kito. Todėl (8.3.41) lygybė gali būti tiksli esant visoms x, y ir z vertėms tik tuo atveju, kai kiekvienas iš šių trijų dėmenų yra lygus konstantai:

$$\frac{1}{X}\frac{\partial^2 X}{\partial x^2} = const = -\alpha^2, \quad \frac{1}{Y}\frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} = -\beta^2, \quad \frac{1}{Z}\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = -\gamma^2, \tag{8.3.42}$$

ir kai visų šių konstantų suma yra lygi $-B^2$, t. y.

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = B^2. \tag{8.3.43}$$

Kadangi trys lygtys (8.3.42) yra vienodo pavidalo, tai jų sprendiniai taip pat yra vienodo pavidalo. Pvz., pirmosios lygties bendrasis sprendinys yra

$$X(x) = a\sin(\alpha x) + b\cos(\alpha x)\,. \tag{8.3.44}$$

Konstantų a ir b reikšmės priklauso nuo kraštinių sąlygų. Tarkime, kad neutronai yra prarandami tik dėl jų sugerties reaktoriaus aktyviojoje zonoje, t. y. nėra neutronų nuotėkio iš reaktoriaus į jo aplinką. Tada neutronų srautas ant reaktoriaus paviršiaus yra lygus nuliui. Vadinasi, jeigu reaktoriaus vienas kampas yra koordinačių pradžios taške, o kubo briaunos ilgis yra w, tada šiuo atveju kraštinė sąlyga yra tokia:

$$j(x,y,z) = 0, \quad \text{kai} \quad x = 0 \quad \text{ir} \quad x = w\,, \tag{8.3.45}$$

ir analogiškos sąlygos ant kitų keturių kubo sienų. Taikant (8.3.45) sąlygas funkcijai (8.3.44), gauname $b = 0$ ir $\alpha w = \pi$. Analogiškai $\beta w = \gamma w = \pi$. T. y.

$$\alpha = \beta = \gamma = \frac{\pi}{w}\,. \tag{8.3.46}$$

Įrašę (8.3.46) į (8.3.43), gauname

$$w = \frac{\pi\sqrt{3}}{B}\,, \tag{8.3.47}$$

t. y. reaktoriaus tūris lygus

$$V = w^3 \approx \frac{161}{B^3}\,. \tag{8.3.48}$$

Pastaba: Funkcijos $X(x)$, $Y(y)$ ir $Z(z)$ yra osciliuojančios, t. y. tam tikrose erdvės srityse jos yra neigiamos (pvz., žr. (8.3.44)). Tačiau fizikinę prasmę turi tik tos koordinačių vertės, kurios atitinka teigiamas neutronų srauto j vertes. Jeigu ant reaktoriaus paviršiaus $j = 0$, tai ir reaktoriaus išorėje j turi likti lygus nuliui, nes į reaktoriaus aplinką neutronai gali patekti tik kirtę reaktoriaus paviršių.

<u>Sferinis reaktorius</u>

Kai reaktorius yra sferinis, tada iš sistemos simetrijos išplaukia, kad neutronų srauto tankis j turi priklausyti tik nuo atstumo r iki reaktoriaus centro: $j = j(r)$. Tada lygties (8.3.39) kairioji pusė yra tokia pati kaip anksčiau išspręstos (8.3.18) lygties:

$$\frac{\mathrm{d}^2 j}{\mathrm{d}r^2} + \frac{2}{r}\frac{\mathrm{d}j}{\mathrm{d}r} = -B^2 j(r)\,. \tag{8.3.49}$$

Kaip ir sprendžiant (8.3.18) lygtį, apibrėžiame pagalbinę funkciją

$$u(r) \equiv rj(r)\,. \tag{8.3.50}$$

Iš čia išreiškiame $j(r)$ ir įrašome į (8.3.49):

$$\frac{\mathrm{d}^2 u(r)}{\mathrm{d}r^2} + B^2 u(r) = 0\,. \tag{8.3.51}$$

Šios lygties bendrasis sprendinys yra

$$u(r) = a\sin(Br) + b\cos(Br)\,, \tag{8.3.52}$$

čia a ir b yra konstantos. Įrašę (8.3.52) į (8.3.50), gauname bendrąją skaliarinio neutronų srauto tankio išraišką:

$$j(r) = a\frac{\sin(Br)}{r} + b\frac{\cos(Br)}{r}\,. \tag{8.3.53}$$

Kad srauto tankis taške $r = 0$ neartėtų į begalybę, koeficientas b turi būti lygus nuliui. Kaip ir anksčiau, tarsime, kad neutronų srauto tankis ant reaktoriaus paviršiaus yra lygus nuliui:

$$j(R) = 0\,, \tag{8.3.54}$$

čia R yra reaktoriaus spindulys. Įrašius (8.3.53) į (8.3.54) ir atsižvelgus į tai, kad $b = 0$, gaunama lygybė $BR = \pi$, t. y.

$$R = \frac{\pi}{B}\,. \tag{8.3.55}$$

Šiuo atveju reaktoriaus tūris yra

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \approx \frac{130}{B^3}. \qquad (8.3.56)$$

Kaip ir kubinio reaktoriaus atveju, neutronų srauto tankį nusakanti funkcija (8.3.53) yra osciliuojanti, tačiau fizikinę prasmę turi tik teigiamos j vertės (t. p. žr. pastabą po (8.3.48) formulės). Tos funkcijos bendrasis pavidalas (kai $b = 0$) yra toks, kaip parodyta 8.10 pav.

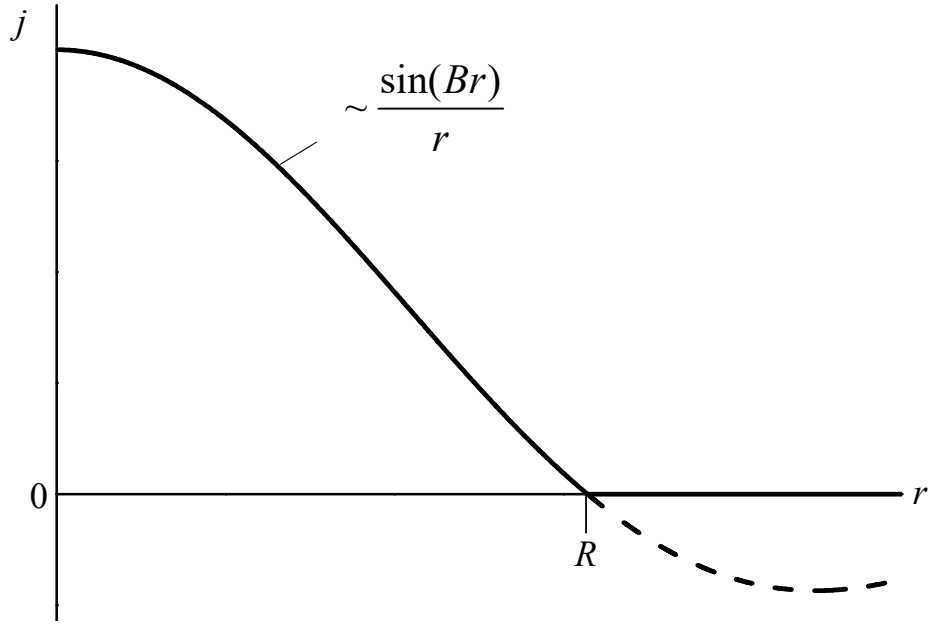
Tikrame reaktoriuje neutronų srauto tankis nėra tiksliai lygus nuliui ant reaktoriaus krašto, nes kai kurie neutronai išeina iš reaktoriaus į jo aplinką. Be to, jeigu reaktorius turi reflektorių, tada kai kurie neutronai išsklaidomi atgal į aktyviąją zoną. Jeigu neutronų srauto tankis ant reaktoriaus paviršiaus nėra lygus nuliui, tada, kaip matome 8.10 pav. reaktoriaus spindulys yra mažesnis už (8.3.55) vertę. Tačiau šis skirtumas yra tik kelių centimetrų eilės, t. y. daug mažesnis už reaktoriaus matmenis, todėl toliau jo nepaisysime.

Kaip pavyzdį, apskaičiuosime sferinio homogeninio urano ir grafito reaktoriaus, kuris anksčiau buvo minimas pavyzdžiuose (8.2.3 ir 8.2.4 skirsniuose), spindulį. To reaktoriaus lėtiklio ir kuro kiekių (atomų skaičių) santykis yra 600, o sodrinimo laipsnis 1,6 %. Remiantis 8.4 lentele, to reaktoriaus $k_\infty = 1{,}033$, $f = 0{,}834$, o remiantis 8.5 lentele, $L^2 = 2650$ cm^2. Pagal (8.3.38) formulę

$$B^2 \equiv \frac{k_\infty - 1}{L_\mathrm{A}^2 + L_\mathrm{L}^2} = \frac{k_\infty - 1}{(1-f)L^2 + L_\mathrm{L}^2} = \frac{0{,}033}{0{,}166 \cdot 2650 + 368} = 4{,}08 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{cm}^2.$$

Vadinasi, reaktoriaus spindulys yra $R = \pi / B = 492$ cm, t. y. reaktoriaus skersmuo yra maždaug 10 m. Palyginimas: reaktoriaus RBMK-1500, kuris buvo naudojamas Ignalinos atominėje elektrinėje, aktyviosios zonos skersmuo yra 11,8 m, o aukštis 7 m (RBMK reaktorius yra heterogeninis ir apytiksliai cilindrinis, todėl ankstesnieji skaičiavimai jam netinka).

8.2.3 skirsnyje buvo teigiama, jog, norint gauti $k = 1$, k_∞ turi būti didesnis už 1, kad kompensuoti neutronų nuostolius „dėl jų nuotėkio iš reaktoriaus“. Dabar šį teiginį reikia patikslinti, nes gavome, jog, norint gauti baigtinių matmenų reaktorių, k_∞ turi būti didesnis už 1, *net kai nėra neutronų nuotėkio į reaktoriaus aplinką*. Taip yra todėl, kad baigtinių matmenų reaktoriaus skirtingi taškai nėra lygiaverčiai, t. y. stacionarioje veikoje (kai $k = 1$) egzistuoja nuolatinis difuzinis neutronų srautas nuo reaktoriaus centro link jo paviršiaus. Vadinasi, kad reaktoriaus veika būtų stacionari ($k = 1$), kiekviename taške neutronų atsiradimo sparta turi būti tokia, kad kompensuotų neutronų nuostolius ne tik dėl jų sugerties tame pačiame taške, bet ir dėl tame taške atsiradusių neutronų difuzijos tolyn nuo to taško. Todėl k_∞ turi būti didesnis už vienetą. [Palyginimas: begalinių matmenų homogeninio reaktoriaus stacionari veika atitinka tokią būseną, kai neutronų, kurie generuojami kiekviename taške, užtenka tik tam, kad kompensuoti jų sugertį *tame pačiame taške* ($k_\infty = 1$).]



8.10 pav. Skaliarinio neutronų srauto tankio priklausomybė nuo atstumo iki sferinio homogeninio reaktoriaus centro, kai kraštinės sąlygos teigia, kad neutronų srautas būti lygus nuliui ant reaktoriaus paviršiaus. Šiuo atveju reaktoriaus spindulys yra $R = \pi / B$. Punktyrinė linija atitinka funkcijos $\sin(Br) / r$ tęsinį į reaktoriaus išorę

8.4. Branduolių sintezė

Branduolių sintezė – tai branduolinė reakcija, kurios metu du branduoliai susijungia į vieną. Kaip ir aptardami branduolių dalijimąsi, pradėsime nuo reakcijos energijos. Bet kurio branduolinio vyksmo metu išsiskirianti energija yra lygi reakcijos produktų pilnutinės ryšio energijos ir pradinių branduolių pilnutinės ryšio energijos skirtumui. Pvz., dalijimosi reakcijos energiją nusako (8.1.1) reiškinys. Branduolių sintezės atveju prieš reakciją turime du branduolius (jų ryšio energijas žymėsime E_{R1} ir E_{R2}), o po reakcijos – vieną (jo ryšio energiją žymėsime E_R). Todėl reakcijos energija lygi

$$Q = E_R - E_{R1} - E_{R2}\,. \tag{8.4.1}$$

Kaip matome, šio reiškinio pavidalas skiriasi nuo (8.1.1) tik dešiniosios pusės ženklu. Todėl, išreiškus dydį Q branduolių savitosiomis ryšio energijomis, taip pat gaunamas (8.1.2) pavidalo reiškinys, kuriame visų dėmenų ženklai pakeisti į priešingus:

$$Q = A\delta E_R - A_1\delta E_{R1} - A_2\delta E_{R2} = A\delta E_R - A_1\delta E_{R1} - (A - A_1)\delta E_{R2} = A_1(\delta E_{R2} - \delta E_{R1}) + A(\delta E_R - \delta E_{R2}); \tag{8.4.2}$$

čia A_1 yra pirmojo branduolio masės skaičius, o A yra galutinio branduolio masės skaičius. Šio reiškinio analizė yra analogiška (8.1.2) reiškinio analizei: kadangi Q ženklą lemia antrojo skirtumo ($\delta E_R - \delta E_{R2}$) ženklas, tai branduolių sintezė yra energiškai naudinga tada, kai galutinio branduolio savitoji ryšio energija yra didesnė už pirminių branduolių savitąją ryšio energiją. Tai reiškia, kad A_1 ir A_2 vertės turi būti toje 2.2 pav. kreivės srityje, kurioje savitoji ryšio energija didėja didėjant A. Tai atitinka lengvuosius branduolius ($A_1 + A_2 < 56$).

Kaip energijos šaltinis, branduolių sintezė turi kelis privalumus, palyginti su branduolių dalijimusi: lengvųjų branduolių yra labai daug (pvz., ^{1}H), o branduolių sintezės produktai dažniausiai yra stabilieji branduoliai (kaip žinome, branduolių dalijimosi produktai yra radioaktyvūs). Tačiau yra ir vienas trūkumas: norint sujungti du lengvuosius branduolius, reikia įveikti Kulono potencialo barjerą, kuris atsiranda dėl jų Kulono stūmos (tuo tarpu neutronams, kurie sukelia branduolių dalijimąsi, Kulono potencialo barjeras neegzistuoja). Energiją, kurią reikia suteikti branduoliams, kad jie įveiktų Kulono potencialo barjerą, ketinama gauti įkaitinant branduolių mišinį. Tokia branduolių sintezės reakcija, kuri vyksta dėl medžiagai suteiktos šilumos, yra vadinama ***termobranduoline sinteze***.

Termobranduolinės sintezės reakcija nėra grandininė reakcija (palyginimas – branduolių dalijimosi reakcija yra grandininė reakcija: žr. 8.2.1 skyrių). Termobranduolinės sintezės reakcija gali vykti tik aukštos temperatūros ir didelio slėgio plazmoje. Todėl nėra pavojaus, kad, sugedus valdymo sistemai, reakcija taps nevaldoma: įvykus tokiam gedimui, plazma neišvengiamai atšals ir reakcija nutrūks. Tai yra dar vienas termobranduolinės sintezės privalumas, palyginti su branduolių dalijimusi.

Kadangi Kulono potencialo barjero aukštis yra proporcingas reaguojančiųjų branduolių krūvių sandaugai (žr. (8.4.11)), tai lengviausia realizuoti mažiausio krūvio branduolių, t. y. vandenilio arba helio izotopų, sintezę. Toliau yra pateikti keli tokių sintezės reakcijų pavyzdžiai (skliaustuose nurodytas išsiskiriantis energijos kiekis):

deuterio-deuterio (D-D) reakcijos (žymuo „d“ reiškia ^{2}H, o „t“ reiškia ^{3}H):

$d + d \rightarrow {}^4He + \gamma$	arba	$d(d,\gamma)^4He$	(Q = 23,8 MeV)
$d + d \rightarrow {}^3He + n$	arba	$d(d,n)^3He$	(Q = 3,3 MeV)
$d + d \rightarrow t + p$	arba	$d(d,p)t$	(Q = 4,0 MeV)

deuterio-tričio (D-T) reakcija:

$d + t \rightarrow {}^4He + n$	arba	$t(d,n)^4He$	(Q = 17,6 MeV)

deuterio-helio reakcija:

$d + {}^3He \rightarrow {}^4He + p$	arba	${}^3He(d,p)^4He$	(Q = 18,35 MeV)

Vertinant skirtingas branduolių sintezės reakcijas praktiniu požiūriu, reikia atsižvelgti į šiuos tris parametrus:

1) reakcijos produktų kinetinė energija,
2) reakcijos skerspjūvis,
3) reakcijos sparta.

Toliau tie parametrai nagrinėjami smulkiau.

8.4.1. *Branduolių sintezės reakcijos produktų kinetinė energija*

Visose Žemės sąlygomis pasiekiamose sintezės reakcijose pirminių branduolių kinetinės energijos yra lygios 1–30 keV, t. y. daug mažesnės už išsiskyrusią energiją. Todėl apytiksliai galima teigti, kad pirminių branduolių kinetinė energija lygi nuliui, o reakcijos produktų pilnutinė kinetinė energija yra lygi anksčiau minėtai reakcijos energijai Q. Pažymėjus reakcijos metu susidariusį branduolį raide Y, o lengvąją dalelę – raide x, galime užrašyti

$$\frac{m_x \upsilon_x^2}{2} + \frac{m_Y \upsilon_Y^2}{2} \approx Q\,. \tag{8.4.3}$$

Kadangi reakcijos produktų judesio kiekiai visada būna daug didesni už pirminių branduolių judesio kiekius, tai apytiksliai galima teigti, kad pilnutinis judesio kiekis yra lygus nuliui, t. y.

$$m_x \upsilon_x = m_Y \upsilon_Y\,. \tag{8.4.4}$$

Iš (8.4.3) ir (8.4.4) lygčių galime išreikšti reakcijos produktų energijas:

$$\frac{1}{2} m_x \upsilon_x^2 = \frac{Q}{1 + m_x / m_Y}\,, \tag{8.4.5}$$

$$\frac{1}{2} m_Y \upsilon_Y^2 = \frac{Q}{1 + m_Y / m_x}\,. \tag{8.4.6}$$

Matome, kad didesniąją energijos dalį nusineša lengvesnioji dalelė:

$$\frac{\frac{1}{2} m_x \upsilon_x^2}{\frac{1}{2} m_Y \upsilon_Y^2} = \frac{m_Y}{m_x}\,. \tag{8.4.7}$$

Pvz., D-T reakcijoje 80 % visos išsiskyrusios energijos nusineša neutronas, nes jo masė yra 4 kartus mažesnė už ^{4}He masę. D-D reakcijose, kuriose išspinduliuojamas neutronas arba protonas, jis nusineša 75 % energijos. D-D reakcijoje, kurioje išspinduliuojamas γ kvantas, jis nusineša beveik visą išsiskyrusią energiją. Todėl pastaroji reakcija nėra naudinga praktiniu požiūriu: tokios didelės energijos γ spinduliuotė yra labai skvarbi, todėl didesnioji jos dalis paliktų reakcijos sritį ir būtų neįmanoma panaudoti šią energiją reakcijos srities kaitinimui.

