4. MECHANIKA

4.1. Kūnų inertiškumas. Masė, svoris ir sunkis

- Kūnų inertiškumas. Kūno masė. Medžiagos tankis.
- Visuotinis traukos dėsnis. Kūno svoris ir sunkis.
- Archimedo dėsnis.
- Svarstyklių sandara. Lygiapečių svarstyklių jautris.
- Svarstyklių tipai.
- Tikslaus svėrimo taisyklės.

4.1.1. Kūnų inertiškumas. Kūno masė, svoris ir sunkis

Pirmasis Niutono dėsnis teigia: kiekvienas kūnas išlaiko rimties arba tolygaus tiesiaeigio judėjimo būseną tol, kol kitų kūnų poveikis jo nepriverčia tą būseną pakeisti. Vadinasi, išjudinto kūno judėjimui palaikyti išorinė jėga nereikalinga. Ši kūnų savybė vadinama *inertiškumu*, o pirmasis Niutono dėsnis dar vadinamas *inercijos dėsniu*.

Inertiškumas pasireiškia kūnui priešinantis išorinei jėgai, kuri verčia pakeisti jo judėjimo būseną. Kūno greičio pokytį nusakantis dydis, kūno pagreitis, lygus $\boldsymbol{a}$, pagal *antrąjį Niutono dėsnį* yra tiesiog proporcingas kūną veikiančiai jėgai $\boldsymbol{F}$ ir atvirkščiai proporcingas to kūno masei m:

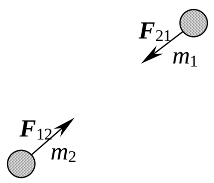
$$\boldsymbol{a} = \frac{\boldsymbol{F}}{m}. \tag{4.1.1}$$

Bandymai rodo, kad, kuo didesnė jėga veikia kūną, tuo didesnį pagreitį jis įgyja. Kita vertus, jei vienodos jėgos veikia skirtingus kūnus, jų įgytieji pagreičiai yra skirtingi, nes skirtingas kūnų inertiškumas. Kūnų inertiškumą kiekybiškai nusakantį fizikinį dydį apibrėžė I. Niutonas (*I. Newton*) ir pavadino jį *mase*. Taigi masė yra kūnų inertiškumo slenkamajame judėjime matas. Ji apibrėžiama kaip kūną sudarančios medžiagos kiekis. Kūnų inertiškumą nusakančią masę vadiname *inercine mase*. Tačiau su mase susijusi dar kita pagrindinė materialiojo kūno savybė – *gravitacija*.

Pagal *Niutono gravitacijos* (*visuotinės traukos*) dėsnį bet kokie du kūnai traukia vienas kitą jėga, tiesiog proporcinga jų masėms m_1, m_2 ir atvirkščiai proporcinga atstumo r tarp jų kvadratui (4.1.1 pav.) . Šios jėgos modulis užrašomas taip:

$$F_{12} = F_{21} = F = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}; \tag{4.1.2}$$

čia γ – gravitacijos konstanta.



4.1.1 pav. Dviejų kūnų gravitacinė sąveika

Ši formulė galioja tada, kai kūnų matmenys yra maži, palyginti su atstumu tarp jų (tuomet kūnai laikomi materialiaisiais taškais). Todėl traukos jėgos tarp kūnų laboratorinėmis sąlygomis mes nepastebime, nes ji yra labai maža, palyginti su kūnų sunkiu.

Kaip matyti, kūno masė yra ir gravitacijos matas. Ši masė vadinama *gravitacine, arba svariąja, mase*. Kaip parodė bandymai, kūno inercinė masė lygi jo gravitacinei masei, todėl, žinant kūno inertiškumą, galima numatyti jo svarumą, ir atvirkščiai.

Su kūno svarumu susijusi ne tik masė, bet ir jo svoris. *Kūno svoris* – tai jėga, kuria kūnas dėl Žemės traukos veikia pakabą ar atramą. Kūno svorį galima matuoti dinamometru arba nustatyti svarstyklėmis, lyginant jį su svarelio svoriu. Tačiau kūno svoris priklauso ne vien tik nuo Žemės traukos tam kūnui, bet ir nuo pakabos ar atramos judėjimo pagreičio. Jei pakabos ar atramos pagreitis nukreiptas žemyn, kūno svoris mažėja, o jei aukštyn – didėja. Taip paaiškinama nesvarumo būsena, kai pakabos ar atramos pagreitis nukreiptas žemyn ir lygus laisvojo kritimo pagreičiui.

Sunkio jėga (*sunkis*) – tai jėga, kuria Žemė veikia nagrinėjamąjį kūną. Kadangi dėl Žemės traukos kūnas įgyja laisvojo kritimo pagreitį g, tai sunkio jėga F_g skaitine verte lygi kūno masės ir laisvojo kritimo pagreičio g tam tikroje vietoje sandaugai:

$$\boldsymbol{F}_g = m\boldsymbol{g}. \qquad (4.1.3)$$

Kūnus, esančius Žemės paviršiuje, veikia traukos (gravitacijos) jėga, nukreipta Žemės centro link ir atvirkščiai proporcinga atstumo nuo kūno iki Žemės centro kvadratui. Kadangi Žemė sukasi, kūnus taip pat veikia išcentrinė jėga, statmena Žemės sukimosi ašiai ir nukreipta nuo sukimosi ašies. Ši jėga priklauso nuo Žemės paviršiaus vietos, kurioje yra kūnas, geografinės platumos ir lygi nuliui ašigaliuose, o didžiausia (sudaro 0,3 % sunkio jėgos) – pusiaujyje. Gravitacijos jėga taip pat priklauso nuo platumos, nes Žemė nėra tikslios rutulio formos (ji suplota ašigaliuose). Dėl to pusiaujyje traukos jėga 0,2 % mažesnė kaip ašigaliuose. Taigi Žemės ašigaliuose sunkio jėga ir laisvojo kritimo pagreitis yra 0,5 % didesnis negu pusiaujyje. Sunkio jėga ir laisvojo kritimo pagreitis dar priklauso nuo aukščio virš Žemės paviršiaus, nes, tolstant nuo jos sukimosi ašies, išcentrinė jėga didėja. Kylant aukštyn, sunkio jėga ir laisvojo kritimo pagreitis mažėja.