8.4.2. *Branduolių sintezės reakcijos skerspjūvis*

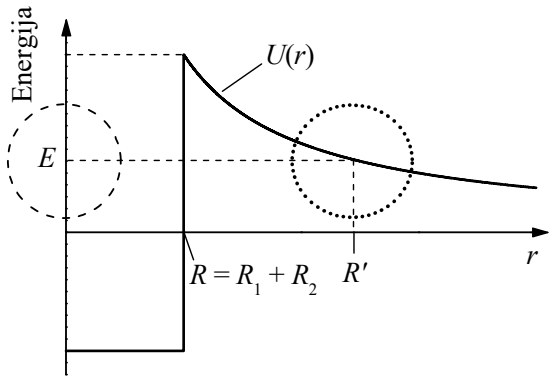
Iš to, kas pasakyta 6.4.4 skyriuje, išplaukia, kad tuo atveju, kai branduolinę reakciją sukelia artisiekė sąveika tarp krintančiosios dalelės ir taikinio branduolio, didžiausias galimas branduolinės reakcijos skerspjūvis (toli nuo rezonanso) yra lygus visų žiedinių zonų (žr. 6.13 pav.), kurių vidinis spindulys yra mažesnis už branduolio spindulį, plotų sumai, t. y. skritulio, kurio spindulys lygus didžiausios iš tų zonų išoriniam spinduliui, plotui. Didžiausios zonos spindulys atitinka didžiausią galimą l vertę (žr. l-tosios zonos išorinio spindulio išraišką, kuri yra prieš (6.4.13a) formulę), o didžiausia galima l vertė – tai (6.4.14) nelygybės dešinioji pusė. Taip gauname, kad didžiausias galimas branduolinės reakcijos skerspjūvis yra lygus

$$\sigma = \pi (R + \lambda\!\!\!^{-})^2\,; \tag{8.4.8}$$

čia R yra reaguojančiųjų branduolių spindulių suma (10^{-15} m eilės dydis), o $\lambda\!\!\!^{-}$ yra redukuotasis bangos ilgis. Esant 10 keV protono energijai, jo redukuotasis bangos ilgis $\lambda\!\!\!^{-}$ yra maždaug $5 \cdot 10^{-14}$ m, t. y. eile didesnis už R. Todėl skerspjūvio išraiškoje (8.4.8) galima nepaisyti R:

$$\sigma \approx \pi \lambda\!\!\!^{-2} = \frac{h^2}{4\pi m^2 \upsilon^2}\,. \tag{8.4.9}$$

Visi dydžiai yra apibrėžti masės centro sistemoje. T. y. m yra ***redukuotoji masė*** $m = m_1 m_2/(m_1 + m_2)$, kur m_1 ir m_2 yra reaguojančiųjų branduolių masės, o υ yra ***reliatyvusis greitis***, t. y. vieno branduolio greitis atžvilgiu kito branduolio. Skerspjūvio išraišką (8.4.9) reikia modifikuoti atsižvelgiant į reaguojančių branduolių Kulono stūmą. Branduolių Kulono stūmos energija yra lygi



8.11 pav. Kulono potencialo barjeras branduolių sintezei

$$U(r) = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Z_1 Z_2}{r}; \tag{8.4.10}$$

čia r yra atstumas tarp branduolių. Kulono potencialo barjero aukštis – tai $U(r)$ vertė, kai branduoliai liečia vienas kitą (žr. 8.11 pav.):

$$U_c = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Z_1 Z_2}{R_1 + R_2}; \tag{8.4.11}$$

čia R_1 ir R_2 yra branduolių spinduliai, o Z_1e ir Z_2e yra jų krūviai. Kulono potencialo barjeras yra mažiausias vandenilio izotopų branduoliams (0,4 MeV), tačiau ir tada jis lieka daug didesnis už reaguojančių branduolių kinetinę energiją, kuri praktikoje būna 10 keV eilės. Tačiau tai nereiškia, kad branduolinė reakcija nevyksta, nes branduoliai gali tuneliuoti pro šį barjerą. Todėl skerspjūvio išraiškoje atsiranda daugiklis D, kuris nusako šio tuneliavimo tikimybę (potencialo barjero skaidris):

$$\sigma \approx \frac{h^2}{4\pi m^2 \upsilon^2} D; \tag{8.4.12}$$

Pagal skaidrio išraišką, kuri pateikta 5.1.2 skyriaus pabaigoje, potencialo barjero skaidris yra lygus

$$D = \mathrm{e}^{-2G}; \tag{8.4.13}$$

čia G yra vadinamasis ***Gamovo faktorius***:

$$G = \frac{1}{\hbar}\int_R^{R'} \sqrt{2m(U(r) - E)}\,dr; \tag{8.4.14}$$

R turi tą pačią prasmę kaip ir anksčiau (atstumas tarp besiliečiančių branduolių centrų), o R' yra atstumas, kur krintančio branduolio energija tampa lygi Kulono stūmos energijai, t. y. lygties $U(r) = E$ sprendinys (žr. 8.11 pav.):

$$R' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Z_1 Z_2 e^2}{E}. \tag{8.4.15}$$

Įrašę (8.4.15) į (8.4.14) ir apskaičiavę integralą, gauname:

$$G = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2 E}} \cdot \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\varepsilon_0}[\arccos\sqrt{x} - \sqrt{x(1-x)}]; \tag{8.4.16}$$

čia $x = R / R' = E / U_c$. Kaip minėta, $x << 1$, todėl reiškinys laužtiniuose skliaustuose yra apytiksliai lygus $\pi/2$. Kadangi $m/E = 2/\upsilon^2$, tai gauname tokią Gamovo faktoriaus išraišką:

$$G \approx \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\pi Z_1 Z_2}{\hbar\upsilon} = \frac{e^2}{4\varepsilon_0}\frac{Z_1 Z_2}{\hbar\upsilon}; \tag{8.4.17}$$

čia υ yra abiejų branduolių reliatyvusis greitis. Vadinasi, reakcijos skerspjūvio (8.4.12) priklausomybė nuo branduolių reliatyviojo greičio yra tokia:

$$\sigma \approx \frac{h^2}{4\pi m^2} \cdot \frac{1}{\upsilon^2}\exp\left(-\frac{e^2}{2\varepsilon_0}\frac{Z_1 Z_2}{\hbar\upsilon}\right). \tag{8.4.18}$$

Iš tikro proporcingumo koeficientas prieš $1/\upsilon^2$ yra kitoks, nes (8.4.18) formulė buvo gauta remiantis keliomis pernelyg netiksliomis prielaidomis, tačiau bendrasis skerspjūvio priklausomybės nuo branduolių reliatyviojo greičio υ pavidalas yra toks, kokį numato (8.4.18) formulė, t. y.

$$\sigma \sim \frac{1}{\upsilon^2}\mathrm{e}^{-2G}; \qquad G \sim \frac{1}{\upsilon}. \tag{8.4.19}$$

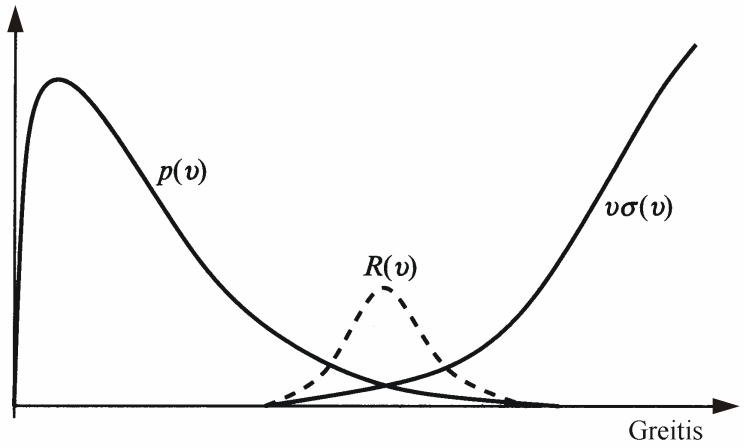
Didėjant υ, daugiklis prieš eksponentę ir eksponentės rodiklio modulis mažėja. Kadangi eksponentės rodiklis yra neigiamas, tai, didėjant υ, eksponentinis daugiklis didėja. Kai greitis υ yra mažas (t. y. kai $G >> 1$), reiškinio $\exp(-2G)$ priklausomybė nuo υ yra daug stipresnė už reiškinio $1/\upsilon^2$ priklausomybę nuo υ, todėl σ didėja didėjant branduolių reliatyviajam greičiui υ. Fizikinė šio σ didėjimo priežastis yra ta, kad, didėjant E, mažėja potencialo barjero plotis $R' - R$ ties E (žr. 8.11 pav.).

8.4.3. *Reakcijos sparta*

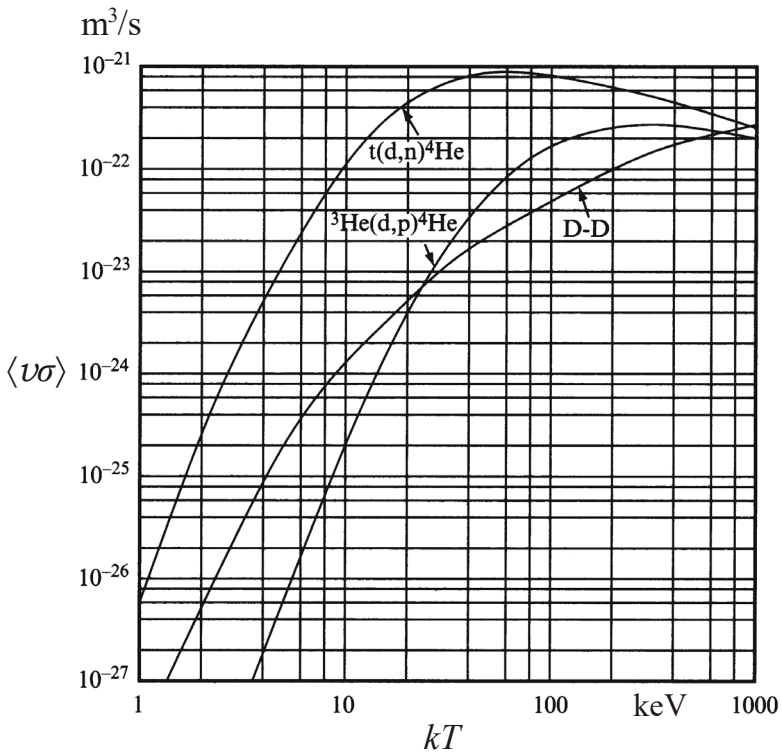
Dujų atomai ir molekulės nuolat chaotiškai juda ir nuolat susiduria vienas su kitu. Jų greičio skirstinys – tai Maksvelo skirstinys:

$$p(\upsilon) \sim \upsilon^2 \exp\left(-\frac{m\upsilon^2}{2kT}\right); \qquad (8.4.20)$$

čia $p(\upsilon)\mathrm{d}\upsilon$ yra tikimybė, kad greitis bus tarp υ ir $\upsilon + \mathrm{d}\upsilon$, k yra Bolcmano konstanta, o T yra absoliučioji temperatūra. Tikimiausias greitis (t. y. greitis, kai $p(\upsilon)$ yra maksimalus) atitinka kinetinę energiją $m\upsilon^2 / 2 = kT$. Kambario temperatūroje (kai $T = 295$ K) kT yra maždaug 0,025 eV. Netgi karštoje krosnyje kT neviršija kelių dešimtųjų elektronvolto dalių. Tokios energijos gali pakakti tam, kad dvi molekulės įveiktų kelių eV aukščio potencialo barjerą, kuris trukdo vykti cheminėms reakcijoms, tačiau tokia energija yra per maža, kad galėtų vykti termobranduolinė sintezė. Taip yra dėl anksčiau minėtos eksponentinės skerspjūvio σ priklausomybės nuo atvirkštinio greičio $1/\upsilon$ (žr. (8.4.19)). Kad galėtų vykti anksčiau minėtos D-D arba D-T reakcijos, reikia, kad reaguojančių branduolių kinetinės energijos būtų 10 keV eilės. Tai reiškia, kad, norint realizuoti termobranduolinę reakciją, branduolių mišinį reikia įkaitinti iki temperatūros, kurioje kT yra 10 keV eilės. Tai atitinka 10^8 K eilės temperatūrą.



8.12 pav. Maksvelo skirstinio tikimybės tankio p ir reliatyviojo greičio υ bei reakcijos skerspjūvio σ sandaugos $\upsilon\sigma$ priklausomybė nuo υ



8.13 pav. Vidurkio $\langle\upsilon\sigma\rangle$ vertės kelioms sintezės reakcijoms (iš [4])

Norint panaudoti branduolių sintezės metu išsiskiriančią energiją pramoniniu mastu, reikia, kad tos energijos kiekis per laiko vienetą (reakcijos galia) viršytų galios sąnaudas, kurios reikalingos reakcijai palaikyti (t. y. palaikyti aukštą temperatūrą ir didelį slėgį). Vienas iš svarbiausių dydžių, kurie lemia reakcijos galią, yra ***reakcijos sparta*** – sintezuojamų branduolių skaičius tūrio vienete per laiko vienetą. Išnagrinėsime pagrindinius veiksnius, kurie lemia reakcijos spartą.

Tarkime, duotas dviejų dujų mišinys, kuriame abiejų rūšių branduolių koncentracijos yra n_1 ir n_2. Jeigu tarsime, kad visų I rūšies branduolių greičiai υ yra vienodi, o II rūšies branduoliai nejuda, tada iš (6.2.10) išplaukia, kad reakcijos sparta yra lygi $R = n_1 n_2 \sigma\upsilon$ ((6.2.10) formulėje dydis R reiškia sąveikos įvykių skaičių ne tūrio vienete, o tūryje V). Tikrovėje reaguojančių branduolių reliatyvusis greitis υ yra pasiskirstęs pagal Maksvelo skirstinį (8.4.20), o reakcijos skerspjūvis σ priklauso nuo υ. Todėl reakcijos spartos išraiškoje reikia naudoti sandaugos $\sigma\upsilon$ vidurkį $\langle\sigma\upsilon\rangle$:

$$R = n_1 n_2 \langle\sigma\upsilon\rangle\,. \qquad (8.4.21)$$

Vidurkis $\langle\sigma\upsilon\rangle$ apskaičiuojamas šitaip:

$$\langle\sigma\upsilon\rangle = \int_0^\infty p(\upsilon)\sigma(\upsilon)\upsilon \mathrm{d}\upsilon \,. \tag{8.4.22}$$

Šis integralas skiriasi nuo nulio tik tada, kai egzistuoja toks υ verčių intervalas, kuriame funkcijos $p(\upsilon)$ ir $\sigma(\upsilon)\upsilon$ vienu metu skiriasi nuo nulio. Daugumos branduolių, kurie įveikia potencialo barjerą ir reaguoja su kitais branduoliais, greičiai yra υ verčių intervale, kur pointegralinė funkcija $p(\upsilon)\sigma(\upsilon)\upsilon$ turi maksimumą (brūkšninė linija 8.12 pav.). Kaip parodyta 8.12 pav., tame intervale $p(\upsilon)$ mažėja, o $\sigma(\upsilon)\upsilon$ didėja. Pakėlus temperatūrą, $p(\upsilon)$ mažėja lėčiau, todėl pointegralinės funkcijos $p(\upsilon)\sigma(\upsilon)\upsilon$ maksimumas pasislenka į didesnių greičių pusę, o šios sandaugos vertė prie to maksimumo padidėja. Todėl vidurkis $\langle\sigma\upsilon\rangle$ taip pat padidėja. Taigi, reakcijos sparta (8.4.21) didėja kylant temperatūrai. Kai $kT =$ (1–100) keV, $\langle\sigma\upsilon\rangle$ vertė D-T reakcijai yra 10–100 kartų didesnė negu D-D reakcijai (žr. 8.13 pav.). Todėl šia prasme D-T reakcija yra perspektyviausia kuriant termobranduolinį reaktorių.

8.4.4. *Valdomos termobranduolinės reakcijos sąlygos*

Tam, kad būtų išlaisvintas elektronas iš H atomo, reikia tik 13,6 eV. Todėl esant temperatūroms, kurios reikalingos branduolių sintezei (kai vidutinė atomų energija yra 10 keV eilės), visi atomai yra jonizuoti, ir branduolinis kuras yra ***plazmos*** būsenos, t. y. elektriškai neutralus branduolių ir elektronų mišinys.

Valdoma termobranduolinė reakcija kol kas dar nėra realizuota. Egzistuoja kelios tarpinės stadijos, kurias reikia pereiti norint realizuoti valdomą branduolių sintezę. Viena iš tokių stadijų – tai vadinamasis ***lygybės taškas*** (angl. *break-even point*), t. y. tokios sąlygos, kai dėl branduolių sintezės per laiko vienetą išsiskiriantis energijos kiekis yra lygus galiai, kurią reikia išeikvoti tam, kad būtų palaikomi plazmos temperatūra bei slėgis. D-T plazmoje reakcijos produktai yra neutronai ir α dalelės. α dalelių siekis medžiagoje yra mažas, todėl jos lieka plazmoje ir atiduoda jai savo kinetinės energijos perteklių. Neutronai yra silpnai sugeriami, todėl didžioji jų dalis palieka reakcijos sritį nusinešdami dalį išsiskyrusios kinetinės energijos. Todėl, net ir pasiekus bei perėjus lygybės tašką, reaktoriuje lieka mažiau energijos negu jos išsiskiria branduolių sintezės metu. Taigi, reikia eikvoti energiją tam, kad būtų palaikomi plazmos temperatūra bei slėgis. Kita stadija – tai ***uždegimo taškas***, t. y. tokios sąlygos, kai α dalelių, kurios susidaro reakcijos metu, energijos pakanka tam, kad būtų palaikomos reakcijos sąlygos. Perėjus uždegimo tašką, išoriniai energijos šaltiniai tampa nereikalingi, t. y. visą reikalingą energiją generuoja pats termobranduolinis reaktorius.

Prieš pasiekiant lygybės tašką arba uždegimo tašką, reikia sugebėti išlaikyti plazmą reakcijos sąlygomis pakankamai ilgai, kad branduolių sintezės metu išsiskyrusi energija viršytų energiją, kuri buvo išeikvota sukuriant tą plazmą. Šį reikalavimą 1955 m. matematiškai suformulavo britų fizikas Dž. D. Lousonas (*Lawson*), todėl tas reikalavimas yra vadinamas ***Lousono kriterijumi***[1]. Išvesime šią sąlygą.

Per laiką τ tūrio vienete dėl branduolių sintezės reakcijos išsiskyręs energijos kiekis yra lygus

$$E_\mathrm{r} = RQ\tau = n_1 n_2 \langle\sigma\upsilon\rangle Q\tau \,. \tag{8.4.23}$$

Jeigu I ir II rūšies branduoliai yra skirtingi (kaip D-T plazmoje), tada, tarus, kad $n_1 = n_2 = n/2$, (8.4.23) lygybę galima užrašyti šitaip:

$$E_\mathrm{r} = RQ\tau = \frac{n^2}{4}\langle\sigma\upsilon\rangle Q\tau \,. \tag{8.4.24}$$

Kadangi plazma yra termodinaminės pusiausvyros, tai vienos dalelės (elektrono arba branduolio) vidutinė kinetinė energija yra lygi $3kT/2$. Branduolių koncentracija yra n, tokia pati yra ir elektronų koncentracija (nes teigiame, kad reaguoja vandenilio izotopai). Todėl pilnutinė dalelių koncentracija yra $2n$, ir plazmos tūrio vieneto energija yra lygi

$$E_\mathrm{p} = 3nkT \,. \tag{8.4.25}$$

[1] Lousono kriterijų lengviau įgyvendinti negu lygybės tašką, nes lygybės taško atveju yra lyginamos *per laiko vienetą* išsiskirianti energija ir *per laiko vienetą* išeikvojama energija, o Lousono kriterijaus atveju yra lyginamos *pilnutinė* išsiskyrusioji energija ir *pilnutinė* plazmos energija. Taigi, Lousono kriterijus neriboja laiko, per kurį buvo sukurta plazma, ir tas laikas gali būti daug ilgesnis už branduolių sintezės trukmę.

Lousono kriterijus yra $E_r > E_p$. Atsižvelgus į (8.4.24) ir (8.4.25), ši nelygybė įgyja tokį pavidalą:

$$n\tau > \frac{12kT}{\langle\sigma\upsilon\rangle Q}. \qquad (8.4.26)$$

Pvz., jeigu D-T plazmos temperatūra yra $kT = 20$ keV, tada iš 8.13 pav. gauname, kad $\langle\sigma\upsilon\rangle = 4{,}5\cdot10^{-22}$ m^3/s. Įrašę šią vertę į (8.4.26), gauname $n\tau > 3\cdot10^{19}$ m^{-3}/s. Pvz., jeigu $n = 10^{20}$ m^{-3}, tada plazmos išlaikymo trukmė turi būti ilgesnė už 0,3 s.

8.4.5. *Magnetinis plazmos išlaikymas*

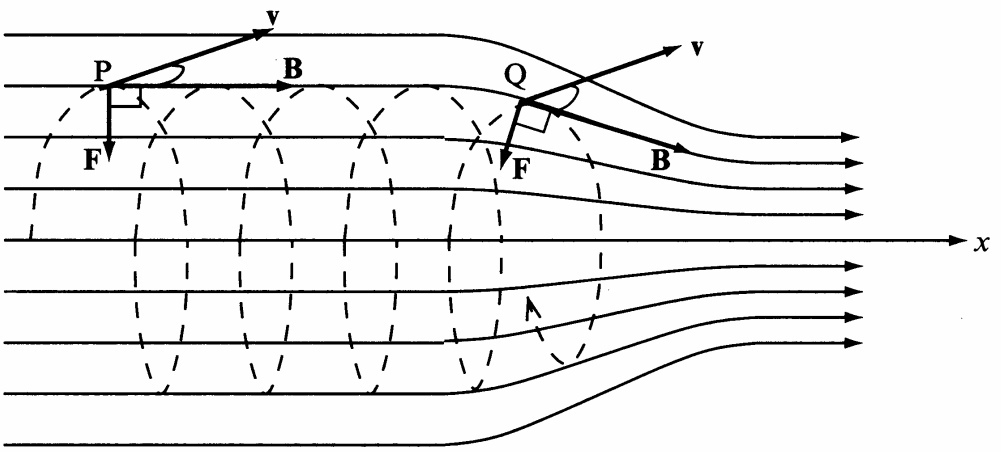
Kadangi termobranduolinė reakcija vyksta labai aukštos temperatūros plazmoje, tai svarbu izoliuoti plazmą nuo kameros, kurioje ji yra, sienelių. Kuriant termobranduolinį reaktorių, daugiausia dėmesio skiriama vadinamajam ***magnetiniam plazmos išlaikymui***. Magnetinis plazmos išlaikymo būdas remiasi tuo, kad plazma yra sudaryta iš elektringųjų dalelių, kurias įmanoma išlaikyti uždaroje erdvės srityje naudojant specialios konfigūracijos magnetinį lauką.

Magnetiniame lauke elektringąją dalelę, kurios krūvis q, veikia Lorenco jėga

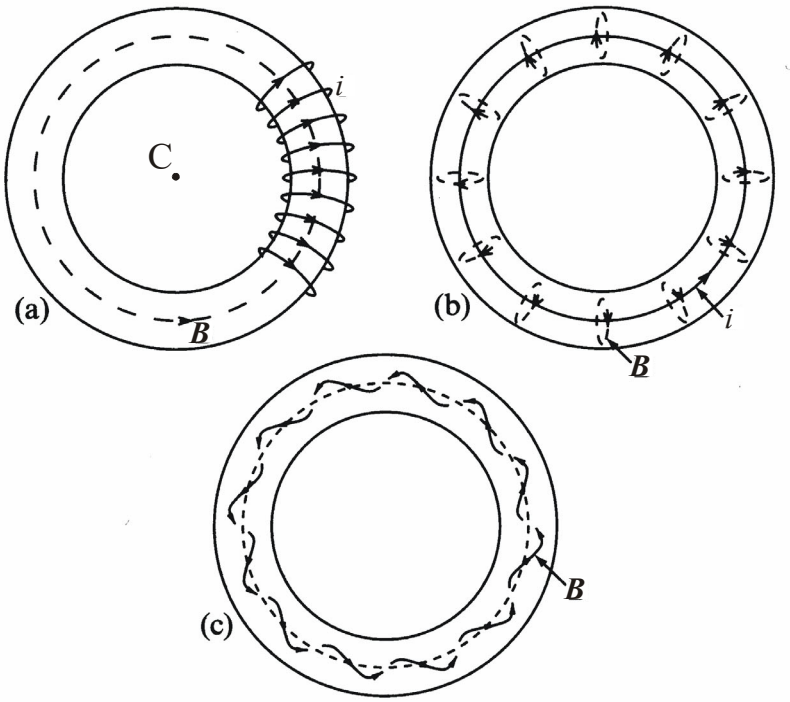
$$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}; \qquad (8.4.27)$$

čia $\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}$ yra dalelės greičio vektoriaus $\boldsymbol{v}$ ir magnetinės indukcijos vektoriaus $\boldsymbol{B}$ vektorinė sandauga. Iš (8.4.27) išplaukia, kad magnetiniame lauke dalelę veikianti jėga visada yra statmena dalelės judėjimo krypčiai ir magnetinės indukcijos krypčiai. Todėl vienalyčiame magnetiniame lauke dalelė juda spirale arba apskritimu aplink magnetinio lauko linijas (žr. 8.14 pav.). Taigi, vienalytis magnetinis laukas apriboja dalelės judėjimą plokštumoje, kuri statmena lauko krypčiai. Judėjimui išilgai lauko apribojimų nėra. Tačiau plazmos išlaikymui dalelių judėjimas turėtų būti apribotas ir lauko kryptimi. Tam galima panaudoti vadinamuosius ***magnetinius veidrodžius***, kuriuose palyginti silpno lauko sritis yra tarp dviejų stipraus lauko sričių (taigi, magnetinis laukas yra nevienalytis). Kaip parodyta 8.14 pav., judant iš silpno lauko srities į stipraus lauko sritį, magnetinės indukcijos linijos sutankėja, o tai reiškia, kad jos užlinksta. Kadangi dalelę veikianti jėga visada statmena lauko krypčiai, tai dėl tokio linijų užlinkimo atsiranda jėgos komponentė, kuri nukreipta nuo stipraus lauko srities į silpno lauko sritį (žr. 8.14 pav.). Ši jėga neleidžia dalelėms išeiti iš silpno lauko srities.

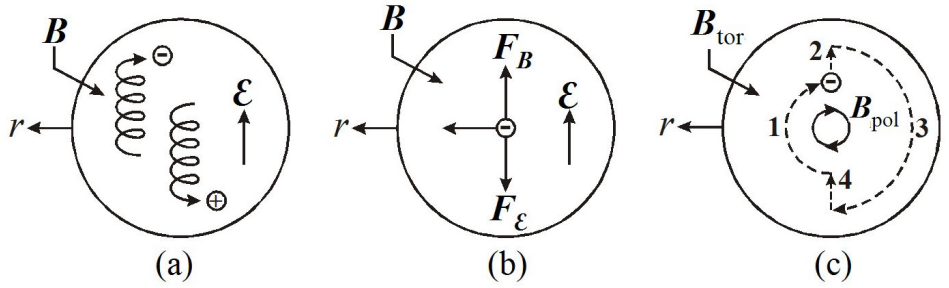
Kitas magnetinio išlaikymo metodas remiasi uždara lauko geometrija. Paprasčiausias tokios geometrijos pavyzdys – toroidinis laukas, kuriame lauko linijos yra apskritimai (brūkšninė linija 8.15a pav.). Toks laukas gaunamas leidžiant elektros srovę pro toro formos ritę (keletas tos ritės vijų yra parodytos 8.15a pav.). Kai yra tik toroidinis laukas, elektronai ir branduoliai juda spiralėmis, kurios apsivijusios aplink toroidinio lauko linijas. Tačiau toks laukas yra nevienalytis. Jis yra šiek tiek stipresnis prie toro vidinio krašto negu prie išorinio. Todėl, kai krūvininkas artėja link toro vidinio krašto (t. y. link toro centro, kuris 8.15a pav. pažymėtas raide C), jo trajektorijos kreivumas didėja (spiralės vijos spindulys mažėja). Kaip parodyta 8.16a pav., tai sukelia krūvininkų dreifą vertikaliąja kryptimi. Pvz., 8.16a pav. elektronai dreifuoja į viršų, o branduoliai – į apačią. Dėl šio krūvininkų atskyrimo atsiranda elektrostatinė jėga $\boldsymbol{F}_\varepsilon$, kurios kryptis judančioms link toro išorinio krašto (8.16 pav. – į kairę) dalelėms yra priešinga magnetinės jėgos $\boldsymbol{F}_B$ krypčiai. 8.16b pav. parodytos elektrinė ir magnetinė jėgos, kurios veikia elektroną, tačiau ir teigiamo krūvio dalelei judant abi jėgos $\boldsymbol{F}_B$ ir $\boldsymbol{F}_\varepsilon$ lieka priešingos viena kitai. Taigi, jeigu elektringoji dalelė juda link toro išorinio krašto, tada ją veikiančios elektrinė ir magnetinė jėgos iš dalies kompensuoja viena kitą. Kadangi elektrostatinė jėga nepriklauso nuo dalelės greičio, o magnetinė jėga yra jam proporcinga (žr. (8.4.27)), tai galima surasti tokį greitį, kuriam esant elektrostatinė jėga tiksliai kompensuoja magnetinę. Vadinasi, tam tikro greičio dalelės, judėdamos link toro išorinio krašto, nepatiria beveik jokio poveikio, todėl netrukdomos pasiekia toro paviršių. Siekiant to išvengti, įjungiamas dar ir ***poloidinis laukas***, kurio indukcijos linijos yra apskritimai, kurių centrai guli ant toro ašies (brūkšninės linijos 8.15b pav.). Poloidinis laukas sukuriamas leidžiant elektros srovę pro plazmą išilgai toro ašies (vidurinė ištisinė linija 8.15b pav.). Tam plazmą sudarantys branduoliai ir elektronai yra įgreitinami išilgai toro ašies. Tokie įrenginiai vadinami ***tokamakais*** (šis žodis yra kilęs iš rusiškos santrumpos „**то**роидальная **ка**мера в **ма**гнитных **к**атушках“). Įjungus poloidinį lauką, kiekvienas krūvininkas taip pat juda spirale, tačiau dabar tos spiralės ašis yra kita spiralė (pilnutinio magnetinio lauko linija), kuri apsivijusi aplink toro ašį (tokia magnetinio lauko linija yra parodyta 8.15c pav.). Taigi, poloidinis laukas



8.14 pav. Teigiamojo elektros krūvio (Q) dalelės judėjimas magnetiniame veidrodyje. Dalelė juda iš vienalyčio magnetinio lauko srities (kairėje) į stiprėjančio lauko sritį (dešinėje) (iš [4])



8.15 pav. (a) Toroidinis magnetinis laukas $\boldsymbol{B}$, kurį sukuria srovė i, tekanti aplink torą apsivijusia rite (paveiksle pavaizduotos kelios tos ritės vijos). (b) Poloidinis laukas, kurį sukuria srovė, tekanti išilgai toro ašies. (c) Toroidinio ir poloidinio laukų suma (iš [4])



8.16 pav. Toro pjūvis išilgai plokštumos, kuri statmena toroidinio magnetinio lauko linijoms. Magnetinio lauko indukcija $\boldsymbol{B}$ (ji nukreipta į brėžinio plokštumą) mažėja, didėjant atstumui r nuo toro centro (jį atitinka taškas C 8.15a pav.). (a) Dalelių judėjimas brėžinio plokštumoje (judėjimas $\boldsymbol{B}$ kryptimi neparodytas). (b) Magnetinė ($\boldsymbol{F}_B$) ir elektrostatinė ($\boldsymbol{F}_\varepsilon$) jėgos, kurios veikia elektroną, kuris juda r didėjimo kryptimi. (c) Supaprastintas elektrono judėjimas brėžinio plokštumoje, kai vienu metu yra toroidinis ($\boldsymbol{B}_{\text{tor}}$) ir poloidinis ($\boldsymbol{B}_{\text{pol}}$) laukai, laikant, kad elektrono dreifas dėl toroidinio lauko nevienalytiškumo ir jo judėjimas išilgai poloidinio lauko linijų yra atskirti laike

stengiasi išlaikyti pastovų atstumą tarp dalelės ir toro ašies. Pilnutinis dalelės judėjimas yra trijų judėjimų suma:

1) sukimasis aplink pilnutinio lauko magnetinės indukcijos liniją;
2) slenkamasis judėjimas išilgai pilnutinio lauko magnetinės indukcijos linijos (šis judėjimas sukuria poloidinį lauką);
3) anksčiau aprašytas dreifas dėl toroidinio lauko nevienalytiškumo.

Nors antrasis ir trečiasis judėjimai vyksta vienu metu, tačiau, kad lengviau būtų galima suprasti poloidinio lauko įtaką, tarkime, kad šie du judėjimai yra atskirti laike. Atstumas tarp dalelės ir toro ašies yra daug didesnis už spiralės, kuria daleles priverčia judėti toroidinis laukas, vijos skersmenį. Todėl vieną dalelės apsisukimą aplink toro ašį vadinsime „didžiuoju apsisukimu“, o vieną apsisukimą apie pilnutinio lauko jėgos liniją – „mažuoju apsisukimu“. Elektrono judėjimą per vieną didįjį apsisukimą suskaidysime į keturis etapus, kurie pavaizduoti 8.16c pav. („mažieji apsisukimai“ čia neparodyti):

1) pusė didžiojo apsisukimo, kai elektronas juda į viršų, t. y. kai jis yra išoriniame (kairiajame) toro krašte,
2) elektrono dreifas dėl toroidinio lauko nevienalytiškumo, kai elektronas yra viršutiniame toro krašte,
3) pusė didžiojo apsisukimo, kai elektronas juda į apačią, t. y. kai jis yra vidiniame (dešiniajame) toro krašte,
4) elektrono dreifas dėl toroidinio lauko nevienalytiškumo, kai elektronas yra apatiniame toro krašte.

Kaip matome, per pusę didžiojo apsisukimo laikotarpio elektronas tolsta nuo toro ašies, o per kitos pusės apsisukimo laiką artėja link jo. Kadangi poloidinis laukas stengiasi išlaikyti pastovų atstumą tarp dalelės ir toro ašies, tai elektrono dreifas, kai elektronas yra apatinėje toro dalyje, yra kompensuojamas elektrono dreifo, kai elektronas yra viršutinėje toro dalyje. Todėl pilnutinis krūvininkų poslinkis dėl dreifo tampa lygus nuliui. Tai reiškia, kad nėra krūvininkų atskyrimo ir nesusidaro minėtasis elektrinis laukas.

Šiuo metu veikiančių tokamakų išorinis skersmuo yra 3 – 4 m, o vidinės angos skersmuo yra maždaug 1 m.

Taikant tokį plazmos išlaikymo būdą, pavyko įgyvendinti Lousono kriterijų (8.4.26), tačiau plazmos išlaikymo trukmė τ kol kas yra tik kelios sekundės, o generuojama galia yra tik 10 MW eilės (palyginimas – Ignalinos AE antrojo bloko šiluminė galia buvo maždaug 4000 MW). 2005 m. pradėtas tarptautinis branduolių sintezės projektas ITER, kurio tikslas – sukurti tokamako principu veikiantį eksperimentinį termobranduolinį deuterio-tričio reaktorių, kurio nepertraukiamo veikimo (t. y. sintezės reakcijos) trukmė siektų 480 s ir kuris generuotų 500 MW šiluminę galią, esant dešimt kartų mažesnei plazmos kaitinimo galiai (50 MW). Šio reaktoriaus konstravimą numatoma užbaigti 2019 m. Kitas etapas bus pirmojo pramoninio termobranduolinio reaktoriaus kūrimas.

9. Jonizuojančiosios spinduliuotės biologinis poveikis

9.1. Įvadas

Pradinė jonizuojančiosios spinduliuotės sąveikos su gyvu audiniu stadija yra tokia pati, kaip ir su bet kokia kita medžiaga: spinduliuotė jonizuoja ir sužadina medžiagos atomus ir molekules. Tačiau vėliau pasireiškia kai kurios biologinių audinių ypatybės: 1) biologinis audinys yra palanki aplinka įvairioms cheminėms reakcijoms, kurios tampa galimos dėl jonizuojančiosios spinduliuotės poveikio audinio molekulėms; 2) gyvas audinys aktyviai reaguoja į bet kokį kenksmingą poveikį ir turi pažeidimų atitaisymo funkciją, dėl kurios gyvybė gali sėkmingai egzistuoti ir vystytis nuolatinės mažo intensyvumo jonizuojančiosios spinduliuotės aplinkoje.

Pradinė spinduliuotės sąveikos su audiniu stadija atitinka spinduliuotės energijos perdavimą audiniui. Ši stadija trunka nuo 10^{-12} s iki 10^{-8} s. Kai kurios tame etape paveiktos molekulės yra gyvybiškai svarbios audinio funkcionavimui. Tokių molekulių pokyčiai vadinami audinio ***tiesiogine pažaida***, nes jie sąlygoja audinio funkcionavimo sutrikimus dėl tiesioginio (pirminio) spinduliuotės poveikio. Kita galima pirminio poveikio pasekmė yra chemiškai aktyvių molekulių atsiradimas. Tos molekulės paskui gali chemiškai reaguoti su biologiškai svarbiomis molekulėmis ir tokiu būdu pastarąsias pažeisti. Tai yra vadinamoji ***netiesioginė pažaida***. Ši stadija trunka daug ilgiau negu pradinė stadija: nuo 10^{-7} s iki kelių valandų. Tačiau tie pažeidimai gali išryškėti daug vėliau: per kelias dienas arba savaites. O kai kurie efektai (tokie kaip piktybinių auglių atsiradimas ir genetinių defektų perdavimas vėlesnėms kartoms) gali pasireikšti po daugelio metų arba netgi po kelių šimtmečių.

Jonizuojančiosios spinduliuotės biologinis poveikis yra tiriamas jau keletą dešimtmečių. Daug žinių apie jos poveikį žmonėms buvo gauta tiriant žmones, kurie išgyveno dviejų atominių bombų sprogimus Japonijoje 1945 m. Todėl dabar yra daug žinoma apie didelių spinduliuotės dozių poveikį žmonėms. Tačiau palyginti mažai žinoma apie mažų dozių poveikį. O žinios apie tą poveikį yra svarbios, nes jonizuojančioji spinduliuotė yra plačiai taikoma įvairiais tikslais, todėl reikia žinoti kokie tos spinduliuotės lygiai yra priimtini (pvz., pacientams, kuriems taikoma radiacinė terapija, ir pan.).

Prieš aptariant netiesioginę pažaidą, verta prisiminti įvairių rūšių spinduliuotės tiesioginės pažaidos fizikinius mechanizmus:

- Sunkiosios elektringosios dalelės (pvz., alfa dalelės, protonai, branduolių dalijimosi skeveldros) netenka kinetinės energijos dėl susidūrimų su medžiagos molekulių elektronais. Šiuos energijos nuostolius nusako vadinamoji Bėtės ir Blocho formulė, pagal kurią kelių MeV ir aukštesnių energijų sunkiųjų elektringųjų dalelių energijos nuostoliai kelio vienetui yra atvirkščiai proporcingi dalelės greičio kvadratui ir tiesiog proporcingi jos elektros krūvio kvadratui. Jonizuotų atomų ir molekulių skaičius dalelės trajektorijos vienetui (vadinamasis ***jonizacijos tankis***) šiuo atveju yra palyginti didelis, t. y. dalelės energija mažėja palyginti greitai. Todėl, pvz., 1 MeV energijos alfa dalelės biologiniame audinyje nueina tik kelių šimtųjų milimetro dalių atstumą, kol yra pilnai sustabdomos. Vadinasi, išorinę alfa spinduliuotę visiškai sugeria oda. Tačiau jeigu alfa radioaktyvi medžiaga patenka į organizmo vidų (pvz., su maistu), tada gali būti pažeisti jautrūs vidiniai organai, todėl vidinė alfa spinduliuotė yra labai pavojinga.
- Aukštos energijos elektronai (vadinamosios „beta dalelės“) taip pat netenka energijos dėl susidūrimų su medžiagos elektronais, tačiau dėl savo mažos masės tų susidūrimų metu krintančiųjų elektronų judėjimo kryptis nuolat kinta (kitaip sakant, krintantieji elektronai yra sklaidomi). Tuo beta dalelės skiriasi nuo sunkiųjų elektringųjų dalelių (pvz., alfa dalelių), kurių trajektorijos medžiagoje yra apytiksliai tiesios. Kitas skirtumas yra tas, kad elektronų jonizacijos tankis yra daug mažesnis, negu tos pačios energijos alfa dalelių. Trečias skirtumas yra tas, kad dalį energijos elektronai netenka spinduliuodami fotonus. Tai yra vadinamoji stabdomoji spinduliuotė, kuri gali būti sugerta palyginti toli nuo jos atsiradimo taško. Viso to pasekmė yra ta, kad beta spinduliuotės energija yra sugeriama daug didesniame audinio tūryje, negu alfa spinduliuotės energija, o medžiagos storis, kuris reikalingas pilnam beta dalelių sustabdymui, yra daug didesnis, negu medžiagos storis, kuris reikalingas tos pačios energijos alfa dalelių pilnam sustabdymui. Pvz., 1 MeV energijos beta dalelių pilnam sustabdymui reikalingas kelių milimetrų storio metalo sluoksnis.

- Neutronai, kaip minėta ankstesniuose skirsniuose, tiesiogiai nejonizuoja atomų ir sąveikauja tik su medžiagos atomų branduoliais (o ne su elektronais). Pagrindinis mažos energijos (0, 025 – 100 eV) neutronų sąveikos su medžiaga vyksmas yra spinduliuojamasis neutrono pagavimas, kurio metu neutronas yra pagaunamas ir susidaro sužadintasis branduolys, kuris sužadinimo energiją išspinduliuoja fotono (gama kvanto) pavidalu. Šios branduolinės reakcijos apibendrintasis žymėjimas yra „(n, γ)“. Kadangi biologiniame audinyje yra didelė vandenilio atomų koncentracija (daugiausia – vandens pavidalu), tai neutronus dažniausiai pagauna protonai. Šios branduolinės reakcijos lygtis yra $n + p \rightarrow d + \gamma$, o jos metu atsiradusio fotono energija yra 2,2 MeV. Aukštesnių energijų (> 1 keV) neutronai daugiausia energijos praranda dėl tampriųjų susidūrimų su branduoliais. Vėlgi, vyrauja susidūrimai su vandenilio branduoliais (protonais), nes jų yra daugiausia. Kadangi protono masė yra beveik tokia pati kaip neutrono, tai protonas tokio susidūrimo metu gauna didelę neutrono kinetinės energijos dalį (vadinamąją „atatrankos energiją“). Kadangi protonas yra sunkioji elektringoji dalelė, tai aukštos energijos atatrankos protonai jonizuoja daug medžiagos atomų palyginti trumpame atstume, kol sustoja. 2 MeV energijos neutronas biologiniame audinyje nueina maždaug 6 cm atstumą, kol jo energija sumažėja iki šiluminės energijos. Vadinasi, aukštos energijos neutronai, kaip ir aukštos energijos alfa dalelės, sąlygoja didelio jonizavimo tankio sričių atsiradimą (dėl atatrankos protonų), tačiau daug didesniame gylyje (nes tie atatrankos protonai gali atsirasti ne tik biologinio audinio paviršiuje, bet ir kelių centimetrų gylyje).
- Aukštos energijos fotonai (gama kvantai) atiduoda savo energiją medžiagos elektronams, vykstant Komptono sklaidos, fotoelektrinio efekto ir porų kūrimo procesams. Fotonų sugerties koeficientas stipriai priklauso nuo jų energijos ir nuo medžiagos atominio numerio *Z*. Kadangi biologinis audinys sudarytas iš mažo *Z* elementų (C, H ir O), tai Komptono sklaida yra vyraujantis sąveikos mechanizmas, jeigu fotono energija yra nuo 40 keV iki kelių dešimčių MeV. Išsklaidytasis fotonas paskui gali būti dar kartą išsklaidytas arba sugertas dėl fotoefekto. Gama spinduliuotės energijos sugertis nėra lokalizuota. Sugertoji dozė maždaug eksponentiškai mažėja, einant gilyn į medžiagą. Gama spinduliuotė yra palyginti skvarbi. Pvz,. norint sugerti 99 % kelių MeV energijos gama spinduliuotės, reikalingas kelių dešimčių centimetrų storio švino sluoksnis.