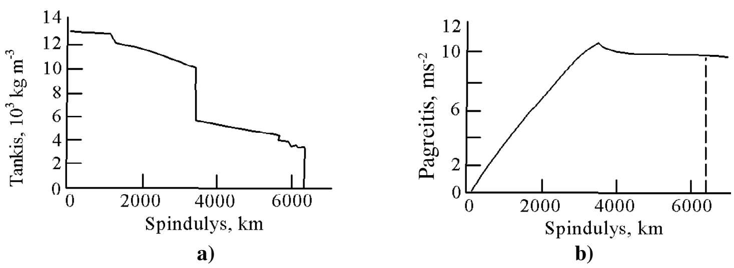
Lyginant svorio ir sunkio jėgas, pirmiausia pasakytina, kad šios jėgos veikia skirtingus kūnus: svorio jėga – pakabą arba atramą, o sunkio – nagrinėjamąjį kūną. Be to, sunkio jėga tam tikroje vietoje yra pastovus dydis, o kūno svoris, kaip jau minėta, priklauso nuo pakabos ar atramos judėjimo pagreičio. Skaitine verte kūno svorio ir sunkio jėgos lygios tada, kai to kūno pakabos ar atramos taškas juda tiesiai pastoviu greičiu arba yra rimties būsenos.

Norint labai tiksliai nustatyti kurio nors kūno sunkio jėgą, reikia ją matuoti beorėje erdvėje, nes ore kiekvienas kūnas palengvėja. Pagal *Archimedo dėsnį* kiekvieną kūną, panardintą į skystį ar dujas, vertikaliai aukštyn veikia keliamoji jėga, lygi išstumto skysčio ar dujų sunkiui. Išstumto skysčio arba dujų tūrį pažymėjus V, jo tankį – ρ, *Archimedo jėgos* modulį galima užrašyti taip:

$$F_{\mathrm{A}} = \rho V g. \qquad (4.1.4)$$

Tankis yra fizikinis dydis, apibūdinantis kūno masės pasiskirstymą. *Tūrinis tankis* savo skaitine verte lygus medžiagos tūrio vieneto masei:

$$\rho = m/V. \qquad (4.1.5)$$



4.1.2 pav. Žemės tankio (a) ir laisvojo kritimo pagreičio (b) priklausomybės nuo Žemės spindulio

Jis matuojamas kilogramais kubiniam metrui (kg/m^3). Iš pateikto 4.1.2 paveiksle pavyzdžio matyti, kaip keičiasi Žemės tankis (a) ir laisvojo kritimo pagreitis (b) tolstant nuo Žemės centro.

4.1.2. Svarstyklės ir jų tipai

Kūno svėrimas – tai kūno masės nustatymas svarstyklėmis. Plačiąja prasme svarstyklės gali būti įvairių tipų, kadangi ir kūnai, kurių masę norima žinoti, yra nuo mažiausių elementariųjų dalelių iki planetų ar žvaigždžių. Visos svarstyklės, kad ir kokios konstrukcijos ar tipo būtų, tiesiogiai dažniausiai nustato ne kūno masę, o to kūno sunkio jėgą, arba sukamąjį momentą. Iš šių dydžių apskaičiuojama kūno masė, arba svarstyklės iš anksto yra sugraduojamos masės vienetais.

Šiuolaikiškų svarstyklių veikimas paremtas ne sveriamo kūno svorio palyginimu su svarelių svoriu, bet su kitomis veikiančiomis jėgomis, pavyzdžiui, dažniausiai elastinių kūnų deformacijos jėgomis. Šiuo principu veikia spyruoklinės svarstyklės. Jos yra iš anksto sugraduojamos.

Spyruoklinių svarstyklių veikimo principas paremtas Huko dėsniu (žr. 5.6 skyrių). Šiuo atveju svarstyklių jautrusis elementas yra spyruoklė, kuri deformuojasi veikiama sveriamo kūno, o kūno sunkio jėgą atsveria ištemptos (arba suspaustos ar susuktos) spyruoklės tamprumo jėga: $F = kx$; čia x – spyruoklės deformacija, k – spyruoklės standumas. Paprasčiausios spyruoklinės svarstyklės – dinamometras. Duomenys nuskaitomi skalėje, kurioje juda rodyklė, sujungta su spyruokle. Nuėmus sveriamą kūną nuo svarstyklių, rodyklė grįžta į nulinę padėtį, t. y. paveikus riboto didumo jėga spyruoklėje neatsiranda liekamosios deformacijos. Spyruoklinėmis svarstyklėmis matuojama ne kūno masė, bet svoris. Tačiau daugeliu atvejų spyruoklinių svarstyklių skalė graduojama masės vienetais. Kadangi laisvojo kritimo pagreitis priklauso nuo geografinės platumos ir aukščio virš jūros lygio, tai spyruoklinių svarstyklių rodmenys priklauso nuo jų buvimo vietos. Be to, spyruoklės tamprumo savybės priklauso nuo temperatūros ir keičiasi laikui bėgant. Visa tai mažina svarstyklių tikslumą.

Mikrosvarstyklėse, kurios yra daug jautresnės už spyruoklines, vienas kvarcinio siūlo galas įtvirtinamas, o prie kito kabinamas sveriamas kūnas. Kūno sunkis nustatomas iš siūlo išlinkimo, matuojamo mikroskopu.

Svarbiausia visų tipų svarstyklių charakteristika – didžiausia leistina *ribinė apkrova*, t. y. tokia apkrova, kurią gali atlaikyti svarstyklės, nesikeičiant jų metrologinėms charakteristikoms.

Pagal ribinės apkrovos dydį svarstyklės skirstomos į stacionariąsias (iki šimtų tonų), kilnojamąsias (nuo 50 kg iki 6 t) ir stalines (iki 50 kg). Moksliniais tikslais dažniausiai naudojamos laboratorinės svarstyklės iki 50 kg ribinės apkrovos, o mažoms masėms nustatyti – vadinamosios *analizinės* *svarstyklės* (1–500 g ribinės apkrovos) ir *mikroanalizinės* (<0,1 mg). Stacionariosios ir kilnojamosios svarstyklės yra nelygiapetės – veikia sverto principu. Pagal svirties pečių ilgių santykį jos vadinamos dešimtainėmis (svarelio masė sulyginama su dešimt kartų didesne mase) ir šimtainėmis. Laboratorinės svarstyklės (iki 10 kg ribinės apkrovos) beveik visada daromos lygiapetės.

Svarstyklėms apibūdinti vartojamos ir kitos charakteristikos: leistina paklaida, leistina rodmenų variacija, jautris, padalos vertė, rodmenų nuskaitymo tikslumas, veikos (nusistovėjimo) trukmė.

Svarstyklės turi būti:

1) tikslios – antrąkart sveriamą krovinį turi atsverti ta pati svarelių masė, lygiai taip pat ir perkėlus krovinį iš vienos lėkštelės į kitą;
2) jautrios – jautris (apie jį skaitykite 4.1.3 skyrelyje) turi būti kiek galima didesnis ir pastovesnis, t. y. neturi labai priklausyti nuo krovinio masės;
3) pastovios – svarstyklių pusiausvyra turi būti pastovi ir svyravimo apie ją periodas nelabai ilgas.

Svarstyklės yra tikslios, kai jų svirties pečių ilgiai yra lygūs ir lėkštelių prizmių briaunos lygiagrečios su svirties prizmės briauna. Priešingu atveju tikrieji svarstyklių svirties pečių ilgiai priklausytų nuo krovinio lėkštelėje vietos.

Ribinė svarstyklių apkrova paprastai būna pažymėta ant pačių svarstyklių ir sveriant reikia jos neviršyti.

4.1.3. Svarstyklių jautris

Viena iš svarbiausių svarstyklių charakteristikų yra jų jautris. *Svarstyklių jautriu* vadinamas svarstyklių svirties pasvirimo kampo tangento santykis su pridėto krovinio mase. Jei β yra kampas, kuriuo pasvyra svarstyklių svirties pečiai, kai į vieną iš pusiausvirų lėkštelių padedamas papildomas masės m krovinėlis (perkrova), tai svarstyklių jautris k

$$k = \frac{\mathrm{tg}\beta}{m} \tag{4.1.6}$$

Svarstyklių svirties pasvirimo kampas priklauso nuo perkrovos masės m, svirties peties ilgio l, svirties masės centro nuotolio d iki atramos taško O, svirties svorio Qg (Q – svirties masė). Taškas N yra svirties masės centras.

Sveriant svirtinėmis svarstyklėmis, kūno prie peties b (masė M) sunkio Mg jėgos momentas turi atsverti svarelių (masė P), prikabintų prie kito peties c, sunkio jėgos Pg momentą (4.1.3 pav., a). Kai svirtis horizontali, pusiausvyros sąlygą galima užrašyti taip:

$$Mgb = Pgc, \quad \text{arba} \quad M = Pc/b,$$

t. y. kūno masė yra didesnė už svarelių masę c/b karto.

Šis teiginys teisingas sveriant nelygiapetėmis svarstyklėmis. Sveriant lygiapetėmis svarstyklėmis, $b = c$ ir kūno masė lygi svarelių masei: $M = P$.

Svirtis pusiausvyros padėtyje nebūtinai yra horizontali, ji gali būti ir pasvirusi (4.1.3 pav., b), pavyzdžiui, sveriant analizinėmis svarstyklėmis.

Pusiausvyroje veikiančių jėgų momentai turi būti lygūs. Taigi ir horizontaliojoje, ir pasvirusioje padėtyse (4.1.3 pav.) gaunamos tokios sunkio jėgų momentų lygybės:

$$Mgb = Pgc, \qquad (4.1.7)$$

$$(M + m)gb\cos\beta = Pgc\cos\beta + Qgd\sin\beta\,. \qquad (4.1.8)$$

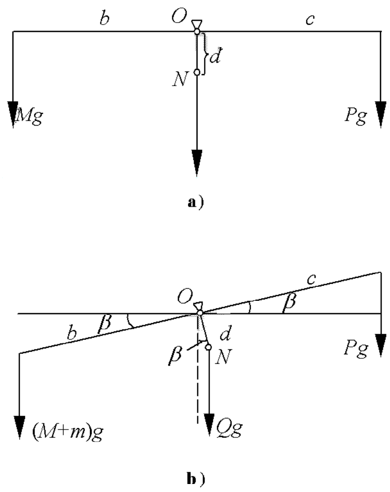
Padalijus (4.1.7) lygtį iš g, o (4.1.8) – iš $g\cos\beta$, gaunama:

$$Mb = Pc, \qquad (4.1.7a)$$

$$(M + m)b = Pc + Qd\,\mathrm{tg}\beta, \qquad (4.1.8a)$$

iš čia

$$M + m = P\frac{c}{b} + Q\frac{d}{b}\mathrm{tg}\beta.$$



4.1.3 pav. Schema svarstyklių jautriui nustatyti

Lygiapečių svarstyklių $b = c = l$, todėl ši lygybė gali būti perrašyta taip:

$$M + m = P + Q\frac{d}{l}\mathrm{tg}\beta. \qquad (4.1.9)$$

Šios lygybės dešiniosios pusės antrasis narys parodo, kokios masės svareliai neatsvėrė. Iš (4.1.8a) lygybės atėmus (4.1.7a), gaunama

$$ml = Qd\,\mathrm{tg}\beta\,.$$

Taigi svarstyklių jautrį apibrėžia santykis

$$k = \frac{\mathrm{tg}\beta}{m} = \frac{l}{Qd}. \qquad (4.1.10)$$

Sveriant jautriomis svarstyklėmis, svirties pasvirimo kampas paprastai yra mažas, todėl tg $\beta \approx \beta$ ir tada galima užrašyti:

$$\frac{\beta}{m} = \frac{l}{Qd}. \qquad (4.1.11)$$

Svarstyklių jautris yra tiesiog proporcingas svirties peties ilgiui l, atvirkščiai proporcingas svirties masės Q ir jos masės centro nuotolio d nuo atramos taško sandaugai. Kai svarstyklių svirties ir lėkštelių prizmių briaunos yra vienoje tiesėje, jautris neturėtų priklausyti nuo apkrovos. Praktiškai ši sąlyga ne visada tiksliai tenkinama, nes svirtis šiek tiek linksta ją apkrovus, todėl ir jautris, kintant apkrovai, šiek tiek kinta. Padidinus vienos lėkštelės apkrovą m mg, pusiausvyros padėtis skalėje pakinta Δn padalų. Santykis $\Delta n / m$ vadinamas *svarstyklių jautriu turimai apkrovai*.

Jautriui padidinti svarbu svirtį padaryti lengvesnę. Dėl to ji išpjaustoma ir daroma iš kiek galima lengvesnės medžiagos. Tinkamam jautriui nustatyti kartais naudojamas tam tikras sraigtas, prisuktas prie svirties iš viršaus arba prie jos rodyklės; sukinėjant šį sraigtą, pamažėle kyla arba leidžiasi svirties svorio centras – kinta nuotolis d nuo atramos taško O.

4.1.4. Masės nustatymas atsižvelgiant į Archimedo jėgą

Mus supa atmosferos oras, todėl ir svėrimas vyksta ore. Ore kūno svoris sumažėja tiek, kiek sveria to kūno išstumtas oras. Kadangi oro tankis yra maždaug 1/700 vandens tankio, tai vienetinio tankio kūnas ore netenka apie 0,14 % savo svorio. Dėl to reikia skirti stebimąjį kūno svorį nuo jo tikrojo svorio vakuume; taigi tenka daryti pataisas.