9.2. Netiesioginė cheminė pažaida

Dalis spinduliuotės energijos perduodama biologiškai svarbioms organizmo molekulėms, todėl atsiranda tiesioginė pažaida. Tačiau pradinėje stadijoje pagrindinis spinduliuotės sąveikos su biologiniu audiniu rezultatas yra paprastų molekulių, kurios nėra kritiškai svarbios organizmo funkcionavimui, jonizavimas ir laisvųjų radikalų atsiradimas. Laisvasis radikalas – tai neturintis elektros krūvio atomas arba molekulė, kuri turi nesuporuotą elektroną. Dėl to nesuporuoto elektronai laisvieji radikalai yra labai chemiškai aktyvūs, t. y. jie „stengiasi“ pašalinti tą nesuporuotą elektroną. Tai gali atsitikti dvejopai: laisvasis radikalas gali sudaryti cheminį ryšį su kitu laisvuoju radikalu arba atiduoti laisvąjį elektroną elektrono pernašos reakcijos būdu. Pirmuoju atveju radikalas elgiasi kaip elektrono akceptorius (oksidatorius), o antruoju atveju – kaip elektrono donoras. Laisvieji radikalai yra svarbūs todėl, kad per savo gyvavimo laiką jie gali nudifunduoti toli nuo savo atsiradimo vietos ir sukelti cheminius pokyčius kritiškai svarbiose organizmo vietose. Tai yra vadinamoji netiesioginė pažaida, kuri dažniausiai yra pagrindinė jonizuojančiosios spinduliuotės poveikio gyvam organizmui pasekmė.

Dauguma molekulių, kurios yra tiesiogiai paveikiamos spinduliuotės, yra vandens molekulės, nes vanduo sudaro maždaug 80% biologinio audinio masės. Jonizavus vandens molekulę, atsiranda laisvasis elektronas ir teigiamas molekulinis jonas:

$$H_2O + \text{spinduliuotė} \rightarrow H_2O^+ + e^- .$$

Išlaisvintąjį elektroną lengvai pagauna kita vandens molekulė, susidarant neigiamajam molekuliniam jonui:

$$e^- + H_2O \rightarrow H_2O^- .$$

Abu šie molekuliniai jonai yra nestabilūs, t. y. po tam tikro laiką disocijuoja:

$$H_2O^+ \rightarrow H^+ + OH^\bullet ,$$

$$H_2O^- \rightarrow H^\bullet + OH^- .$$

Kaip matome, šios disociacijos rezultatas yra laisvieji radikalai, kurie čia pažymėti $OH^\bullet$ ir $H^\bullet$.

Šie laisvieji radikalai lengvai „atima“ vandenilio atomus iš organinių molekulių. Organinę molekulę apibendrintai žymėsime „RH“. Čia „R“ žymi molekulės dalį, kuri lieka pašalinus iš tos molekulės vieną vandenilio atomą. Tada minėtųjų laisvųjų radikalų chemines reakcijas su organinėmis molekulėmis galima užrašyti šitaip:

$$RH + OH^{\bullet} \rightarrow R^{\bullet} + H_2O\ ,$$
$$RH + H^{\bullet} \rightarrow R^{\bullet} + H_2\ .$$

Kaip matome, dėl šių reakcijų susidaro organiniai laisvieji radikalai („$R^{\bullet}$“), kurie gali reaguoti su kitomis organinėmis molekulėmis, kurios gali priklausyti svarbiai biologinei sistemai (pvz. chromosomai). Todėl ta sistema gali nustoti funkcionuoti, o tai savo ruožtu gali sukelti ląstelės mirtį. Kita galima tokių reakcijų pasekmė yra genetinės informacijos, kuri saugoma dezoksiribonukleininių rūgščių (DNR) molekulėse, modifikavimas. Toks modifikavimas gali paveikti visus organizmo palikuonis (tai yra vadinamoji ***genetinė mutacija***). Aišku, kad biologiškai svarbios molekulės gali būti ir tiesiogiai paveiktos spinduliuotės, ir reaguoti su minėtaisiais laisvaisiais radikalais. Didžiąją dalį pokyčių sąlygoja laisvieji radikalai. Tačiau, kaip vėliau pamatysime, esant mažiems spinduliuotės intensyvumams, didžioji dalis tos netiesioginės cheminės pažaidos yra „pataisoma“, todėl nesukelia jokių ilgalaikių pasekmių.

Aptariant antrinę cheminę pažaidą, būtina paminėti chemines reakcijas, kuriose dalyvauja deguonies molekulės, kurių visada yra biologiniame audinyje. Deguonies ypatingas vaidmuo yra susijęs su tuo, kad jo molekulė turi *dvigubą* kovalentinį ryšį, t. y. tą ryšį sudaro *dvi* elektronų poros. Nutraukus vieną iš tų dviejų ryšių, kitas ryšys neleidžia molekulei disocijuoti. Todėl tokia molekulė gali sudaryti ne vieną, o dvi chemines jungtis, t. y. tapti „tilteliu“ tarp dviejų laisvųjų radikalų. Vienas ryšys gali būti nutrauktas, pvz., prisijungus deguonies molekulei prie laisvojo organinio radikalo, kuris atsirado anksčiau minėtose reakcijose. Kadangi šios reakcijos metu vienas ryšys lieka laisvas, tai jos rezultatas yra laisvasis radikalas:

$$R^{\bullet} + O_2 \rightarrow RO_2^{\bullet}\ .$$

Šis laisvasis radikalas vadinamas ***organiniu peroksido radikalu***. Paskui tas radikalas gali atimti vandenilio atomą iš kitos organinės molekulės:

$$RO_2^{\bullet} + RH \rightarrow RO_2H + R^{\bullet}\ .$$

Kaip matome, šios reakcijos metu ne tik yra „užfiksuojama“ molekulės pažaida (vandenilio atomas pakeičiamas peroksido grupe O_2H), bet ir atsiranda kitas laisvasis radikalas, kuris lygiai taip pat gali reaguoti su kita deguonies molekule. Taigi, dėl deguonies buvimo biologiniame audinyje tampa galima grandininė cheminė reakcija, kurios metu didėja pažeistų molekulių skaičius. Todėl audiniai, kuriuose yra sumažinta deguonies koncentracija, yra mažiau jautrūs jonizuojančiosios spinduliuotės poveikiui. Šis veiksnys apsunkina piktybinių auglių radiacinę terapiją, nes tuose augliuose yra sutrikusi kraujotaka, todėl sumažėjęs deguonies kiekis.

9.3. Jonizuojančiosios spinduliuotės dozės sąvoka

Kūno tūrio arba masės vieneto sugertas jonizuojančiosios spinduliuotės energijos kiekis priklauso nuo spinduliuotės intensyvumo (t. y. energijos kiekio, kuris pereina pro vienetinio ploto paviršių per vienetinį laiką), nuo spinduliuotės trukmės, nuo ploto, į kurį krinta spinduliuotė, ir nuo spinduliuotės įsiskverbimo gylio. Egzistuoja trys fizikiniai dydžiai, kurie apibūdina sugertą spinduliuotės energiją ir jos biologinį poveikį. Tai yra sugertoji dozė, lygiavertė dozė ir efektinė dozė.

Medžiagos masės vienete sugertos energijos kiekis yra vadinamas ***sugertąja doze*** arba ***spinduliuotės doze***. Vadinasi, sugertąją dozę duotajame erdvės taške galima apibrėžti šitaip:

$$D_{\mathrm{s}} = \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}m}\ ; \qquad (9.3.1)$$

Čia dm yra nykstamasis masės elementas, kuriam priklauso duotasis erdvės taškas, o dE yra energijos kiekis, kuris buvo sugertas tame masės elemente. Kaip matome, sugertoji dozė yra lokalusis dydis: jis apibūdina spinduliuotės energijos sugertį viename erdvės taške. Tačiau praktikoje dažnai naudojama ir ***vidutinės sugertosios dozės*** sąvoka: taip yra pilnutinės audinio arba organo sugertos energijos E ir to audinio arba organo masės m santykis:

$$D_{\mathrm{s,vid}} = \frac{E}{m}\ . \qquad (9.3.2)$$

SI sistemoje vartojamas sugertosios dozės matavimo vienetas yra grėjus (Gy):

$$1 \text{ Gy} = 1 \text{ J/kg}.$$

Nesisteminis sugertosios dozės matavimo vienetas yra radas (rad):

$$1 \text{ rad} = 0{,}01 \text{ Gy}$$

Sugertosios dozės galia – tai sugertoji dozė per laiko vienetą. Šio dydžio matavimo vienetas yra Gy/s arba rad/s.

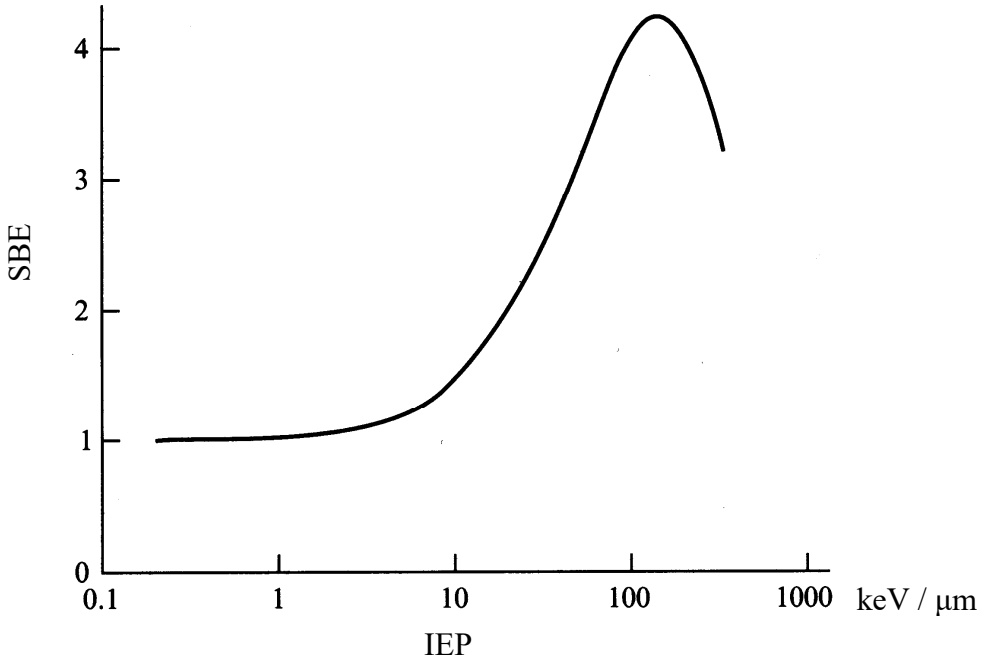
Biologinis poveikis priklauso ne tik nuo pilnutinės sugertosios dozės, bet ir nuo dozės per laiko vienetą, t. y. nuo sugertosios dozės galios. Taip yra todėl, kad gyvieji organizmai turi gyvybiškai svarbių molekulių (tokių kaip DNR molekulių) taisymo funkciją. Molekulė gali būti pataisyta tik tada, jeigu jos pažeidimai nėra pernelyg dideli. Kuo mažesnė dozės galia, tuo didesnė tikimybė, kad pažeistos molekulės bus pataisytos iki kito pažeidimo, todėl tuo mažesnis spinduliuotės biologinis poveikis. Dėl tos pačios priežasties, padalijus vieną dozę į mažesnes dozes, kurios atskirtos viena nuo kitos tam tikru laiko intervalu, biologinė pažaida labai sumažėja. Pvz., vienkartinė 10 Gy dozė galėtų sunaikinti beveik visas ląsteles, tačiau dvi dozės po 5 Gy, atskirtos viena nuo kitos 24 h intervalu, sunaikintų tik 40 % ląstelių. Toks dozės išskaidymas į mažesnes dozes vadinamas ***frakcionavimu*** (iš lot. žodžio „fractus“ – „padalytas“). Frakcionavimo sąvoka yra svarbi vėžio radiacinėje terapijoje.

Jonizuojančiosios spinduliuotės biologinis poveikis priklauso ne vien nuo sugertosios dozės, bet ir nuo to, kaip sugertoji energija pasiskirsto biologiniame audinyje. Kaip minėta 9.1 skyriuje, šis pasiskirstymas priklauso nuo spinduliuotės rūšies ir jos dalelių energijos.

Elektringosios dalelės energijos perdavimas atomams ir molekulėms, kurie yra arti dalelės trajektorijos, yra apibūdinamas vadinamąja ***ilgine energijos perdava*** („IEP“; angl. „*linear energy transfer*“): tai yra energijos kiekis, kurį dalelė perdavė artimiems atomams ir molekulėms vienetinio ilgio kelyje. Kaip matome, ši apibrėžtis yra labai panaši į ilginės stabdymo gebos apibrėžtį: ***ilginė stabdymo geba*** – tai krintančiosios dalelės energijos sumažėjimas vienetinio ilgio kelyje. Tačiau elektringoji dalelė energiją praranda ne vien jonizuodama ir sužadindama artimus atomus, bet ir stabdomosios spinduliuotės pavidalu. Stabdomoji spinduliuotė yra sugeriama toliau nuo dalelės trajektorijos, todėl ji nėra įskaitoma ilginės energijos perdavos apibrėžtyje. Kai stabdomoji spinduliuotė beveik nepasireiškia (pvz., sunkiųjų elektringųjų dalelių atveju arba palyginti lėtų elektronų atveju), ilginė energijos perdava yra praktiškai lygi ilginei stabdymo gebai. IEP dažniausiai matuojama keV/μm. Pvz., vandens arba biologinio audinio IEP kinta nuo mažesnių už 1 keV/μm verčių (elektronai) iki maždaug 100 keV/μm (protonai). Greitos sunkiosios elektringosios dalelės – tai didelės IEP spinduliuotė. Neutronai taip pat yra didelės IEP spinduliuotė, nes jie savo kinetinę energiją atiduoda sunkiosioms elektringosioms dalelės – protonams, arba gali sukelti branduolines reakcijas, kurių metu atsiranda greitosios elektringosios dalelės. Greitieji elektronai yra mažos IEP spinduliuotė. Rentgeno ir gama spinduliuotė taip pat yra mažos IEP spinduliuotė, nes fotonas susidūrimo metu dažniausiai didelę dalį savo energijos atiduoda medžiagos elektronui, t. y. atsiranda greitieji elektronai, kurių IEP yra maža (palyginimas: sunkioji elektringoji dalelė vieno susidūrimo metu elektronui perduoda labai mažą savo energijos dalį, todėl tokiu būdu atsiradę laisvieji elektronai yra palyginti lėti ir jų IEP yra didelė). Kuo didesnė IEP, tuo trumpesniame kelyje dalelės praranda savo energiją. T. y., kuo didesnė IEP, tuo mažiau skvarbi spinduliuotė.

Įprastinėje medžiagoje (pvz., detektoriaus aktyviajame tūryje) sugertosios energijos erdvinis pasiskirstymas nėra labai svarbus. Pvz., detektoriaus išėjimo įtampos impulso amplitudė priklauso tik nuo pilnutinės sugertos energijos, bet ne nuo jos erdvinio pasiskirstymo. Tačiau sugertosios energijos erdvinis pasiskirstymas gyvame audinyje yra labai svarbus. Pvz., spinduliuotės poveikis smegenims yra stipresnis, negu tos pačios spinduliuotės poveikis kaulams arba odai. Todėl skvarbi (mažos IEP) išorinė spinduliuotė (kurios energija pasiskirsto dideliame tūryje) yra kenksmingesnė, negu ta pati sugertoji dozė mažiau skvarbios (didelės IEP) išorinės spinduliuotės (kurią pilnai sugeria oda). Be to, vienos ląstelės tūryje sugertas energijos kiekis lemia tos ląstelės išgyvenimo tikimybę. Aišku, kad didelės IEP atveju vienos ląstelės tūryje sugertas energijos kiekis yra didesnis, negu mažos IEP atveju, todėl ląstelės išgyvenimo tikimybė yra mažesnė. Todėl, vertinant spinduliuotės poveikį pagal jos daromą nepataisomą žalą ląstelėms (nepriklausomai nuo tų ląstelių svarbos organizmo funkcionavimui), mažo skvarbumo (didelės IEP) spinduliuotė yra kenksmingesnė, negu ta pati sugertoji dozė skvarbios (mažos IEP) spinduliuotės.

Pastaroji biologinio poveikio sąvoka leidžia apibrėžti vadinamąjį santykinį biologinį efektyvumą (SBE). Tai yra bedimensis dydis, kuris nusako, kiek kartų duotosios rūšies spinduliuotės



9.1 pav. Spinduliuotės santykinio biologinio efektyvumo (SBE) priklausomybė nuo jos ilginės energijos perdavos (IEP) biologiniame audinyje

nepataisomai pažeistų ląstelių skaičius yra didesnis už tos pačios sugertosios dozės 250 keV energijos fotonų nepataisomai pažeistų ląstelių skaičių. Pvz., jeigu spinduliuotės SBE yra 2, tada tos spinduliuotės 1 Gy sugertoji dozė nepataisomai pažeidžia tiek pat ląstelių, kiek ir 2 Gy 250 keV energijos fotonų sugertoji dozė (pagal apibrėžtį, 250 keV energijos gama arba rentgeno spinduliuotės SBE yra lygus 1). SBE priklausomybe nuo IEP yra parodyta 9.1 pav. Kaip matome, iš pradžių SBE didėja didėjant IEP, tačiau paskui pradeda mažėti. Šis mažėjimas yra susijęs su tuo, kad, esant ypač didelei IEP, energijos perdava vienai ląstelei tampa didesnė už tą, kurios reikia, kad nepataisomai ją pažeisti. Taigi, dalis spinduliuotės energijos tam tikra prasme yra „prarandama“ ir mažiau energijos lieka kitų ląstelių pažeidimui. Kadangi SBE yra sudėtinga spinduliuotės dalelių energijos funkcija, praktikoje naudojamas SBE vidurkis įvairių energijų atžvilgiu. Šį vidurkį vadinsime „spinduliuotės svoriniu daugikliu“ ir žymėsime w_s (apatinis indeksas „s“ kilęs iš žodžio „spinduliuotė“). 9.1 lentelėje pateiktos w_s vertės.

9.1 lentelė. Įvairių rūšių spinduliuotės svoriniai daugikliai

Spinduliuotės rūšis	Energija	Svorinis daugiklis w_s
Fotonai, elektronai	Visos energijos	1
Neutronai	< 10 keV	5
	10 – 100 keV	10
	100 keV – 2 MeV	20
	2 – 20 MeV	10
	> 20 MeV	5
Protonai	< 20 MeV	5
α dalelės, dalijimosi skeveldros, sunkieji branduoliai		20

Naudojant spinduliuotės svorinį daugiklį, yra apibrėžiama vadinamoji ***lygiavertė dozė***, kuri leidžia įvertinti duotosios sugertosios dozės biologinį poveikį duotajam audiniui:

$$D_a = w_s D_s ;$$

čia D_s yra tos rūšies spinduliuotės sugertoji dozė. Vadinasi, 1 MeV neutronų (kurių $w_s = 20$) 1 Gy sugertoji dozė yra biologiškai lygiavertė gama spinduliuotės (kurios $w_s = 1$) 20 Gy sugertajai dozei.

Jeigu vienu metu veikia kelių rūšių spinduliuotė, tada lygiavertė dozė yra lygi visų spinduliuotės komponenčių lygiaverčių dozių sumai:

$$D_{\mathrm{a}} = \sum_{\mathrm{s}} w_{\mathrm{s}} D_{\mathrm{s}} \ , \tag{9.3.3}$$

Lygiavertės dozės SI vienetas yra sivertas (Sv).

Jonizuojančiosios spinduliuotės poveikio žmogui pasekmės priklauso ne vien nuo sugertosios dozės ir spinduliuotės rūšies, bet ir nuo to, kokia žmogaus kūno dalis buvo paveikta spinduliuotės. Kai kurie organai ir kūno dalys yra jautresni jonizuojančiajai spinduliuotei. Siekiant įskaityti šį faktą, apibrėžiamas vadinamasis „audinio svorinis daugiklis“ w_{a}, kuris priklauso nuo audinio, kurį veikia spinduliuotė. Naudojant audinių svorinius daugiklius, galima apibrėžti vadinamąją ***efektinę dozę***, kuri yra lygi lygiaverčių dozių, padaugintų iš atitinkamų audinio svorinių daugiklių, sumai:

$$D_{\mathrm{ef}} = \sum_{\mathrm{a}} w_{\mathrm{a}} D_{\mathrm{a}} = \sum_{\mathrm{a}} w_{\mathrm{a}} \sum_{\mathrm{s}} w_{\mathrm{s}} D_{\mathrm{a,s}} \ ; \tag{9.3.4}$$

čia $D_{\mathrm{a,s}}$ yra audinio „a“ sugertoji dozė. Įvairių žmogaus kūno organų audinių svoriniai daugikliai yra pateikti 9.2 lentelėje. Visų jų suma yra lygi vienetui. Todėl, kai visas kūnas yra apšvitinamas tolygiai (t. y. kai visų kūno dalių sugertosios dozės yra vienodos ir lygios D_{s}), efektinė dozė yra lygi lygiavertei dozei, apskaičiuotai pagal (9.3.3). Tuo lengva įsitikinti, (9.3.4) reiškinyje sukeitus vietomis sumavimą audinių atžvilgiu (sumavimo indeksas „a“) ir sumavimą spinduliuotės rūšių atžvilgiu (indeksas „s“):

$$D_{\mathrm{ef}} = \sum_{\mathrm{s}} w_{\mathrm{s}} \sum_{\mathrm{a}} w_{\mathrm{a}} D_{\mathrm{a,s}} = \sum_{\mathrm{s}} w_{\mathrm{s}} D_{\mathrm{s}} \sum_{\mathrm{a}} w_{\mathrm{a}} = \sum_{\mathrm{s}} w_{\mathrm{s}} D_{\mathrm{s}} \equiv D_{\mathrm{L}} \ ; \tag{9.3.5}$$

čia D_{L} yra lygiavertė dozė. Vadinasi, efektinė dozė skiriasi nuo lygiavertės dozės tik tada, kai kūnas apšvitinamas netolygiai. Jeigu labiau apšvitinami jautresni organai, tada efektinė dozė yra didesnė už *vidutinę* viso kūno lygiavertę dozę (ji yra lygi (9.3.2) reiškiniui, padaugintam iš spinduliuotės svorinio daugiklio), o jeigu labiau apšvitinami mažiau jautrūs organai, tada efektinė dozė yra mažesnė už vidutinę viso kūno lygiavertę dozę.