Žinant sauso oro tankį ρ_0, kai oro temperatūra yra 0°C ir atmosferos slėgis lygus 10^5 Pa, galima rasti kambario oro tankį

$$\rho = \rho_0 \frac{273\left(H - 3/8h\right)}{760\left(273 + t\right)}; \qquad (4.1.12)$$

čia ρ_0 = 1,293 kg/m^3, H – atmosferos slėgis, h – ore esančių vandens garų slėgis, t – oro temperatūra patalpoje (°C).

Ši formulė retai naudojama. Kai nereikia didelio tikslumo, imama $\rho = \rho_0$.

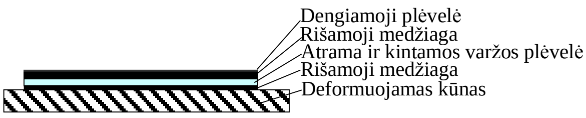
Tegu kūno vakuume masė (ieškomoji tikroji masė) yra M, svarelių tikroji masė lygi kūno masei – m, kūno tankis – ρ_k, svarelio tankis – ρ_1. Tuomet kūno tūris yra $V = M/\rho_k$; tokio pat tūrio oro masė lygi $\rho M / \rho_k$. Todėl kūno stebimoji masė $\left(M - \rho M / \rho_k\right) = M\left(1 - \rho / \rho_k\right)$. Tokiu pat būdu randama svarelio stebimoji masė ore, kuri lygi $m\left(1 - \rho / \rho_1\right)$. Jei sveriant kūną svarstyklės yra pusiausvyroje, tai

$$M\left(1 - \rho / \rho_k\right) = m\left(1 - \rho / \rho_1\right), \quad \text{arba} \quad M = m\left(1 - \rho / \rho_1\right)\left(1 - \rho / \rho_k\right)^{-1}. \qquad (4.1.13)$$

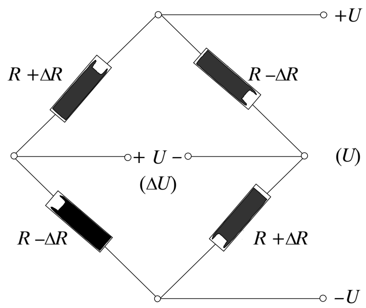
4.1.3. Elektroninės svarstyklės

Šiuolaikinėse svarstyklėse dažnai naudojamas elektroninis įrenginys, kuris apdoroja į jį patenkančią deformacijos jutiklių siunčiamą informaciją. Visa informacija gali būti apdorojama kompiuteriu, įrašyta į jo atmintį ir pan.

Deformacijos jutiklių (4.1.4 a pav.) veikimas pagrįstas laidininkų elektrinės varžos didėjimu didėjant jo mechaninei deformacijai. Įvairios medžiagos yra skirtingai jautrios deformacijai, kuri paprastai dar priklauso nuo laidininko tūrio ir jo formos. Tempimo deformacija jutiklyje didina varžą, o gniuždymo – mažina. Paprastai keli tokie jutikliai jungiami į Vitstono tiltelį (4.1.4 pav., b) ir matuojamas elektros srovės, atsirandančios dėl deformacijos, stipris. Atsakymas pateikiamas



a)



b)

4.1.4 pav. Deformacijos jutiklio sandara (a) ir Vitstono tiltelio schema (b)

jėgos ar masės vienetais.

LABORATORINIS DARBAS

Tikslusis svėrimas

Darbo užduotys

- Ištirkite svarstyklių jautrio priklausomybę nuo apkrovos.
- Nustatykite:
  - kūno tankį;
  - kūno masę, atsižvelgdami į Archimedo jėgą.

Darbo priemonės ir prietaisai

Svarstyklės, svarelių rinkinys, sveriamasis kūnas, plonas siūlas, stiklinė, distiliuotas vanduo.

Darbo metodika

Šio darbo užduotys atliekamos analizinėmis svarstyklėmis.

1. Svarstyklių jautrio tyrimas

Analizines lygiapetes svarstykles sudaro gulsčia lygiapetė svirtis, paremta prizme ant stataus stovo; jo statumas patikrinamas gulsčiuku. Jei jo nėra, tai, į vieną ar kitą pusę sukinėjant kojeles, ant trijų kojų stovinti papėdė nustatoma gulsčiai (viena jos koja nejudama), o svarstyklių stovas – stačiai.

Svirties atstumai nuo prizmės iki kraštų yra lygūs, tad svirtis lygiapetė. Prie svirties pritvirtinta rodyklė rodo jos pasvirimo kampą skalėje. Sukant stabdį šakutės pakelia svirtį aukštyn nuo prizmės, kad jos briauna be reikalo nediltų, o pakeltos aukštyn atsparos pakelia lėkšteles, kad būtų apsaugotos briaunos. Norint išvengti oro srovių ir kitų pašalinių trikdžių įtakos, svarstyklės laikomos stiklinėje spintelėje su pakeliamomis priekinėmis ir atidaromomis šoninėmis durelėmis.

Kol svarstyklės nėra sustabdytos (aretuotos), į lėkšteles nieko nededama! Nuleidus svirtį, skalėje randama tuščių svarstyklių rodyklės vieta. Skalė padalyta į 20 dalių; nulis yra skalės viduryje (arba kairiajame krašte). Stebimi tuščių svarstyklių svyravimai. Paprastai nelaukiama, kol svarstyklių svyravimai pasibaigs, bet jie stebimi ir iš rodyklės atsilenkimų randamas svarelių ir sveriamojo krovinio masių skirtumas. Atskaitomos skalės padalos, iki kurių prieina rodyklės galas, atsilenkdamas į dešinę ir į kairę. Svirtis turi svyruoti mažais kampais, o lėkštelės turi judėti tik aukštyn–žemyn, bet nesvyruoti į šalis. Lėkštelėms svyruojant, susidarytų papildoma išcentrinė jėga. Įvertinamos tik dešimtosios padalų dalys ir jos užrašomos. Stebimi tik keli svyravimai. Į tą pusę, nuo kurios svyravimai pradedami stebėti, užrašoma vienu svyravimu daugiau negu į kitą pusę. Pavyzdžiui, pradėjus žiūrėti iš dešinės pusės, stebimi keturi (arba du) svyravimai kairėn ir penki (arba trys) – dešinėn, nes svyravimo amplitudė visą laiką mažėja. Imami kiekvienos grupės atskirai aritmetiniai vidurkiai (vienas – kairėn, kitas – dešinėn). Rezultatų aritmetinis vidurkis rodo tikrąją neapkrautų svarstyklių pusiausvyros vietą n_0.