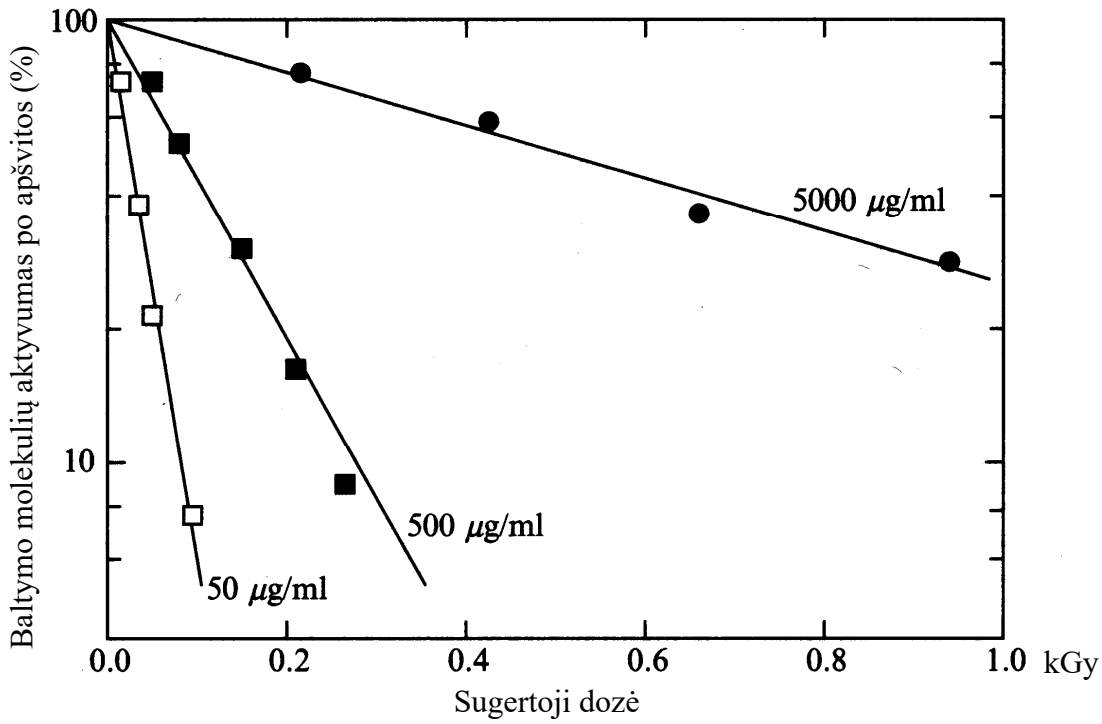
9.2 lentelė. Atskirų žmogaus kūno organų audinių svoriniai daugikliai

Audinys	**Audinio svorinis daugiklis w_{a}**
Lytiniai organai	0,20
Raudonieji kaulų smegenys	0,12
Storoji žarna	0,12
Plaučiai	0,12
Skrandis	0,12
Šlapimo pūslė	0,05
Krūtis	0,05
Kepenys	0,05
Stemplė	0,05
Skydinė liauka	0,05
Oda	0,01
Kaulų paviršius	0,01
Likusioji kūno dalis	0,05

9.4. Kritinių audinių pažaida

9.4.1. Sudėtingų molekulių pažaida

Aptarsime kelis pavyzdžius, kurie iliustruoja jonizuojančiosios spinduliuotės poveikį sudėtingoms molekulėms, ir ląstelių išgyvenimo tikimybę, paveikus jas jonizuojančiąja spinduliuote. Visų pirma aptarsime spinduliuotės poveikį baltymų molekulėms. Tai yra sudėtingos makromolekulės, kurios sudarytos iš amino rūgščių grandinėlių. Tačiau šiam aptarimui baltymų sandara nėra svarbi; pakanka tik žinoti, kad baltymai dalyvauja beveik visuose gyvybiniuose procesuose. Kai kurie jų atlieka ląstelių struktūrinių komponentų vaidmenį, o kai kurie elgiasi kaip katalizatoriai, kurie skatina ląstelės biocheminius procesus.



9.2 pav. Baltymo dezoksiribonukleazės molekulių aktyvumo tirpale priklausomybė nuo sugertosios dozės, esant trims skirtingoms baltymo tirpalo koncentracijoms. Aktyvumas išreikštas procentais atžvilgiu jo vertės prieš apšvitinimą. Ordinačių ašies mastelis yra logaritminis

Nors baltymai priskirtini prie sudėtingų molekulių, tačiau, palyginus su kai kuriomis kitomis gyvųjų organizmų molekulėmis (pvz., DNA), jie yra daug mažesni ir paprastesni. Todėl jie yra palyginti atsparūs jonizuojančiosios spinduliuotės poveikiui. Šį poveikį iliustruoja 9.2 pav. Ordinačių ašies mastelis yra logaritminis. Akivaizdūs du dėsningumai: 1) baltymo aktyvumas (t. y. išlikusių molekulių santykinė dalis) eksponentiškai mažėja, didėjant spinduliuotės dozei; 2) esant duotai spinduliuotės dozei, jos poveikis mažėja didėjant tirpalo koncentracijai. Manoma, kad pastarasis dėsningumas atspindi netiesioginės cheminės pažaidos svarbą. Esant didesnėms tirpalo koncentracijoms, molekulių, kurios pažeistos dėl tiesioginės pažaidos, santykinė dalis yra didesnė, tačiau, esant mažesnėms tirpalo koncentracijoms, dar didesnė dalis molekulių yra pažeidžiamos dėl netiesioginės pažaidos, kurią sukelia laisvieji radikalai, kurie atsiranda jonizuojant vandens molekules.

Molekulės „išgyvenimo“ tikimybės eksponentinę priklausomybę nuo sugertosios dozės galima suprasti remiantis atsitiktinių įvykių statistikos dėsniais. Puasono statistika teigia, kad tikimybė, jog duotoji molekulė po apšvitinimo bus pažeista n kartų, yra lygi

$$P(n) = \frac{\mu^n}{n!} \mathrm{e}^{-\mu}; \qquad (9.4.1)$$

čia μ yra vidutinis vienos molekulės pažeidimų skaičius, t. y. pilnutinio pažeidimų skaičiaus ir pilnutinio molekulių skaičiaus santykis („pažeidimas“ – tai nutrauktas cheminis ryšys molekulėje). Vadinasi, santykinė dalis molekulių, kurios po apšvitinimo nebuvo pažeistos nė karto, yra lygi

$$P(0) = \mathrm{e}^{-\mu}. \qquad (9.4.2)$$

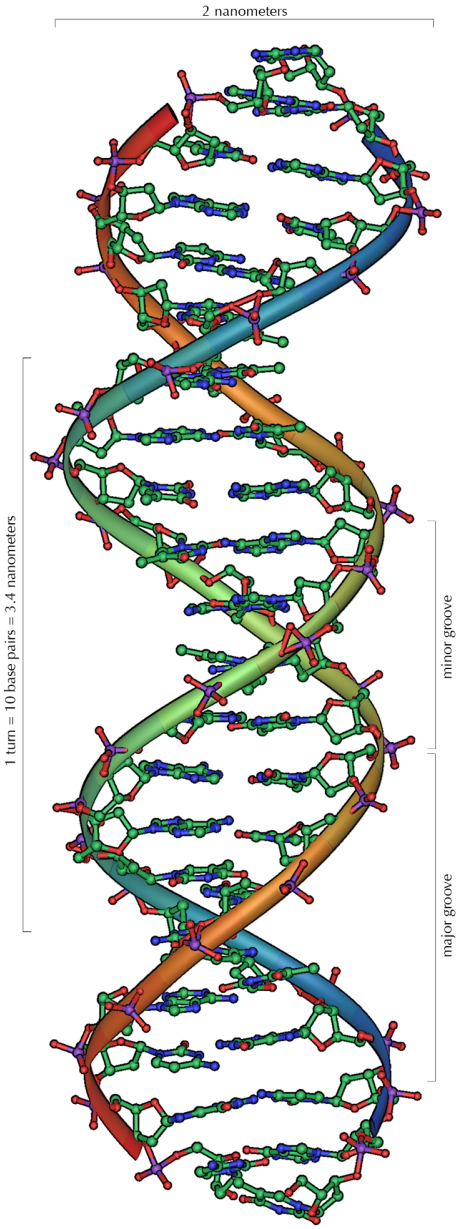
Vidutinis vienos molekulės pažeidimų skaičius μ yra tiesiog proporcingas sugertajai dozei. Vadinasi, jeigu tarsime, kad molekulė tampa neaktyvi jau po vieno pažeidimo, tada molekulės išgyvenimo tikimybė turėtų eksponentiškai mažėti didėjant dozei, ką ir matome 9.2 pav.

9.4.2. Ląstelių pažaida

Manoma, kad kritinė molekulė, kuri lemia ląstelės gebėjimą išlikti gyva jonizuojančiosios spinduliuotės sąlygomis, yra dezoksiribonukleininės rūgšties (DNR) molekulė. DNR molekulė yra sudaryta iš dviejų polimero molekulių, kurios apsivijusios vieną kitą, sudarydamos dvigubą spiralę (žr. 9.3 pav.) [***Polimeras*** – tai medžiaga, kurios molekulės sudarytos iš didelio skaičiaus pasikartojančių

struktūrinių vienetų, kurie sujungti vienas su kitu kovalentiniais cheminiais ryšiais. DNR molekulės struktūriniai vienetai vadinami ***nukleotidais***, o jų skaičius vienoje DNR molekulėje gali viršyti du šimtus milijonų.] Abi tos spiralinės polimerinės grandinės yra vienodos, tačiau priešingų krypčių. Dalijantis ląstelei, tos dvi „spiralės“ atsiskiria viena nuo kitos ir paskui baltymai naudoja kiekvieną iš jų kaip šabloną „konstruojant“ trūkstamą pusę. Taip vietoj vienos DNR molekulės atsiranda dvi tokios pačios DNR molekulės. Taigi, DNR molekulė saugo informaciją, kuri reikalinga ląstelei daugintis. Todėl, sunaikinus DNR molekulę, ląstelė negali dalytis ir miršta. Remiantis paprastu statistiniu pažaidos modeliu, kuris suformuluotas 9.4.1 skyriaus pabaigoje, galima spėti, kad vienos DNR molekulės radiacinės pažaidos tikimybė yra daug didesnė, negu baltymo molekulės, nes DNR molekulė yra daug didesnė už baltymo molekulę. Iš tikrųjų, žinduolio ląstelės jonizuojančiosios spinduliuotės mirtinos sugertosios dozės vertė (1 – 2 Gy) yra dviem didumo eilėmis mažesnė už baltymo molekulės mirtiną dozę, kuri yra kelių šimtų grėjų eilės (žr. 9.2 pav.).

Matavimų duomenys rodo, kad DNR molekulė gali būti pažeista keliais būdais, ir tam tikros rūšies pažeidimai gali būti pašalinti, t. y. egzistuoja DNR molekulių „taisymo“ funkcija. Tuo galima įsitikinti, palyginus ląstelių, kurios išliko gyvos po apšvitos, santykinės dalies priklausomybes nuo sugertosios dozės skirtingomis apšvitos sąlygomis. Šios priklausomybės parodytos 9.4 pav. Akivaizdu, kad rentgeno spinduliuotės atveju funkcionuojančių ląstelių santykinė dalis yra pastebimai didesnė po 5 h pertraukos, negu iš karto po apšvitos. Tai reiškia, kad dalis ląstelių atsistato per kelių valandų laiką. Neutroninės spinduliuotės atveju šio atsistatymo efekto beveik nėra (tiksliau, jis yra daug silpnesnis). Tai yra suprantama, prisiminus, kad neutroninės spinduliuotės svorinis daugiklis yra daug didesnis, negu rentgeno spinduliuotės (žr. 9.1 lentelę), ir turint omenyje, kad tas svorinis daugiklis atspindi *nepataisomą* ląstelių pažaidą.

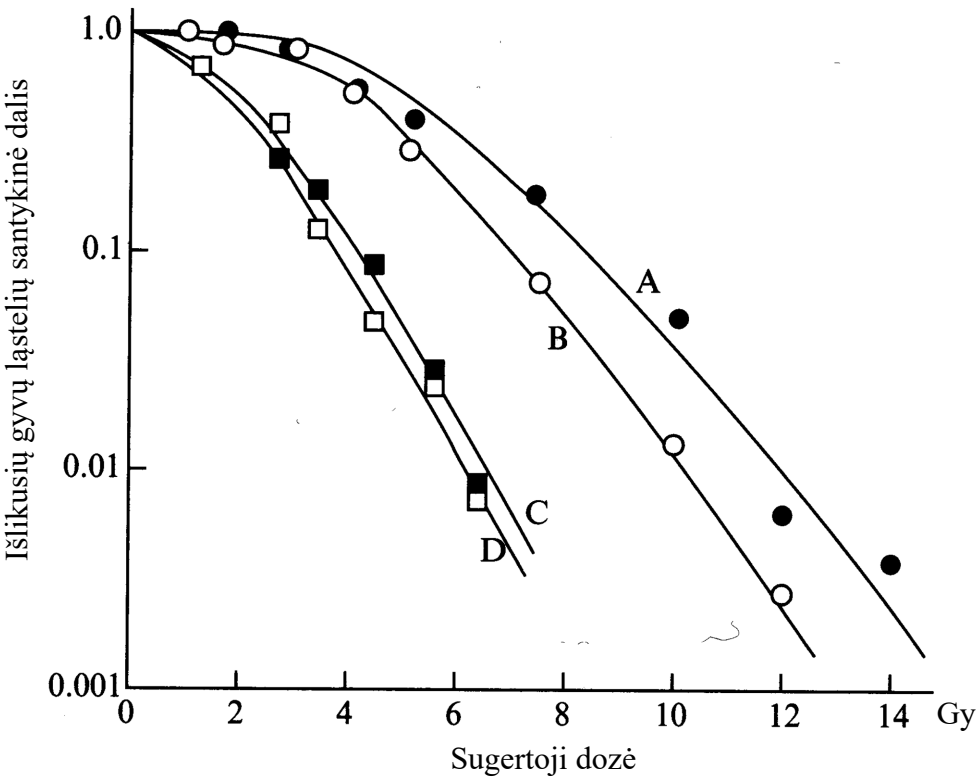


9.3 pav. DNR molekulės sandara

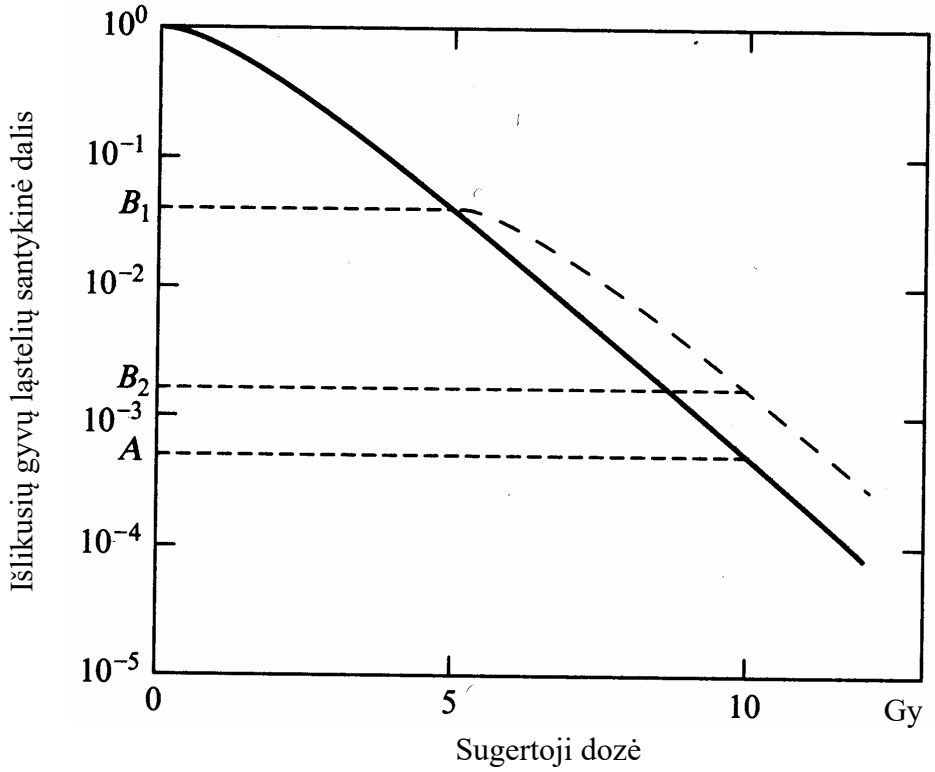
Dar vienas dalykas, kuris akivaizdus iš 9.4 pav. pateiktų kreivių, yra jų netiesiškumas (kadangi ordinačių ašies mastelis yra logaritminis, minėtasis netiesiškumas reiškia, kad išlikusių ląstelių santykinės dalies priklausomybė nuo sugertosios dozės nėra eksponentinė). Palyginimas: remiantis paprastu modeliu, pagal kurį ląstelė miršta po vieno pažeidimo, gaunama eksponentinė priklausomybė (9.4.2) (būtent tokia priklausomybė pastebima baltymų molekulių atveju, kaip parodyta 9.2 pav.). Vadinasi, minėtasis modelis netinka, nagrinėjant ląstelių pažaidą. Tačiau nesunku tą modelį modifikuoti taip, kad teoriškai būtų gauta minėtoji neeksponentinė priklausomybė (ir kartu būtų įskaitytas ląstelių gebėjimas „pataisyti“ pažaidą). Tarkime, kad ląstelė miršta tik po dviejų arba didesnio skaičiaus pažeidimų, o jeigu yra tik vienas pažeidimas, tada ląstelė per kelių valandų laiką jį pataiso. Tada ląstelės išlikimo tikimybė yra lygi dviejų įvykių tikimybių sumai: kad nebus nė vieno pažeidimo (tikimybė $P(0)$) ir kad bus vienas pažeidimas (tikimybė $P(1)$). Pagal bendrąją Puasono skirstinio išraišką (9.4.1)

$$P(0) + P(1) = (1 + \mu)\mathrm{e}^{-\mu}, \qquad (9.4.3)$$

čia μ yra vidutinis vienos ląstelės pažeidimų skaičius apšvitos metu (t. y. pilnutinio pažeidimų skaičiaus ir pilnutinio ląstelių skaičiaus santykis). Šios funkcijos dešimtainio logaritmo pavidalas yra toks kaip parodyta 9.5 pav. Kaip matome, toks modelis atspindi minėtąjį netiesiškumą. Kai dozė yra ypač maža, šios funkcijos išvestinė (t. y. kreivės polinkis) artėja į nulį. Tai reiškia, kad tada bet koks



9.4 pav. Ląstelių, kurios liko gyvos po apšvitos, santykinės dalies priklausomybė nuo sugertosios dozės. Kreivės A ir B atitinka apšvitą rentgeno spinduliais, o kreivės C ir D atitinka apšvitą neutronais. Kreivės A ir C (uždari simboliai) atitinka 5 h pertrauką tarp apšvitos ir išlikusių gyvų ląstelių santykinės dalies matavimo. Ordinačių ašies mastelis yra logaritminis



9.5 pav. Ląstelių, kurios liko gyvos po apšvitos, santykinės dalies idealizuota priklausomybė nuo sugertosios dozės, kuri atitinka (9.4.3) lygybę

pažeidimas yra pataisomas. Tai ir suprantama, nes esant ypač mažoms dozėms dviejų ir didesnio ląstelės pažeidimų skaičiaus tikimybė tampa daug mažesnė už vieno pažeidimo tikimybę. Tačiau matavimų duomenys rodo, kad esant ypač mažoms dozėms šios kreivės polinkis, nors ir yra mažesnis negu didelių dozių atveju, pastebimai skiriasi nuo nulio (pvz., žr. 9.4 pav.). Tai reiškia, kad pažeidimai būna kelių rūšių ir kai kurie vienkartiniai pažeidimai negali būti pataisyti. T. y. ląstelė turi tam tikrus „kritinius taškus“, kuriuos pažeidus ląstelė būtinai miršta, net jeigu tai yra vienintelis tos ląstelės pažeidimas.

Ląstelių pažaidos modelis, kurį nusako (9.4.3) lygtis, taip pat paaiškina, kodėl dozės frakcionavimas sumažina pažaidą. Pvz., 9.5 pav. atveju po vienos 10 Gy sugertosios dozės išgyvenusių ląstelių santykinė dalis yra A, o po vienos 5 Gy sugertosios dozės išgyvenusių ląstelių dalis yra B_1. Vadinasi, jeigu po tos 5 Gy sugertosios dozės yra dar ir kita vienkartinė apšvita, tada po jos išgyvenusių ląstelių skaičiaus ir pradinio dalelių skaičiaus (prieš pirmąją apšvitą) santykis yra lygus $B_1(1+\mu)\mathrm{e}^{-\mu}$; čia μ yra proporcingas *antrajai* sugertajai dozei. Todėl, jeigu atidėti šio santykio priklausomybę nuo *pilnutinės* dozės (t. y. nuo pirmosios ir antrosios apšvitos sugertųjų dozių sumos), tada taške, kuris atitinka pirmąją dozę, kreivėje atsiras lūžis ir prasidės antroji tokia pati kreivė, kuri pavaizduota punktyrine linija. Kadangi tos kreivės pradžioje jos polinkis yra mažesnis, negu toliau, tai ši punktyrinė linija yra aukščiau ištisinės kreivės, kuri atitinka tą atvejį, kai nėra dozės frakcionavimo. Vadinasi, frakcionavimas leidžia sumažinti pažaidą. Pvz., po dviejų apšvitų po 5 Gy išgyvenusių ląstelių santykinė dalis yra B_2, t. y. ta dalis yra didesnė negu po vienkartinės 10 Gy apšvitos. Jeigu nebūtų ląstelių atsistatymo, tada išlikusių ląstelių santykinės dalies logaritmo priklausomybės nuo sugertosios dozės polinkis visur būtų vienodas, t. y. dozės frakcionavimas neturėtų įtakos ląstelės išgyvenimo tikimybei. Taip būna, pvz., neutroninės spinduliuotės atveju (žr. 9.4 pav.).