Pavyzdžiui:

	Rodyklė pasviro	
	kairėn (–)	dešinėn (+)
		10,6
	9,9	10,5
	9,8	10,4
Suma	19,7	31,5
Vidurkis	(–9,85)	(10,5)

$$n_0 = \frac{10{,}5 + (-9{,}85)}{2} = 0{,}325$$

Tada į kairiąją lėkštelę dedamas sveriamas kūnas, į dešinę – svareliai: sveriamąją masę jie turi atsverti tiek, kad svyruojančios svirties rodyklė neišeitų už skalės ribų. Reikia rasti tokią svarelių masę, kuri priverstų svirties rodyklę sustoti netoli n_0 padalos. Paprastai tam tikra svarelių masė verčia rodyklę apsistoti vienoje n_0 pusėje, o pridėjus (arba atėmus, jeigu svarelių masė yra didesnė už sveriamąją masę) iš visų mažiausią svarelį, tą vietą nukelia į kitą nuo n_0 pusę. Tuo atveju iš paprastos proporcijos randama tokia iš visų mažiausio svarelio dalis, kurią pridėjus (arba atėmus), pusiausvyros vieta atsidurtų ties n_0.

Svarstyklių pusiausvyros vietos pasikeitimas yra proporcingas vienos lėkštelės perkrovai p, kai ši perkrova maža. Todėl, radus, kiek nukrypsta rodyklė, ir padidinus krovinį mažu svareliu, pavyzdžiui, 2 mg, pagal proporciją galima rasti miligramų ir jų dalių skaičių, kuriuos tektų pridėti prie sveriamojo daikto, kad svarstyklių rodyklė apsistotų pusiausvyros vietoje n_0.

Svarstyklėms apkrauti miligramais bei jų dalimis naudojamas pakabinamas ties atitinkama svirties padala svarelis, vadinamas *žirgeliu*. Paprastai šis svarelis sveria 10 mg (0,01 g); jis kilnojamas tam tikra svirtele. Bet kuris svarstyklių svirties petys turi dešimt padalų, o šios padalos – dar po penkias smulkesnes padalas. Padėtas ant to svirties peties, į kurio lėkštelę dedami svareliai, pavyzdžiui, 5 padaloje, žirgelis veikia svirties petį, kurio ilgis yra tik 0,5. Todėl jo poveikis tolygus padėto svarstyklių lėkštelėje svarelio $0{,}5 \times 0{,}01 = 0{,}005$ g poveikiui. Gautą gramų dalį tenka pridėti prie lėkštelėje esančių svarelių masės. Padėjus žirgelį ant to svirties peties, į kurio lėkštelę dedamas sveriamasis kūnas, gautą gramų dalį tenka atimti iš lėkštelėje esančių svarelių masės.

Įvairiai apkrautų svarstyklių jautris randamas taip: ant abiejų svarstyklių lėkštelių padedami vienodos masės kroviniai ir iš svyravimų randama svirties pusiausvyros vieta n_0'. Vėliau viena lėkštelė perkraunama nedideliu masės m svareliu, pavyzdžiui, 2 *mg*, ir randama pakitusi svarstyklių svirties pusiausvyros vieta n_1. Po to perkrova nuimama ir patikrinama pirmykštė svirties pusiausvyros vieta; ji kartais gali šiek tiek pasikeisti; tegu dabar ji yra n_0''.

Tada pusiausvyros vietos pokytis, svarstykles perkrovus m miligramų, yra $\Delta n = n_1 - n_0$, jei

$$\frac{n_0' + n_0''}{2} = n_0, \tag{4.1.14}$$

o svarstyklių jautris apkrovai

$$k = \frac{\beta}{m} = \frac{\Delta n}{m} \text{ (pad/mg)}. \tag{4.1.15}$$

Darbo eiga

1. Ant abiejų svarstyklių lėkštelių dedami vienodos masės kroviniai (pavyzdžiui, 1 g, tada apkrova yra 1 g) arba nieko (tada lėkštelių apkrova yra nulinė).
2. Atleidus stabdį, stebimi keli svirties svyravimai: lyginiai arba nelyginiai į kairę ir į dešinę. Apskaičiuojama svirties pusiausvyros vieta n_0'.
3. Viena lėkštelė perkraunama nedideliu masės m svareliu, pavyzdžiui, 2 arba 10 mg.
4. 2-ajame žingsnyje aprašytu būdu randama pakitusi svarstyklių svirties pusiausvyros vieta n_1.
5. Perkrova nuimama ir dar kartą nustatoma svirties pusiausvyros vieta n_0''; ji gali šiek tiek skirtis nuo pradinės.
6. Randama svirties pusiausvyros vietos vidutinė vertė.
7. Apskaičiavus pusiausvyros vietos pokytį, pagal (4.1.15) formulę skaičiuojamas svarstyklių jautris.
8. Svarstyklių jautris nustatomas jas apkrovus įvairių (0, 1, 10, 20, 40, 70, 100 g) masių kroviniais.
9. Matavimų ir skaičiavimų duomenys surašomi į lentelę:
10. Svarstyklių jautrio kitimas keičiant apkrovą pavaizduojamas grafiškai: braižomas priklausomybės $k = f(\mathrm{M})$ grafikas.

Svarstyklės	Svarstyklių svirties pusiausvyros vieta				Pusiausvyros	Jautris
apkrautos, M, g	pradinė n_0'	uždėjus m svarelį n_1	nuėmus m svarelį n_0''	vidutinė n_0	vietos pokytis $(n_1 - n_0)$	$(n_1 - n_0)/m$ pad/mg

2. Kūno tankio nustatymas

1. Kūnas pasveriamas, t. y. nustatomas ore jo svoris P_0.
2. Randamas kūno tūris; jeigu kūnas yra taisyklingos geometrinės formos, tūris apskaičiuojamas išmatavus jo kraštines slankmačiu ar kitais prietaisais.
3. Pagal (4.1.5) formulę apskaičiuojamas kūno medžiagos tankis.
4. Jeigu kūnas yra sudėtingos formos, jo tūris nustatomas taip: kūnas plonu siūlu pakabinamas ant kabliuko maždaug 5–8 cm aukštyje virš svarstyklių lėkštelės. Jeigu sveriamo kūno masė labai maža, būtina įvertinti ir siūlo masę. Į stiklinę pripilama distiliuoto vandens, maždaug 4/5 jos talpos; stiklinė įkišama tarp svarstyklių lėkštelės ir pakabos taip, kad visas tiriamasis kūnas panirtų į vandenį; svėrimo metu stiklinė laikoma taip, kad kūnas neprisiliestų prie stiklinės sienelių ir

neišnirtų iš vandens, o stiklinė ir ranka neprisiliestų prie svarstyklių lėkštelės ar jos pakabų.

5. Nustatomas kūno vandenyje svoris P_v ir apskaičiuojama Archimedo jėga

$$F_A = P_0 - P_v = \rho_v V g; \tag{4.1.16}$$

čia ρ_v – vandens tankis, V – kūno išstumto vandens tūris.

6. Apskaičiuojamas kūno tūris

$$V = (P_0 - P_v)/g\rho_v. \tag{4.1.17}$$

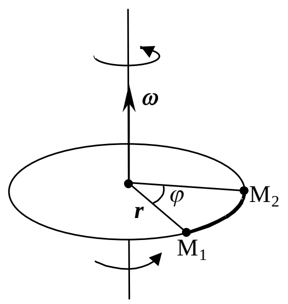
4.2. Sukamasis judėjimas

- Materialiojo taško judėjimas apskritimu. Kietojo kūno sąvoka.
- Sukimo momentas. Inercijos momentas, jo fizikinė prasmė.
- Pagrindinis sukamojo judėjimo dinamikos dėsnis.
- Besisukančio kūno kinetinė energija.
- Oberbeko svyruoklė.
- Bifiliarioji svyruoklė.
- Giroskopas. Giroskopiniai reiškiniai.

4.2.1. Materialiojo taško judėjimas apskritimu. Kampinis greitis ir pagreitis

Materialiojo taško judėjimas apskritimu – tai paprasčiausias kreivaeigio judėjimo atvejis. Šis judėjimas gali būti tolygusis ir kintamasis. Sukamasis judėjimas dažniausiai aprašomas *kampiniu greičiu* ir *kampiniu pagreičiu*.

Tegu taškas, tolygiai judėdamas apskritimu, per laiką t pasislenka iš padėties M_1 į padėtį M_2 (4.2.1 pav.). Taško spindulys r pasisuka kampu φ, kuris vadinamas *posūkio kampu.* Posūkio kampo ir laiko santykis, arba, kitaip tariant, kampas, kuriuo spindulys pasisuka per laiko vienetą, vadinamas *kampiniu greičiu*; kampinis greitis paprastai žymimas graikiška raide ω:



4.2.1 pav. Kampinio greičio vektoriaus apibrėžtis

$$\omega = \varphi / t. \tag{4.2.1}$$

Kai $\varphi = 1$ rad ir $t = 1$ s, $\omega = 1$ rad/s. Kampinio greičio vienetu laikomas toks greitis, kai spindulys per 1 s pasisuka 1 rad kampu.

Kampinis greitis yra vektorinis dydis: $\boldsymbol{\omega}$ vektorius sutampa su sukimosi ašimi, o jo kryptis *tokia, kad, žiūrint iš jo galo, materialusis taškas sukasi prieš laikrodžio rodyklę*. Apie vektorius ir veiksmus su jais plačiau skaitykite priedų 1-oje dalyje.

Tolygusis judėjimas apskritimu yra periodinis, nes po tam tikro laiko, vadinamo *periodu*, judėjimas kartojasi. Per vieną periodą T spindulys nubrėžia 2π rad kampą, taigi kampinį greitį galima išreikšti šitaip:

$$\omega = 2\pi / T. \tag{4.2.2}$$

Tolygiojo sukimosi kampinį greitį lengva rasti žinant sukimosi *dažnį ν, t. y. apsisukimų skaičių per laiko vienetą*. Taškui apskriejant apskritimą vieną kartą, spindulys nubrėžia kampą 2π rad. Vadinasi, jei taškas per laiką t apskrieja apskritimą n kartų, tai jo kampinis greitis

$$\omega = 2\pi\nu = 2\pi n / t. \tag{4.2.3}$$

Judėjimą apskritimu galima apibūdinti ir *linijiniu greičiu.* Pasislinkdamas iš padėties M_1 į padėtį M_2 (4.2.1 pav.), taškas nueina kelią, lygų lanko $\cup M_1M_2$ ilgiui $l_{M_1M_2}$. Šį ilgį galima išreikšti centrinio kampo φ ir spindulio r sandauga: $l_{M_1M_2} = \varphi r$. Padaliję abi puses iš laiko t, matome, kad $l_{M_1M_2} / t$ yra linijinis greitis v, o φ / t – kampinis greitis ω. Taigi gaunamas linijinio ir kampinio greičių vektorių ryšys, išreiškiamas vektorine $\boldsymbol{\omega}$ ir $\boldsymbol{r}$ sandauga (žr. 1 priedą):

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}. \tag{4.2.4}$$

Kaip matyti, taško linijinis greitis, skirtingai nuo kampinio, priklauso nuo atstumo iki sukimosi centro. Be to, linijinis greitis yra statmenas vektoriams $\boldsymbol{r}$ ir $\boldsymbol{\omega}$ (4.2.2 pav.).

Taškas gali judėti apskritimu ir netolygiai. Šiuo atveju ir kampinis, ir linijinis greičiai kiekvienu laiko momentu esti skirtingi. Tačiau, imant labai trumpą laiko tarpą Δt, kampinį greitį galima laikyti pastoviu. Jei per tą laiko tarpą kūnas pasisuka kampu $\Delta\varphi$, tai vidutinis greitis per šį laiko tarpą $\overline{\omega} = \Delta\varphi / \Delta t$.

Šio santykio riba, kai Δt artėja prie nulio, yra lygi *momentiniam kampiniam greičiui*:

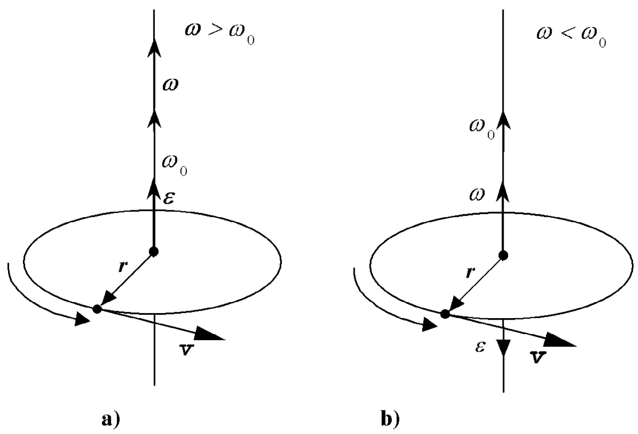
$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}. \tag{4.2.5}$$

Momentinis kampinis greitis skaitine verte yra lygus posūkio kampo išvestinei laiko atžvilgiu.