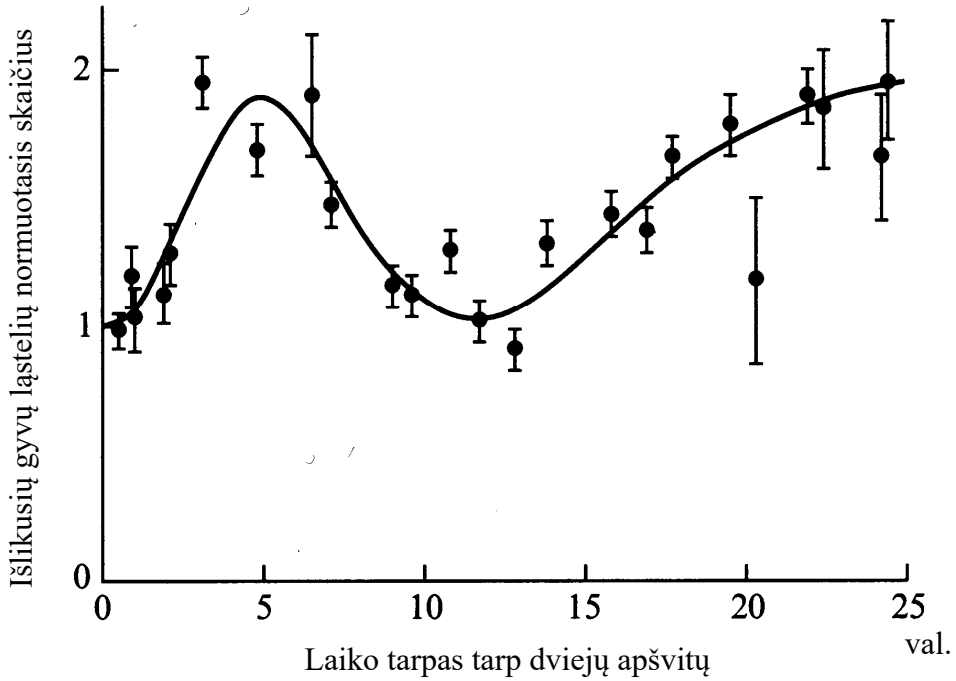
9.4.3. Pažaidą modifikuojantys veiksniai

Jau aptarėme kelis fizikinius veiksnius, kurie turi įtakos biologinei pažaidai, kurią sąlygoja jonizuojančioji spinduliuotė. Tai yra: 1) sugertosios dozės vertė, 2) laikas, per kurį ta dozė buvo sugerta (taip pat – dozės frakcionavimas), 3) spinduliuotės IEP (ją atspindi spinduliuotės svorinis daugiklis). Be to, minėta vandens svarba, nes būtent dėl vandens molekulių jonizavimo atsiranda laisvieji radikalai, kurie sąlygoja netiesioginę cheminę pažaidą. Dabar aptarsime dar du veiksnius, nuo kurių priklauso ląstelių atsparumas jonizuojančiosios spinduliuotės įtakai. Tie veiksniai yra ląstelės ciklas ir deguonies efektas.

Ląstelių ciklo fazė

Kiekviena gyvojo organizmo ląstelė anksčiau ar vėliau dalijasi, susidarant dviems dukterinėms ląstelėms. Po tam tikro laiko jos taip pat dalijasi. Visas šis vyksmas vadinamas „ląstelių ciklu“. Eksperimentai rodo, kad ląstelės yra jautriausios spinduliuotei tada, kai dalijasi. Todėl jautriausi audiniai yra tie, kurių ląstelės ypač dažnai dalijasi (lytinės ląstelės, kaulų smegenys), o mažiausiai jautrūs yra audiniai, kurių ląstelės dalijasi lėtai (smegenys, raumenys, inkstai, kepenys). Mažos IEP spinduliuotės (pvz., rentgeno arba gama spindulių) biologinis poveikis gali skirtis iki 2 kartų priklausomai nuo to, kuriame ląstelių ciklo etape (kitaip sakant, kurioje ląstelių ciklo „fazėje“) įvyko apšvita. Didelės IEP spinduliuotės atveju ląstelių ciklo fazės vaidmuo yra daug mažesnis.

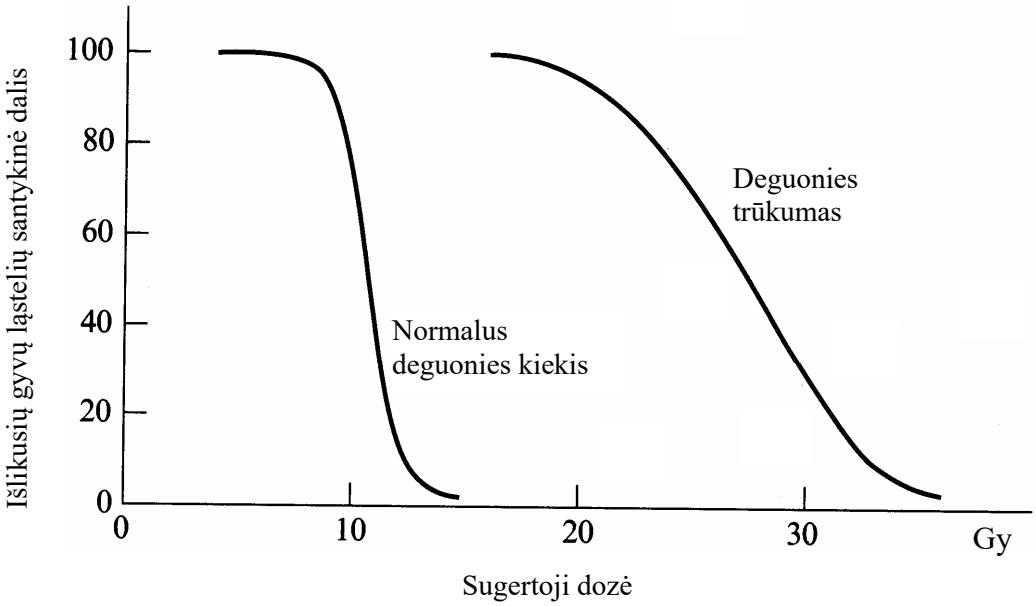
Minėtoji priklausomybė nuo ląstelės ciklo fazės turi didelę įtaką dozės frakcionavimo efektui. Tai yra parodyta 9.6 pav. Matome, kad iš pradžių, didėjant intervalui tarp dviejų apšvitų, ląstelės išgyvenimo tikimybė didėja ir ji pasiekia maksimumą, kai tas intervalas yra 5 h. Tačiau paskui ji pradeda mažėti ir pereina minimumą ties maždaug 10 h. Paskui ji vėl pradeda didėti. Tokie priklausomybę galima suprasti, tarus, kad pirmoji apšvita sunaikina jautriausias ląsteles, t. y. tas ląsteles, kurios tuo metu dalijasi. Todėl po pirmosios apšvitos išlikusios ląstelės yra iš dalies „sinchronizuotos“ (yra vienos ląstelių ciklo fazės). Kai tos ląstelės atsiduria mažiausiai jautrioje ląstelių ciklo fazėje (t. y. maždaug pusiaukelėje tarp dviejų dalijimųsi), išlikimo tikimybė pereina maksimumą. Tačiau vėliau tos ląstelės pradeda dalytis, todėl jų atsparumas sumažėja ir išlikimo tikimybė taip pat sumažėja. Tačiau minėtasis sinchroniškumas palaipsniui suardomas, todėl ląstelių atsparumas spinduliuotei vėl pradeda didėti, kol galų gale įsisotina (šiame pavyzdyje tai atsitinka maždaug po 20 h). Šį efektą galima pritaikyti praktikoje radiacinėje vėžio terapijoje, jeigu laiko intervalas tarp vėžio audinio ląstelių dalijimosi labai skiriasi nuo laiko intervalo tarp normalaus audinio ląstelių dalijimosi.



9.6 pav. Pelės kaulų smegenų ląstelių, kurios liko gyvos po dviejų apšvitų, kurių kiekvienos sugertoji dozė 2 Gy, skaičiaus ir tokių pačių ląstelių, kurios liko gyvos po vienos 4 Gy apšvitos, skaičiaus santykio priklausomybė nuo intervalo tarp minėtų dviejų apšvitų

Deguonies efektas

9.2 skyriuje buvo aprašyta grandininė cheminė reakcija, kurią skatina deguonies molekulių buvimas audinyje. Dėl šios priežasties audiniai, kuriuose padidinta deguonies koncentracija, yra jautresni jonizuojančiosios spinduliuotės poveikiui. Šį efektą iliustruoja 9.7 pav. Kaip matome, deguonis sumažina dozę, kuri reikalinga duotai pažaidai sukurti, 2 – 3 kartus. Tačiau tokia stipri priklausomybė pasireiškia tik mažos IEP spinduliuotės (t. y. gama ir rentgeno spinduliuotės) atveju. Matyt, taip yra todėl, kad didelės IEP spinduliuotė gana intensyviai *tiesiogiai* pažeidžia molekules ir ši pažaida gali būti daug didesnė už papildomą pažaidą, kurią sąlygoja deguonis.



9.7 pav. Ląstelių, kurios liko gyvos po apšvitos, santykinės dalies priklausomybė nuo sugertosios dozės, esant dviem deguonies koncentracijos audinyje vertėms

10. Jonizuojančioji spinduliuotė aplinkoje

Jonizuojančioji spinduliuotė veikia žmones kiekvieną jų gyvenimo dieną. Todėl svarbu išmatuoti tos spinduliuotės dozes ir nustatyti spinduliuotės poveikį sveikatai, kad būtų galima nustatyti leistinas spinduliuotės normas. Tuo tikslu 1928 m. buvo sukurta tarptautinė radiologinės apsaugos komisija (angl. „*International Commission on Radiological Protection*“, *ICRP*). Nuo to laiko spinduliuotės keliami pavojai ir priimtinos dozės buvo nuolat peržiūrimi, o didžiausios leistinos dozės nuolat mažėjo. Šiame skyriuje išsiaiškinsime, kaip apskaičiuoti jonizuojančiosios spinduliuotės dozę, kai spinduliuotę skleidžia išoriniai ir vidiniai šaltiniai.

10.1. Jonizuojančiosios spinduliuotės šaltiniai

10.1 lentelėje yra išvardytos pagrindinės radioaktyviųjų šaltinių, kurie pasitaiko gamtoje ir žmonių darbo aplinkoje, rūšys. Toje pačioje lentelėje yra pateiktos ir vidutinės metinės efektinės dozės. Kaip matome, didžiausia dozė gaunama iš natūraliųjų šaltinių (jų spinduliuotė taip pat vadinama „gamtiniu fonu“). Likusioji dalis atitinka dirbtinius šaltinius, tarp jų – medicinos šaltinius, buities prekes, nuosėdas po branduolinių bandymų, branduolinės energetikos ir kitų pramonės šakų atliekas. Be to, atskirų žmonių profesinės veiklos ypatybės gali labai padidinti tų žmonių gaunamą vidutinę dozę.

10.1 lentelė. Jungtinės Karalystės gyventojų vidutinės metinės efektinės dozės

Šaltinis	Metinė efektinė dozė (μSv)	Atskirų asmenų dozių kitimo intervalas (μSv)
Natūralieji šaltiniai (85 %):		
Kosminiai spinduliai	260	200 – 300
Maistas ir gėrimai	300	100 – 1000
Radonas	1300	300 – 100 000
Žemės gama spinduliuotė	350	100 – 1000
Iš viso natūraliųjų šaltinių:	2210	
Dirbtiniai šaltiniai (15 %):		
Medicininiai šaltiniai	370	Priklauso nuo taikymo; gali būti didelė
Pramoninės atliekos	<1	Iki 150 – 200
Nuosėdos po branduolinių sprogimų	5	Iki 15
Įvairios prekės	0,4	1 – 100
Iš viso dirbtinių šaltinių:	376	
Profesinė veikla (0,3 %)	8	Iki 20 000
Iš viso:	2600	
Specialių grupių papildoma apšvita:		
Srityse, kur yra radono perteklius	5000	
Branduolinė pramonė	1000	
Radiacijos darbuotojai	500	
Medicininės radiacijos darbuotojai	100	

10.1.1. Natūralieji šaltiniai

Natūralioji (gamtinės kilmės) spinduliuotė sąlygoja maždaug 85 % pilnutinės metinės dozės (kuri yra lygi maždaug 2600 μSv). Natūraliosios apšvitos didžioji dalis atsiranda dėl radioaktyviųjų nuklidų, kurių yra Žemės plutoje. Mažesnė dalis atsiranda dėl kosminių spindulių ir dėl maisto produktų natūraliojo radioaktyvumo.

Kosminiai spinduliai yra sudaryti iš ypač aukštos energijos elektringųjų dalelių (daugiausia protonų ir α dalelių), kurios sąveikauja su Žemės atmosfera ir sukelia antrinių dalelių liūtis. Maža dalis skvarbiausių antrinių dalelių (gama kvantų ir aukštos energijos elektronų) pasiekia Žemės

paviršių. Dozės galia, kurią sąlygoja kosminiai spinduliai, labai priklauso nuo platumos ir ypač nuo aukščio. 2000 m aukštyje virš jūros lygio kosminių spindulių dozės galia yra maždaug tris kartus didesnė negu jūros lygyje, o 10 km aukštyje, kuriame skraido reisiniai reaktyviniai lėktuvai, kosminių spindulių dozės galia yra 150 kartų didesnė negu jūros lygyje. Todėl žmonių, kurie dažnai keliauja lėktuvais, gaunamos dozės galia gali siekti 3000 μSv, t. y. maždaug 10 % daugiau negu žmonių, kurie retai keliauja lėktuvais.

Žemės plutos spinduliuotė atsiranda dėl natūralios kilmės radioaktyviųjų nuklidų, kurių yra visose uolienose, taigi ir daugelyje statybinių medžiagų. Labiausiai paplitę iš šių nuklidų yra ^{238}U, ^{232}Th ir ^{40}K. Šios kilmės spinduliuotės dozė kai kuriose vietose ant Žemės paviršiaus yra daug didesnė už vidurkį. Pvz., kai kuriuose Brazilijos juodojo smėlio paplūdimiuose spinduliuotės dozės galia siekia 100 μSv / h. Tai atitinka beveik 1 Sv metinę dozę, t. y. 300 – 400 didesnę dozę, negu Jungtinėje Karalystėje (žr. 10.1 lentelę).

Vidinę organizmo apšvitą sąlygoja natūralios kilmės radioaktyviųjų nuklidų įkvėpimas su oru arba jų gavimas su maistu. Iš tų nuklidų labiausiai paplitę ^{40}K, ^{87}Rb, ^{210}Pb, ^{226}Ra ir ^{228}Ra. Maždaug 300 μSv per metus sąlygoja maistas ir gėrimai, tačiau pagrindinį indėlį (virš 1000 μSv per metus) sąlygoja radono dujų ir jų skilimo produktų įkvėpimas.

Visus nuklidus, kurie atsirado skylant Žemės plutoje esantiems ilgaamžiams radioaktyviesiems nuklidams, galima suklasifikuoti pagal skilimų grandinę, kuriai jie priklauso. Visi nuklidai, kurie priklauso vienai skilimo grandinei, sudaro vadinamąją ***radioaktyviąją šeimą***. Iš viso yra keturios radioaktyviosios šeimos. Kiekviena radioaktyvioji šeima pavadinta vieno savo nario vardu: torio ($^{232}_{90}$Th), urano ($^{238}_{92}$U), aktinio ($^{227}_{89}$Ac; šeimos pradininkas – $^{235}_{92}$U), neptūnio ($^{237}_{93}$Np) šeimos. Radioaktyviųjų šeimų skaičius yra lygus keturiems todėl, kad alfa skilimo metu branduolio masės skaičius sumažėja keturiais, o β skilimo metu masės skaičius nepasikeičia. Kadangi kiekvienoje radioaktyviojoje šeimoje vyksta tik alfa ir β skilimai, tai visų vienos radioaktyviosios šeimos narių masės skaičiai dalinasi iš keturių su vienoda liekana. Pvz., visų torio šeimos narių masės skaičius galima išreikšti pavidalu $4n$ (čia n yra sveikasis skaičius), urano šeimos narių – $4n + 2$, aktinio šeimos narių – $4n + 3$, neptūnio šeimos narių – $4n + 1$.

Anksčiau minėto dujinio radioaktyviojo elemento – radono – izotopai yra trijose iš minėtų keturių radioaktyviųjų šeimų. Torio šeimoje yra ^{220}Rn, urano šeimoje yra ^{222}Rn, o aktinio šeimoje yra ^{219}Rn. ^{222}Rn pusamžis yra didžiausias (3,8 paros); kitų dviejų izotopų pusamžiai yra mažesni negu minutė. Šios dujos difunduoja iš Žemės į atmosferą arba iš kambario sienų į jo ertmę (statybinėse medžiagose taip pat yra aukščiau minėtieji radioaktyvieji elementai), todėl jų esama atmosferos ore bei pastatuose. Ore daugiausia yra ^{222}Rn, nes tik šio radono izotopo pusamžis yra pakankamai didelis, kad jis spėtų pasklisti dideliame oro tūryje iki skilimo. ^{222}Rn sąlygoja ir kritulių radioaktyvumą. Kadangi, suskilus šioms radioaktyviosioms dujoms, susidaro daug kitų radioaktyviųjų nuklidų, tai didžiąją dalį atmosferos radioaktyvumo sąlygoja ne pats radonas, o jo skilimo produktai (radioaktyvieji švino, bismuto ir polonio izotopai). Kai sakoma „radono spinduliuotė“ arba „radono dozė“, turima omenyje ne tik paties radono, bet ir visų jo skilimo produktų spinduliuotė. Kadangi tie skilimo produktai natūraliomis sąlygomis yra kietos medžiagos, tai jų atomai nusėda ant ore esančių aerozolinių dalelių, kurios, jas įkvėpus, gali nusėsti plaučiuose ir sukelti ligą. Ankstyvosiose urano kasyklose radono ir jo produktų įkvėpimas buvo daugelio mirčių priežastis. Radono dozės priklauso nuo vietovės. Pvz., vietose, kur yra daug granito, radono koncentracija dažnai būna kelis kartus didesnė už vidutinę. Be to, radono kiekis būna padidėjęs uždarose patalpose, kuriose yra bloga ventiliacija.

10.1.2. Dirbtiniai šaltiniai

10.1 lentelėje matome, kad medicininė apšvita sąlygoja didžiąją dalį apšvitos dėl dirbtinių šaltinių. Skirtingų žmonių medicininė apšvita yra labai skirtinga: vienų žmonių apšvita yra nulinė, o kitų gali viršyti vidurkį kelis šimtus kartų. Pastaraisiais metais medicininės apšvitos dozės šiek tiek padidėjo, nes pradėta dažniau taikyti kompiuterinę rentgeno tomografiją, kuri sąlygoja didesnes apšvitas, negu įprastinių rentgeno nuotraukų darymas. Radiacinės vėžio terapijos procedūrose tam tikri pacientų audiniai gauna netgi mirtinas dozes, kad sunaikinti piktybinius auglius.

10.2. Dozės apskaičiavimas

Sugertoji dozė D_s priklauso nuo spinduliuotės intensyvumo, apšvitos trukmės ir nuo krintančiosios spinduliuotės energijos dalies f, kuri buvo sugerta švitinamajame audinyje. Kadangi sunkiųjų elektringųjų dalelių energijos nuostoliai yra grynai jonizaciniai, o jonizacija vyksta arti krintančiosios dalelės trajektorijos, tai sunkiosios elektringosios dalelės visą savo energiją praranda toje vietoje, į kurią jos krinta. Vadinasi, sunkiųjų elektringųjų dalelių $f = 1$. Elektronų energijos nuostoliai yra ne tik jonizaciniai, bet ir dėl stabdomosios elektromagnetinės spinduliuotės, kuri gali išeiti iš audinio ir būti sugerta kur nors kitur. Todėl elektronų $f < 1$. Tačiau stabdomosios spinduliuotės dalis pilnutiniuose elektronų energijos nuostoliuose tampa žymi tik tada, kai elektrono energija yra palyginti didelė (keli MeV arba didesnė). Mažesnės energijos elektronų $f \approx 1$.

Fotonų (gama arba rentgeno kvantų) energijos perdavą audiniui lemia spinduliuotės silpimo koeficientas. Jeigu fotono energija yra pakankamai didelė (arba sugeriančios medžiagos sluoksnis yra pakankamai plonas), tada fotonas gali pereiti tą sluoksnį be jokios sąveikos arba atiduoti medžiagai tik dalį savo energijos (dėl Komptono sklaidos). Todėl gama spinduliuotės $f < 1$. Kadangi biologinis audinys yra sudarytas iš lengvųjų elementų, tai vyraujantis fotonų sąveikos vyksmas yra Komptono sklaida.