Kampinio greičio kitimo spartą apibūdina *kampinis pagreitis ε*, kuris, kai judėjimas tolygiai kintamasis, skaitine verte lygus kampinio greičio pokyčiui per laiko vienetą. Judėjimas yra tolygiai kintamasis, jei kampinis greitis per vienodus laiko tarpus pakinta vienodu dydžiu. Kai judėjimas nėra tolygiai kintamasis, *momentinis kampinis pagreitis skaitine verte yra lygus kampinio greičio išvestinei laiko atžvilgiu:*

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}. \tag{4.2.6}$$

Kampinio pagreičio vienetu laikomas toks pagreitis, kai per 1 s kampinis greitis pakinta 1 rad/s, t. y. 1 rad/s^2.



4.2.2 pav. Kampinio pagreičio ir greičio kryptys, kai kampinis greitis didėja (a) ir kai mažėja (b)

Kampinis pagreitis yra vektorinis dydis. Jo kryptis, kampiniam greičiui didėjant, sutampa su kampinio greičio vektoriaus kryptimi, ir priešingai – kampiniam greičiui mažėjant, kampinis pagreitis yra nukreiptas priešinga kampiniam greičiui kryptimi (4.2.2 pav.).

4.2.2. Slenkamasis ir sukamasis kietojo kūno judėjimai

Absoliučiai kietuoju kūnu mechanikoje laikomas toks kūnas (materialiųjų taškų sistema), kurio visų taškų tarpusavio padėtis laikui bėgant nekinta. Kitais žodžiais tariant, kietasis kūnas negali būti deformuojamas.

Slenkamasis kietojo kūno judėjimas yra toks, kai jo visų taškų trajektorijos yra lygiagrečios kreivės. Tuomet viso kūno judėjimui nusakyti pakanka apibrėžti vieno taško (pvz., masės, arba inercijos centro) judėjimą.

Masės centru vadinamas taškas, kurio spindulys vektorius $\boldsymbol{r}_\mathrm{c}$ išreiškiamas sistemą sudarančiomis masėmis m_i ir jų spinduliais vektoriais:

$$\boldsymbol{r}_\mathrm{c} = \sum_{i=1}^{N} \frac{m_i \boldsymbol{r}_i}{m}. \tag{4.2.7}$$

Teorema apie masės centro judėjimą teigia, kad kiekvienam kūnui judant slenkamuoju judėjimu jo masės centras juda taip, lyg jame būtų sukoncentruota visa to kūno masė m ir lyg jį veiktų visų kūną veikiančių jėgų atstojamoji.

Kūno sukimasis gali būti sudėtingas, tačiau visuomet jį galima išskaidyti į tris nepriklausomus sukimusis apie statmenas viena kitai koordinatines ašis. Todėl labai svarbu išnagrinėti atskirą sukimosi atvejį – *sukimąsi apie nejudamą ašį.* Tai toks kietojo kūno judėjimas, kai jo taškų trajektorijos yra koncentriniai apskritimai, o jų visų centrai sudaro vieną tiesę, vadinamą *sukimosi ašimi.*

4.2.3. Kietojo kūno sukimasis apie nejudamą ašį. Sukimo momentas

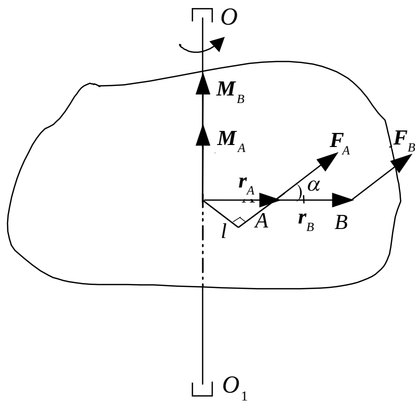
Tegu yra kietasis kūnas, kuris gali suktis apie nejudamą ašį OO_1 (4.2.3 pav.). Paveikus kietąjį kūną vienodomis jėgomis F skirtinguose taškuose A ir B, poveikio rezultatas bus nevienodas. Veikiant jėgai taške B, kūno įgytas kampinis pagreitis ε bus didesnis, negu veikiant taške A.

Vadinasi, sukamojo judėjimo atveju kūnų poveikis vieno kitam negali būti vienareikšmiai nusakytas jėga, kaip tai buvo slenkamojo judėjimo atveju. Kai kūnas gali suktis, kitų kūnų poveikis jam nusakomas ne jėga, o kitu fizikiniu dydžiu – *sukimo* arba *jėgų momentu*, kuris lygus

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}. \tag{4.2.8}$$

Jo skaitinė vertė

$$M = r\,F \sin\alpha = Fl.$$



4.2.3 pav. Kietojo kūno sukimasis apie nejudamą ašį ($\boldsymbol{M}_A = \boldsymbol{r}_A\boldsymbol{F}$; $\boldsymbol{M}_B = \boldsymbol{r}_B\boldsymbol{F}$)

Petimi l vadinamas mažiausias atstumas tarp sukimosi ašies ir jėgos $\boldsymbol{F}$ veikimo tiesės, t. y. ilgis statmens, nuleisto iš sukimosi ašies į tiesę, kurioje guli jėgos $\boldsymbol{F}$ vektorius.

Sukimo momentas yra vektorinis dydis, nukreiptas sukimosi ašimi taip, kad, žiūrint iš jo galo, jėga suka kietąjį kūną prieš laikrodžio rodyklę (4.2.3 pav.). SI sistemoje sukimo momento vienetas yra niutonmetras (N · m).

4.2.4. Inercijos momentas. Hiugenso ir Šteinerio teorema apie ašių perkėlimą

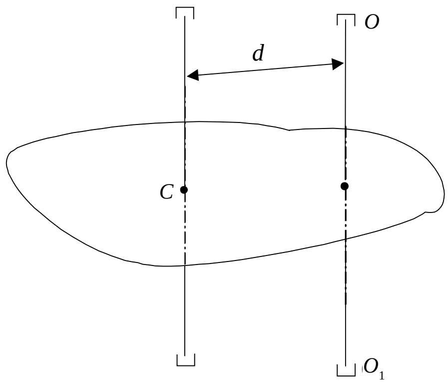
Kaip anksčiau minėta, sukamojo judėjimo atveju poveikį kūnui nusako ne jėga, o kitas fizikinis dydis – sukimo momentas. Pasirodo, kūno inertiškumą sukamojo judėjimo atveju taip pat nusako ne tas pats kaip slenkamojo judėjimo fizikinis dydis, t. y. ne masė, o *inercijos momentas*. Inercijos momentas priklauso ne tik nuo kūno masės, bet ir nuo jos išsidėstymo kūne bei nuo to, kurios sukimosi ašies atžvilgiu jis skaičiuojamas. Visą kūną padalijus į n mažų elementų, kurių masės yra m_i ($i = 1, 2, \ldots, n$) ir nuotoliai nuo sukimosi ašies lygūs r_i, kūno inercijos momentas tos sukimosi ašies atžvilgiu

$$I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2. \tag{4.2.9}$$

Inercijos momentas yra skaliarinis dydis, jo SI vienetas yra kg·m^2.