10.2.1. Išoriniai radioaktyvieji šaltiniai

Jeigu apšvitą sąlygoja išorinis šaltinis, tada spinduliuotės intensyvumas priklauso nuo atstumo iki to šaltinio ir nuo radiacinės apsaugos (ekranų). Alfa ir β spinduliuotę ekranuoti yra palyginti paprasta, nes ši spinduliuotė nėra skvarbi. β šaltiniai dažniausiai saugomi aliuminio konteineriuose, siekiant sumažinti β dalelių atgalinės sklaidos tikimybę (ši tikimybė mažėja mažėjant taikinio branduolių krūviui). Gama spinduliuotės ekranavimui dažniausiai naudojamos švino plytos.

Jeigu lygiagretus vienos energijos fotonų pluoštas statmenai krinta į plokščią sluoksnį, kurio storis d, tada perėjusios spinduliuotės intensyvumas (t. y. energijos kiekis ploto vienetui per laiko vienetą) priklauso nuo d apytiksliai eksponentiniu dėsniu (7.4.9). Tačiau dabar vietoj ilginio silpimo koeficiento μ (kuris nusako *sąveikavusių su medžiaga fotonų skaičiaus* santykinės dalies didėjimą didėjant sluoksnio storiui) reikia vartoti ***energijos sugerties koeficientą*** μ_e, kuris nusako pilnutinės *medžiagoje sugertos energijos* santykinės dalies didėjimą. Energijos sugerties koeficientas μ_e apibrėžiamas analogiškai ilginiam silpimo koeficientui μ, tačiau vietoj sąveikavusių fotonų skaičiaus naudojant sugertos energijos kiekį, o vietoj krintančio fotonų skaičiaus naudojant krintančios energijos kiekį. Jeigu vienintelis sąveikos vyksmas būtų fotonų sugertis ir jeigu visa atsiradusių greitųjų elektronų kinetinė energija būtų sugeriama jų atsiradimo vietoje, tada μ_e sutaptų si μ. Tačiau, kadangi kai kurių sąveikos įvykių metu fotonas perduoda tik dalį savo energijos (Komptono sklaida), tai $\mu_e < \mu$. Kitas veiksnys, kuris papildomai sumažina μ_e, yra tas, kad greitieji elektronai, kurie atsirado dėl fotonų sąveikos su medžiaga (Komptono atatrankos elektronai ir fotoelektronai), taip pat gali prarasti tik dalį savo energijos toje medžiagoje (kita dalis gali būti išspinduliuota stabdomosios spinduliuotės pavidalu ir išeiti iš medžiagos). Todėl pilnutinė medžiagoje sugerta energija bendruoju atveju yra mažesnė už kinetinę energiją, kurią fotonai perdavė medžiagos elektronams. Pastaroji energija, apskaičiuota masės vienetui, yra vadinama ***kerma*** (šis terminas kilo iš angliškų žodžių „***k***inetic ***e***nergy ***r***eleased in ***ma***tter“ – medžiagoje išlaisvinta kinetinė energija). Dažniausiai kerma yra artima sugertajai dozei.

Taigi, išorinės gama spinduliuotės atveju koeficientą f galima apytiksliai apskaičiuoti pagal formulę

$$f = 1 - \exp(-\mu_e d)\,. \tag{10.2.1}$$

Apytikslė formulė, kuri leidžia apskaičiuoti gama arba rentgeno spinduliuotės lygiavertės dozės galią biologiniame audinyje atstumu r nuo taškinio radioaktyviojo šaltinio, kuris visomis kryptimis skleidžia A fotonų per sekundę, yra tokia:

$$\frac{\mathrm{d}D_a}{\mathrm{d}t}(\mu\mathrm{Sv\ h^{-1}}) \approx \frac{A(\mathrm{MBq}) \times E_\gamma(\mathrm{MeV})}{6 \times [r(\mathrm{m})]^2}\,; \tag{10.2.2}$$

čia E_γ yra fotono energija. Apytikslė formulė (10.2.2) galioja, kai 0,1 MeV < E_γ < 3 MeV. Tame energijos intervale energijos sugerties koeficientas biologiniame audinyje yra apytiksliai pastovus. (10.2.2) formulė išvesta remiantis prielaida, kad D_a yra vidutinė lygiavertė dozė sluoksnyje, kurio

storis 20 cm, o vidutinis energijos sugerties koeficientas yra $\mu_e = 0{,}07\ \mathrm{cm}^{-1}$. Tada pagal (10.2.1) formulę santykinė kritusios spinduliuotės energijos, kuri buvo perduota švitinamajam audiniui, dalis yra $f = 1 - \exp(-0{,}07 \cdot 20) = 0{,}753$.

Pvz., pagal (10.2.2) formulę 370 kBq aktyvumo Cs-137 šaltinio (E_γ) lygiavertės dozės galia 2 m atstumu yra maždaug 0,01 μSv h^{-1}. Tai yra nepavojinga dozės galia.

10.2.2. Vidiniai radioaktyvieji šaltiniai

Įvykus avarijai, kurios metu aplinkoje pasklido radioaktyviosios medžiagos, didžiausias pavojus yra susijęs su tuo, kad gyventojai gali kvėpuoti oru, kuriame yra radioaktyvių dulkių, arba valgyti maistą, kuris užterštas radioaktyviaisiais nuklidais. Taigi, šiuo atveju didžiausią pavojų sąlygoja ne išorinė, o vidinė organizmo apšvita.

Tarkime, duotas vidinis šaltinis, kuris tolygiai pasiskirstęs m_a masės audinyje ir kuris išspinduliuoja A dalelių per laiko vienetą. Tada tame audinyje lygiavertės dozės galia yra lygi

$$\frac{\mathrm{d}D_a}{\mathrm{d}t} = \frac{A\,E_{dal}\,f w_s}{m_a}; \qquad (10.2.3)$$

čia E_{dal} yra vienos dalelės energija, f yra spinduliuotės energijos santykinė dalis, kuri sugeriama tame audinyje (likusioji energija sugeriama už to audinio ribų), o w_s yra spinduliuotės svorinis daugiklis (žr. 9.1 lentelę). Kaip pavyzdį, apskaičiuosime dozę, kurią sąlygoja natūraliojo kalio izotopo ^{40}K skleidžiama gama spinduliuotė ($w_s = 1$). Vidutinė energija, kuri išsiskiria skylant vienam ^{40}K branduoliui, yra 0,5 MeV. Taigi, (10.2.3) formulėje $E_{dal} = 0{,}5$ MeV. Laikysime, kad visa ši energija sugeriama arti skilimo taško ($f = 1$). Be to, laikysime, kad kalis tolygiai pasiskirstęs visame žmogaus organizme. Tada, skaičiuojant viso organizmo lygiavertės dozės galią, (10.2.3) formulėje vietoj m_a reikia naudoti vidutinę žmogaus kūno masę ($m_a = 70$ kg). Dabar lieka tik nustatyti ^{40}K aktyvumą (A). Tuo tikslu pasinaudosime tuo, kad kalis sudaro maždaug 0,27 % žmogaus kūno masės. Čia turimi omenyje visi kalio izotopai (iš jų didžioji masės dalis atitinka stabiliuosius izotopus ^{39}K ir ^{41}K). ^{40}K sudaro 0,012 % visų kalio branduolių. Vadinasi, ^{40}K vidutinė masė žmogaus kūne yra $A = 70\ \mathrm{kg} \times 0{,}0027 \times 0{,}00012 = 2{,}27 \cdot 10^{-5}$ kg. Atitinkamas ^{40}K branduolių skaičius yra gaunamas, padalinus tą masę iš kalio molinės masės ($40 \cdot 10^{-3}$ kg / mol) ir padauginus iš Avogadro skaičiaus ($N_A = 6{,}03 \cdot 10^{23}\ \mathrm{mol}^{-1}$): $N_{K\text{-}40} = 3{,}4 \cdot 10^{20}$. Pilnutinis tų branduolių aktyvumas yra lygus jų skaičiaus ir ^{40}K skilimo konstantos sandaugai. Skilimo konstanta yra lygi

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}; \qquad (10.2.4)$$

čia $T_{1/2}$ yra ^{40}K skilimo pusamžis: $T_{1/2} = 1{,}25 \cdot 10^9$ metų $= 3{,}94 \cdot 10^{16}$ s. Vadinasi ^{40}K skilimo konstanta yra $\lambda = 1{,}76 \cdot 10^{-17}$ s, o vidutinis žmogaus organizme esančio ^{40}K aktyvumas yra $A = \lambda N_{K\text{-}40} = 6 \cdot 10^3$ Bq. Atitinkama lygiavertės dozės galia yra

$$\frac{\mathrm{d}D_a}{\mathrm{d}t} = \frac{6 \cdot 10^3\ (\mathrm{s}^{-1}) \times 0{,}5 \cdot 10^6 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ (\mathrm{J})}{70\ \mathrm{kg}} \approx 7 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{Sv/s} \approx 200\ \mu\mathrm{Sv/m}.$$

Matome, kad ši dozės galia yra maža lyginant su pilnutine vidutine metine doze (žr. 10.1 lentelę).

Dažniausiai vidinės apšvitos dozę yra sunkiau apskaičiuoti negu pastarajame pavyzdyje. Yra trys papildomi veiksniai, kurie apsunkina vidinės apšvitos dozės skaičiavimą:

1) Ne visa išspinduliuotoji energija yra sugeriama audinyje, kuriame vyksta spinduliavimas (t. y. $f < 1$);
2) Radioaktyviojo nuklido kiekis organizme mažėja laike. Šis mažėjimas yra sąlygotas ir paties nuklido skilimo, ir biologinių procesų organizme. Radioaktyviojo nuklido kiekio mažėjimo sparta dėl medžiagų apykaitos yra apibūdinama vadinamąja ***biologine pusėjimo trukme***: tai yra laikas, per kurį pusė duotojo nuklido branduolių pašalinama iš organizmo dėl jame vykstančių biologinių procesų. Biologinė pusėjimo trukmė gali būti daug mažesnė už skilimo pusamžį;
3) Kai kurie elementai organizme pasiskirsto netolygiai, t. y. kaupiasi tam tikrose kūno vietose (pvz., jodas kaupiasi skydliaukėje), todėl skirtingų organų sugertos dozės yra skirtingos.

10.2 lentelėje pateiktos efektinės dozės, kurios gaunamos įkvėpus arba gavus su maistu kelių paplitusių radioaktyviųjų nuklidų. Visais atvejais pilnutinis į organizmo patekusio nuklido aktyvumas yra 1 kBq.

10.2 lentelė. Efektinės dozės, kai į organizmą patekusio nuklido pilnutinis aktyvumas yra 1 kBq

Nuklidas	Jautriausias organas	Dozė įkvėpus (μSv/kBq)	Dozė prarijus (μSv/kBq)
^{90}Sr	Raudonieji kaulų smegenys, plaučiai	30	28
^{131}I	Skydliaukė	11	22
^{123}I	Skydliaukė	0,11	0,21
^{137}Cs	Visas kūnas	6,7	13

10.3. Rizikos apskaičiavimas

Jonizuojančiosios spinduliuotės neigiamas poveikis sveikatai vadinamas ***somatiniu***, jeigu paveikiamas tik tas žmogus, kuris patyrė apšvitą, ir ***paveldimu***, jeigu paveikiami to žmogaus palikuonys. Somatiniai efektai yra dviejų rūšių:

(a) Deterministiniai (neatsitiktiniai) efektai, kai egzistuoja tam tikra mažiausia (slenkstinė) apšvita, žemiau kurios nėra jokių neigiamų efektų, ir kai pažaida priklauso nuo dozės. Tokių efektų pavyzdžiai yra kraujo kūnelių pažeidimai, kataraktų atsiradimai arba vaisingumo sumažėjimas.

(b) Stochastiniai (atsitiktiniai) efektai, kai nėra minėtojo slenksčio, o pažaidos sunkumas nepriklauso nuo dozės. Dozė šiuo atveju lemia ne pažaidos sunkumą, o *tikimybę*, kad atsiras ta pažaida: kuo didesnė dozė, tuo didesnė pažaidos tikimybė. Pats svarbiausias tokio pobūdžio efektas yra susirgimas vėžiu. Manoma (nors tiksliai neįrodyta), kad tikimybė susirgti vėžiu yra tiesiog proporcinga dozei ir kad egzistuoja nenulinė tikimybė net esant labai mažoms dozėms. Tačiau, didėjant dozei, paties susirgimo vėžiu sunkumas nedidėja.

Skaičiuojant stochastinio efekto (dažniausiai – susirgimo vėžiu) tikimybę, naudojami vadinamieji rizikos koeficientai, kurie priklauso nuo kūno dalies, kurioje pasireiškia tas efektas. ***Rizikos koeficientas*** – tai skaičius, iš kurio reikia padauginti lygiavertę dozę, kad gauti duotojo efekto atsiradimo tikimybę (vadinasi, rizikos koeficiento matavimo vienetas yra atvirkštinis lygiavertės dozės matavimo vienetui). Tarptautinė radiologinės apsaugos komisija yra paskelbusi įvairių rūšių nepagydomų vėžinių susirgimų rizikos koeficientus, kurie pateikti 10.3 lentelėje. Skaičiuojant duotojo organo susirgimo tikimybę, reikia naudoti tik to organo gautą lygiavertę dozę. Vadinasi, jeigu, pvz., yra duota efektinė dozė dėl nuklido ^{131}I gavimo su maistu ir yra siekiama apskaičiuoti mirties nuo skydliaukės vėžio tikimybę, tada tą efektinę dozę reikia visų pirma padalyti iš skydliaukės svorinio daugiklio, t. y. iš 0,05 (žr. 9.2 lentelę), o paskui padauginti iš atitinkamo rizikos koeficiento, t. y. iš $8 \cdot 10^{-4}$ Sv^{-1} (žr. 10.3 lentelę). Pvz., jeigu pilnutinis ^{131}I aktyvumas, kurį žmogus gavo su maistu, yra 20 kBq, tada pagal 10.2 lentelę efektinė viso kūno dozė yra $4{,}4 \cdot 10^{-4}$ Sv, o skydliaukės lygiavertė dozė yra $8{,}8 \cdot 10^{-3}$ Sv. Todėl to žmogaus mirties dėl skydliaukės vėžio tikimybė yra $8{,}8 \cdot 10^{-3} \times 8 \cdot 10^{-4} = 7 \cdot 10^{-6}$. T. y. iš vieno milijono taip paveiktų žmonių mirtų vidutiniškai 7 žmonės.

Tarptautinė radiologinės apsaugos komisija rekomenduoja didžiausias leidžiamas dozes, kurios pateiktos 10.4 lentelėje. Yra trys dozių grupės, priklausomai nuo gyventojų grupės: žmonės, kurie nuolat susiduria su jonizuojančiąja spinduliuote savo profesinėje veikloje („radiacijos darbuotojai“), žmonės, kurie susiduria su jonizuojančiąja spinduliuote tik dalį laiko, mokymo proceso metu („praktikantai“), ir žmonės, kurių veikla nėra susijusi su apšvita („gyventojai“).

10.3 lentelė. Mirties nuo jonizuojančiosios spinduliuotės sukelto vėžio rizikos koeficientai

Audinys arba organas	Efektas	Rizikos koeficientas (Sv^{-1})
Krūtis	Vėžys	$2{,}0 \cdot 10^{-3}$
Raudonieji kaulų smegenys	Leukemija	$5{,}0 \cdot 10^{-3}$
Plaučiai	Vėžys	$8{,}5 \cdot 10^{-3}$
Skydliaukė	Vėžys	$8{,}0 \cdot 10^{-4}$
Kaulų paviršius	Vėžys	$5{,}0 \cdot 10^{-4}$
Kiti audiniai	Vėžys	$3{,}4 \cdot 10^{-2}$
Visas kūnas, visų rūšių vėžys		$5 \cdot 10^{-2}$

10.4 lentelė. TRAK rekomenduojamos didžiausios leidžiamos efektinės dozės

Audinys	Radiacijos darbuotojai	Praktikantai	Gyventojai
Visas kūnas (mSv / m.)	20	6	1
Oda (mSv vienai apšvitai)	500	150	50
Akies lęšiukas (mSv vienai apšvitai)	150	50	15
Gemalas (mSv vienam nėštumui)	1		

11. Rentgeno ir žymėtųjų atomų tomografija

11.1. Kompiuterinės tomografijos matematiniai principai

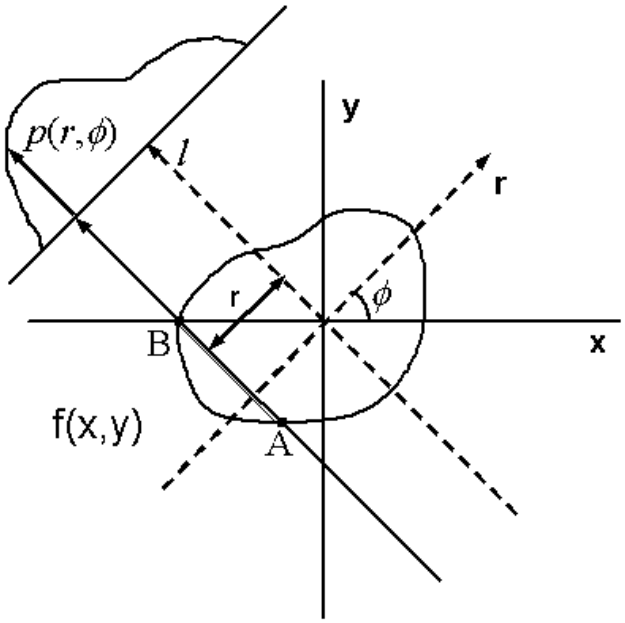
Tarkime, yra duota dviejų Dekarto koordinačių funkcija $f(x, y)$, kurios vertes skirtinguose plokštumos XY taškuose siekiama išmatuoti. Pvz., ta funkcija nusako tam tikro fizikinio dydžio pasiskirstymą plokštumoje. Tarkime, kad tiesioginis tos funkcijos verčių matavimas yra pernelyg sudėtingas arba negalimas, tačiau galima palyginti lengvai išmatuoti tos funkcijos integralus išilgai bet kurios tiesios atkarpos, kuri kerta tiriamąjį skerspjūvį (tuos integralus vadinsime ***linijiniais integralais***). Pvz., 11.1 pav. pavaizduotas plokščias objektas, kurio viduje siekiama nustatyti $f(x, y)$ vertes. Vieną iš galimų integravimo atkarpų vaizduoja linija AB. Akivaizdu, kad integravimo atkarpą AB nusako du kintamieji: radialioji koordinatė r ir posūkio (azimutinis) kampas ϕ. Todėl linijinio integralo vertė yra koordinačių r ir ϕ funkcija $p(r, \phi)$, kuri apibrėžiama šitaip:

$$p(r,\phi) = \int_{A}^{B} f(x,y)\mathrm{d}l\,; \qquad (11.1.1)$$

čia dl yra integravimo atkarpos elementas. 11.1 pav. funkcijos $p(r, \phi)$ vertes, esant pastoviai ϕ vertei, vaizduoja kreivė, kuri yra viršutiniame kairiajame kampe (kad gauti p vertes, esant kitai ϕ vertei, reikia „pasukti“ tą kreivę aplink koordinačių pradžią). Tarp pointegralinės funkcijos $f(x, y)$ ir funkcijos $p(r, \phi)$, kuri nusako (11.1.1) integralo vertes, esant visoms galimoms r ir ϕ vertėms, egzistuoja abipus vienareikšmė priklausomybė. Todėl, žinant funkciją $p(r, \phi)$, galima apskaičiuoti ir funkciją $f(x, y)$. Jeigu funkcija $p(r, \phi)$ būtų žinoma absoliučiai tiksliai (pvz., jeigu ji būtų išreikšta formulės pavidalu), tada būtų galima tiksliai apskaičiuoti ir nežinomąją funkciją $f(x, y)$. Praktikoje taip niekada nebūna, nes:

1) linijinių integralų skaičius, kurį galima išmatuoti, yra baigtinis, nes galima išbandyti tik baigtinį koordinačių porų (r, ϕ) skaičių;
2) visada egzistuoja atsitiktinės matavimų paklaidos („triukšmas“), dėl kurių išmatuotos vertės šiek tiek skiriasi nuo tiksliųjų verčių.

Egzistuoja sudėtingi skaitiniai algoritmai, kurie leidžia minimizuoti abiejų šių veiksnių įtaką skaičiavimo rezultatams. Todėl funkcijos $f(x, y)$ matavimas pagal linijinių integralų rinkinį atliekamas naudojant galingus kompiuterius. Šis dvimačių pasiskirstymų matavimo metodas vadinamas ***kompiuterine tomografija***. Aišku, kad tokių matavimų tikslumas didėja didėjant išmatuotų linijinių integralų skaičiui (t. y. integravimo atkarpų tankiui). Išmatavus tokius dvimačius pasiskirstymas daugelyje lygiagrečių plokštumų (t. y. skirtinguose lygiagrečiuose bandinio skerspjūviuose), galima nustatyti trimatį tiriamojo dydžio pasiskirstymą bandinyje.



11.1 pav. Integravimo liniją AB apibrėžia du kintamieji: radialioji koordinatė r ir posūkio (azimutinis) kampas ϕ

Praktikoje kompiuterinės tomografijos taikymai yra įvairūs, nes matuojamasis dydis, kurį anksčiau žymėjome $f(x, y)$ gali turėti įvairią prasmę. Pvz., medicinoje kompiuterinė tomografija dažnai taikoma tiriant tam tikrų medžiagų koncentracijos pasiskirstymą paciento organizme. Taigi, šiuo atveju $f(x, y)$ reiškia tam tikros rūšies atomų koncentraciją tam tikrame paciento organizmo skerspjūvyje. Skirtingas koncentracijos vertes yra įprasta vizualizuoti. Tokiu būdu gaunamos juodai baltos arba spalvotos nuotraukos, kuriose skirtingi atspalviai atitinka skirtingas tų atomų koncentracijas.

Minėtųjų linijinių integralų matavimo metodai taip pat yra įvairūs, priklausomai nuo taikymo. Pagrindiniai kompiuterinės tomografijos taikymai, kuriuose yra naudojama jonizuojančioji spinduliuotė, yra trumpai apžvelgti kituose trijuose skirsniuose.

11.2. Kompiuterinė rentgeno tomografija

Žinome, kad rentgeno spinduliuotės intensyvumas medžiagoje mažėja eksponentiniu dėsniu:

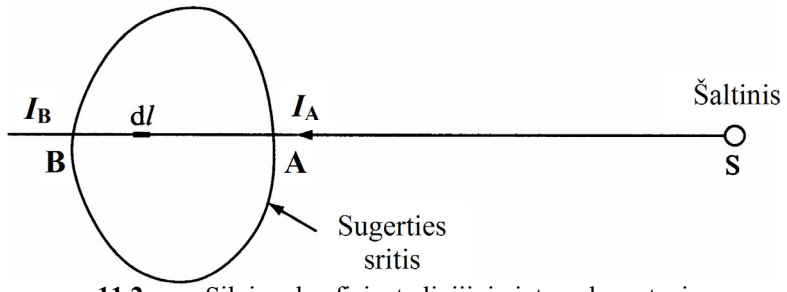
$$I(l) = I_0 \exp(-\mu l)\,; \tag{11.2.1}$$

čia l yra atstumas, kurį medžiagoje nuėjo rentgeno spinduliai, μ yra silpimo koeficientas, o I_0 yra pradinis intensyvumas. Ši lygtis galioja tik tada, kai μ yra konstanta. Tačiau rentgeno spindulių silpimo koeficientas skirtinguose biologiniuose audiniuose yra skirtingas. Jeigu μ kinta išilgai spinduliuotės sklidimo krypties, tada (11.2.1) lygtį reikia apibendrinti:

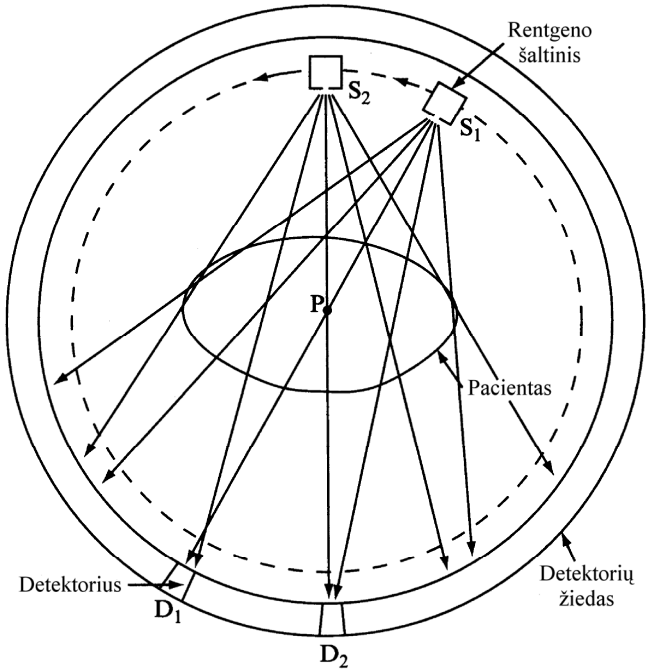
$$I_{\mathrm{B}} = I_{\mathrm{A}} \exp\left(-\int_{\mathrm{A}}^{\mathrm{B}} \mu \mathrm{d}l\right); \tag{11.2.2}$$

čia A ir B yra atitinkamai spindulių kritimo ir išėjimo taškai (žr. 11.2 pav.), o I_{A} ir I_{B} yra spinduliuotės intensyvumai tuose taškuose. Iš (11.2.2) išplaukia, kad pradinio ir galutinio intensyvumų logaritmų santykis yra lygus silpimo koeficiento linijiniam integralui išilgai spinduliuotės sklidimo linijos:

$$\ln\left(\frac{I_{\mathrm{A}}}{I_{\mathrm{B}}}\right) = \int_{\mathrm{A}}^{\mathrm{B}} \mu \mathrm{d}l\,. \tag{11.2.3}$$



11.2 pav. Silpimo koeficiento linijinio integralo matavimas



11.3 pav. Kompiuterinės rentgeno tomografijos įrenginio schema

Vadinasi, išmatavus rentgeno spinduliuotės pradinio ir galutinio intensyvumų santykius įvairiomis kryptimis, kurios kerta tiriamąjį paciento skerspjūvį, ir taikant anksčiau išdėstytą kompiuterinės tomografijos principą, galima nustatyti silpimo koeficiento dvimatį pasiskirstymą tame skerspjūvyje. Šis pasiskirstymas suteikia informacijos apie vidinių audinių savybes, nes didelio tankio audiniai (pvz., kaulai) stipriai sugeria rentgeno spinduliuotę (t. y. jų μ yra didelis), o mažo tankio (minkštųjų) audinių μ yra mažas.

Tipiškame šiuolaikiniame kompiuterinės tomografijos skeneryje pacientą supa keli šimtai detektorių ir vienas rentgeno spindulių šaltinis, kurie išdėstyti žiedu (žr. 11.3 pav.). Rentgeno spindulių šaltinis skleidžia spindulius „vėduokle“ to žiedo plokštumoje. Todėl tie spinduliai pataiko į daug detektorių ir, esant fiksuotai šaltinio padėčiai, išmatuojama tiek linijinių integralų (11.2.3), kiek yra detektorių. Pasukus šaltinį tam tikru kampu, išmatuojama dar tiek pat linijinių integralų (žr. 11.3 pav.) ir t. t. Tokiu būdu galima išmatuoti kiek norima didelį linijinių integralų skaičių. Paskui, taikant tomografinės analizės principus, pagal tų integralų vertes nustatomas (ir vizualizuojamas) silpimo koeficiento μ pasiskirstymas tiriamajame skerspjūvyje (t. y. funkcija $\mu(x, y)$). Paskui pacientas šiek tiek paslenkamas išilgai minėtojo žiedo sukimosi ašies (t. y. z kryptimi) ir visas procesas pakartojamas. Tokiu būdu gaunamas trimatis paciento vidinių organų vaizdas.

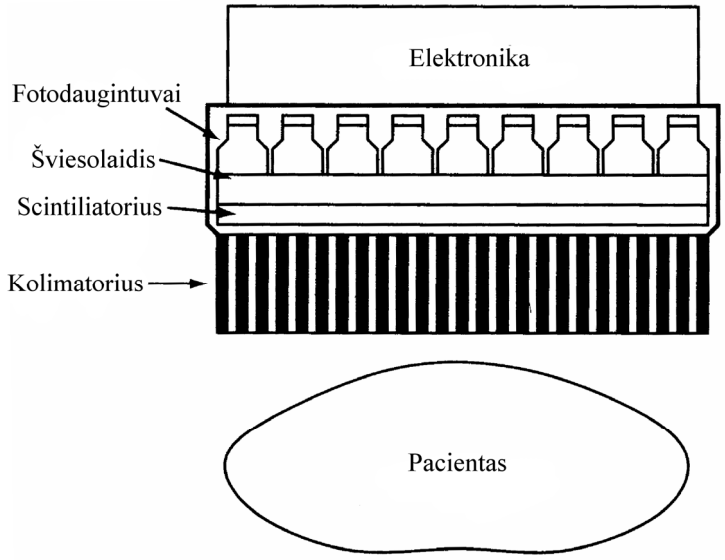
11.3. Žymėtųjų atomų metodas. Vieno fotono emisijos kompiuterinė tomografija

Kompiuterinė tomografija taip pat taikoma matuojant paciento organizmo viduje esančių radioaktyviųjų nuklidų pasiskirstymą. Dažniausiai naudojami dirbtiniai nuklidai, kurie patenka į paciento kūną su maistu arba įkvepiant, o paskui pasiskirsto po visą organizmą vykstant biologiniams procesams. Radioaktyviųjų nuklidų koncentracija matuojama naudojantis tuo, kad radioaktyviosios medžiagos tūrio elemento aktyvumas (skilimų skaičius per sekundę) yra proporcingas jos branduolių skaičiui tame tūrio elemente. Vadinasi, norint nustatyti radioaktyviųjų branduolių skaičių duotajame tūrio elemente, pakanka nustatyti to tūrio elemento aktyvumą, t. y. reikia skaičiuoti daleles, kurios išlekia iš branduolių jiems skylant. Nuklido kaupimasis kurioje nors organizmo vietoje gali reikšti, kad ten yra sutrikusi organizmo funkcija, kuri apsaugo vidinius organus nuo pašalinių medžiagų kaupimosi juose (pvz., taip būna piktybiniuose augliuose). Šis medicininės diagnostikos metodas vadinamas ***žymėtųjų atomų metodu***.

Kadangi spinduliuojamos dalelės prieš patekdamos į detektorių nueina tam tikrą kelią paciento organizmo audiniuose, tai tų dalelių sugertis biologiniuose audiniuose turi būti kuo silpnesnė. Priešingu atveju suskaičiuotų dalelių skaičius priklausytų ne vien nuo nuklido koncentracijos, bet ir nuo aplinkinių audinių silpimo koeficiento, kuris priklauso nuo konkretaus audinio. Taigi, kitaip, negu anksčiau aprašytos rentgeno tomografijos atveju, šiuo atveju silpimo koeficiento priklausomybė nuo koordinatės yra trukdymas, o ne naudingos informacijos šaltinis. Todėl šiam metodui labiausiai tinka nuklidai, kurie skleidžia gama spinduliuotę (gama spinduliuotės silpimo koeficientas biologiniuose audiniuose yra palyginti mažas). Didėjant fotonų energijai, silpimo koeficientas mažėja, tačiau mažėja ir detektoriaus efektyvumas. Optimali fotono energijos vertė yra kelių šimtų keV eilės.

Be to, yra ir reikalavimų nuklido skilimo pusamžiui. Kadangi gama spinduliuotė yra kenksminga, tas pusamžis neturi būti pernelyg didelis (kad radioaktyviosios medžiagos buvimo paciento organizme trukmė būtų kuo mažesnė), tačiau jis ir neturi būti pernelyg mažas, kad per laiką nuo nuklido pagaminimo iki jo patekimo į paciento organizmą suskiltų kuo mažesnė dalis branduolių. Medicinoje dažniausiai naudojami nuklidai yra metastabilusis nuklidas ^{99m}Tc (140 keV, 6h), ^{131}I (364 keV, 8 d.) ir ^{123}I (159 keV, 13 h).

Išsiaiškinsime, kaip žymėtųjų atomų metodas taikomas matuojant trimatį nuklidų pasiskirstymą paciento organizme. Norint pritaikyti kompiuterinės tomografijos principą, kuris aprašytas 11.1 skirsnyje, reikia turėti būdą išmatuoti nuklidų koncentracijos linijinius integralus išilgai įvairių atkarpų. Koncentracijos linijinis integralas yra proporcingas pilnutiniam radioaktyviųjų branduolių skaičiui siaurame cilindro formos tūrio elemente („vamzdelyje“), kuris gaubia integravimo atkarpą, o šis skaičius savo ruožtu proporcingas to tūrio elemento aktyvumui. Vadinasi, reikia išmatuoti pilnutinį radioaktyviųjų atomų aktyvumą įvairiuose siauruose „vamzdeliuose“, kurie priklauso tiriamajam sluoksniui (11.1 pav. vieną tokį cilindrą atitinka atkarpa AB). Norint, kad detektorius detektuotų tik iš to cilindro išlėkusius fotonus, reikia, kad prieš detektorių būtų siauras kanalas, kuris orientuotas išilgai to cilindro (siauro fotonų pluošto formavimas vadinamas ***kolimavimu***, o minėtasis kanalas, kuris talpinamas prieš detektorių, vadinamas ***kolimatoriumi***).



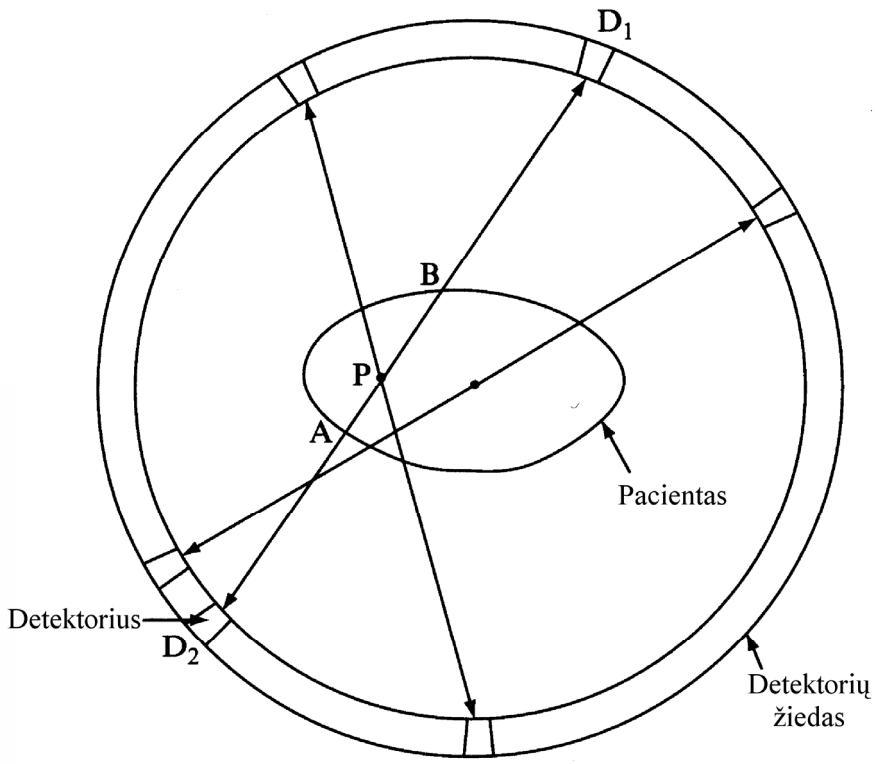
11.4 pav. Gama kameros schema

Siekiant vienu metu išmatuoti daug linijinių integralų, reikia naudoti daug tokių detektorių, t. y. vadinamąją „gama kamerą“, kurios schema pateikta 11.4 pav. Ši gama kamera sukama aplink pacientą ir tokiu būdu gaunamas pakankamai didelis linijinių integralų skaičius, kad būtų galima atlikti kompiuterinę tomografinę analizę. Todėl tokia kompiuterinė tomografija vadinama ***vieno fotono emisijos kompiuterine tomografija*** (VFEKT), siekiant pabrėžti, kad vienas detektuotas fotonas atitinka vieną užregistruotą branduolio skilimą (kitame skirsnyje bus aprašytas tomografinis metodas, kuris remiasi fotonų *porų* vienalaikiu detektavimu).

Pagrindinis tokios kompiuterinės tomografijos trūkumas yra tas, kad dėl fotonų pluošto kolimavimo yra detektuojama tik labai maža dalis išspinduliuotų fotonų (juk iš kiekvieno „vamzdelio“ fotonai išlekia visomis kryptimis, o ne tik išilgai jo ašies). Kitaip sakant, naudojamų detektorių absoliutusis efektyvumas yra labai mažas. Šio trūkumo neturi pozitrono emisijos kompiuterinė tomografija, kuri aprašyta kitame skirsnyje.

11.4. Pozitrono emisijos kompiuterinė tomografija

Pozitrono emisijos kompiuterinės tomografijos (PEKT), kaip ir VFEKT, tikslas yra radioaktyviojo nuklido trimačio pasiskirstymo paciento kūne matavimas. Tačiau šiuo atveju naudojami nuklidai, kuriems skylant spinduliuojami pozitronai. Pozitronas – tai elektrono antidalelė (pozitrono masė ir sukinys yra tokie patys, kaip elektrono, tačiau elektros krūvis yra priešingas). Pozitronas, nuėjęs kelis milimetrus nuo savo atsiradimo vietos, sulėtėja ir anihiliuoja su aplinkinės medžiagos elektronu. Šios anihiliacijos metu pozitronas ir elektronas išnyksta, o visa jų rimties energija išspinduliuojama dviejų fotonų pavidalu. Kiekvieno iš tų fotonų energija yra lygi elektrono rimties energijai, t. y. 512 keV. Tie fotonai išlekia priešingomis kryptimis. Šiuo atveju yra naudojama daug detektorių, kurie išdėstyti aplink tiriamojo sluoksnio perimetrą (žr. 11.5 pav.). Jeigu du detektoriai vienu metu (praktiškai – per ~1 ns eilės laiką) detektuoja du minėtos energijos fotonus, tai reiškia, kad tie du fotonai yra anihiliaciniai fotonai, atsiradę anihiliuojant vienam pozitronui (nes tikimybė, kad per ~1 ns eilės laiką į du detektorius pataikys du nesusiję fotonai, yra labai maža). Kadangi anihiliaciniai fotonai išlekia priešingomis kryptimis, tai tuos du detektorius jungiančios linijos sankirta su paciento kūnu nusakys atkarpą, kurioje įvyko skilimas. Naudojant praeito skirsnio terminologiją, ta atkarpa nusako cilindro formos tūrio elementą („vamzdelį“), iš kurio „surenkami“ anihiliaciniai fotonai. Taigi, šiuo atveju to „vamzdelio“ kryptis nėra užduota dirbtinai (naudojant kolimatorių), o užduodama dinamiškai (priklausomai nuo fotonų išlėkimo krypties). Taikant PEKT, yra registruojami tik tokie „poriniai“ signalai, kai du detektoriai vienu metu generuoja impulsus. Todėl registruojami visi fotonai, kurių trajektorijos priklauso tiriamojo pjūvio plokštumai, ir nereikia kolimuoti detektorių. Pastarasis faktas sąlygoja pagrindinį PEKT privalumą lyginant su VFEKT – daug didesnį absoliutųjį efektyvumą. Todėl matavimų trukmė yra daug mažesnė, negu VFEKT, ir yra reikalingos daug mažesnės nuklidų koncentracijos paciento kūne. Be to, naudojant PEKT, nereikia sukti detektorių apie pacientą.



11.5 pav. Pozitrono emisijos kompiuterinės tomografijos įranga

Nuklidai, kurie dažniausiai naudojami PEKT tyrimams, yra ^{11}C (20,4 min), ^{13}N (10,0 min), ^{15}O (2,0 min) ir ^{18}F (109,8 min). Jie visi gaminami naudojant branduolines reakcijas, kurias sukelia aukštos energijos protonai bei deutonai. Protonų bei deutonų greitinimui naudojami maži specializuoti ciklotronai.

Literatūra

1. Blatt J. M., Weisskopf V. F. Theoretical Nuclear Physics. New York: Dover Publications, Inc., 1991. 864 p.
2. Gylys J. Branduolinės inžinerijos įvadas. Kaunas: Technologija, 1997. 293 p.
3. Krane K. S. Introductory Nuclear Physics. New York: John Wiley & Sons, 1988. 845 p.
4. Lilley J. Nuclear Physics: Principles and Applications. New York: John Wiley & Sons, 2001. 393 p.
5. Palenskis V., Valiukėnas V., Žalkauskas V., Žilinskas P. J. Fizikos terminų žodynas. Vilnius: Mokslo ir enciklopedijų leidybos institutas, 2007. 1632 p.
6. Poškus A. Atomo fizika ir branduolio fizikos eksperimentiniai metodai. Vadovėlis. Vilnius: Vilniaus universiteto leidykla, 2008. 544 p.

Interneto tinklalapiai[1]:

7. HyperPhysics. <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/HFrame.html>
8. National Nuclear Data Center. <http://www.nndc.bnl.gov/>
9. NIST Physical Reference Data. <http://physics.nist.gov/PhysRefData/>
10. XCOM [Photon cross sections and attenuation coefficients]. <http://atom.kaeri.re.kr/cgi-bin/w3xcom>
11. Table Of Gamma Rays. <http://atom.kaeri.re.kr/gamrays.html>
12. X-Ray Emission Lines. <http://xray.uu.se/hypertext/XREmission.html>
13. Stopping-Power and Range Tables: Electrons, Protons, Helium Ions [Berger M. J., Coursey J. S., Zucker M. A. and Chang J. ESTAR, PSTAR, and ASTAR: Computer Programs for Calculating Stopping-Power and Range Tables for Electrons, Protons, and Helium Ions (2005)]. <http://physics.nist.gov/PhysRefData/Star/Text/>
14. The 1995 Update to the Atomic Mass Evaluation. <http://amdc.in2p3.fr/web/mass95.html>
15. Quantum Physics 130. <http://quantummechanics.ucsd.edu/ph130a/130_notes/130_notes.html>
16. James Ziegler – SRIM & TRIM [Particle Interactions With Matter]. <http://www.srim.org/>

[1] Čia pateiktos tinklalapių antraštės kartu su adresu. Jeigu tinklalapio antraštė yra nepakankamai informatyvi arba jeigu tinklalapyje paaiškinta, kaip turi atrodyti nuoroda į tą tinklalapį, tada po antraštės laužtiniuose skliaustuose yra paantraštė.