Taisyklingos geometrinės formos vienalyčių kūnų inercijos momentai ašies, einančios per jų geometrinį (kartu ir masės) centrą, atžvilgiu yra žinomi: rutulio – $2/5\,mr^2$, ritinio – $1/2\,mr^2$, ilgo plono strypo – $1/12\,ml^2$; čia m – masė, r – rutulio ir ritinio spindulys, l – strypo ilgis.

Jeigu sukimosi ašis neina per masės centrą (4.2.4 pav.), tai tokios ašies atžvilgiu inercijos momentas I skaičiuojamas remiantis *Hiugenso ir Šteinerio ašių perkėlimo teorema*:



4.2.4 pav. Brėžinys inercijos momento skaičiavimui, kai sukimosi ašis OO_1 neina per masės centrą C

$$I = I_0 + md^2; \tag{4.2.10}$$

čia I_0 – inercijos momentas ašies, einančios per masės centrą ir lygiagrečios su nagrinėtąja, atžvilgiu, m – kūno masė, d – atstumas tarp ašių. Pasinaudojus šia teorema, plono strypo inercijos momentas atžvilgiu jam statmenos ašies, einančios per jo galą, lygus

$$I = I_0 + md^2 = 1/12\, ml^2 + 1/4 ml^2 = 1/3\, ml^2.$$

4.2.5. Pagrindinis sukamojo judėjimo dinamikos dėsnis

Slenkamojo judėjimo dinamikos pagrindas yra trys Niutono dėsniai. Iš jų svarbiausias yra antrasis Niutono dėsnis:

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{F}/ m, \tag{4.2.11}$$

t. y. pagreitis, kurį įgyja jėgos $\boldsymbol{F}$ veikiamas kūnas, yra tiesiog proporcingas tai jėgai ir atvirkščiai proporcingas kūno masei m. Šis dėsnis yra svarbiausias todėl, kad jis kartu yra ir slenkamojo judėjimo lygtis, iš kurios galima rasti kūno koordinačių ir jo greičio priklausomybių nuo laiko dėsningumus.

Pagrindinis sukamojo judėjimo dinamikos dėsnis yra

$$\varepsilon = \frac{\boldsymbol{M}}{I}, \tag{4.2.12}$$

t. y. kampinis pagreitis ε, kurį įgyja sukimo momento $\boldsymbol{M}$ veikiamas kūnas, yra tiesiog proporcingas tam sukimo momentui ir atvirkščiai proporcingas inercijos momentui sukimosi ašies atžvilgiu.

4.2.6. Judesio kiekio momentas

Dalelės, turinčios masę m ir judančios greičiu $\boldsymbol{v}$ (ir todėl turinčios judesio kiekį $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$) bei esančios atstumu $\boldsymbol{r}$ nuo taško O, *judesio kiekio momentas* taško O atžvilgiu yra apibrėžiamas vektorių $\boldsymbol{r}$ ir $\boldsymbol{p}$ vektorine sandauga

$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{p}. \tag{4.2.13}$$

Judesio kiekio momentas $\boldsymbol{L}$ yra vektorius, statmenas plokštumai, kurią sudaro $\boldsymbol{r}$ ir $\boldsymbol{v}$ (4.2.5 pav.). Jo modulis priklauso nuo taško O padėties, t. y. atstumo r, ir bendru atveju yra išreiškiamas

$$L = mrv\sin\theta; \qquad (4.2.14)$$

čia θ yra kampas tarp $\boldsymbol{r}$ ir $\boldsymbol{v}$. Kai dalelė juda apskritimu (4.2.6 pav.), o judesio kiekio momentas yra skaičiuojamas apskritimo centro atžvilgiu, vektoriai $\boldsymbol{r}$ ir $\boldsymbol{v}$ yra statmeni vienas kitam, t. y. $\theta = 90°$, todėl naudojantis (4.2.4) sąryšiu judesio kiekio momento modulį galima išreikšti taip:

$$L = mrv = m\omega r^2. \qquad (4.2.15)$$

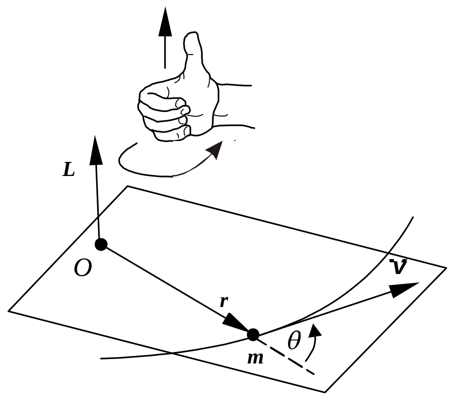
$\boldsymbol{L}$ kryptis šiuo atveju sutampa su $\boldsymbol{\omega}$ kryptimi.

Judesio kiekio momentą $\boldsymbol{L}$ ir jėgos momentą $\boldsymbol{M}$, veikiančius tą pačią dalelę ir apskaičiuotus to paties taško atžvilgiu, sieja labai svarbus tarpusavio ryšys: *dalelės judesio kiekio momento kitimas* (*išvestinė*) *laiko atžvilgiu yra lygus veikiančiam tą dalelę jėgos momentui:*

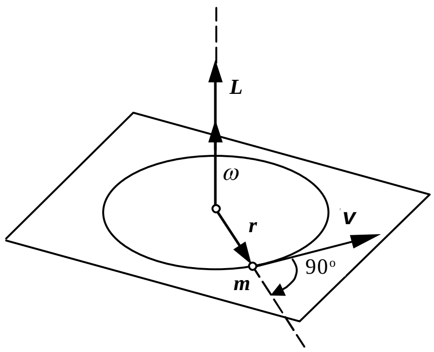
$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{L}}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{M}. \qquad (4.2.16)$$

Ši lygtis yra labai panaši į slenkamojo judėjimo lygtį $\mathrm{d}\boldsymbol{p}/\mathrm{d}t = \boldsymbol{F}$, tik sukamojo judėjimo atveju judesio kiekis $\boldsymbol{p}$ pakeistas judesio kiekio momentu $\boldsymbol{L}$, o jėga $\boldsymbol{F}$ – jėgų momentu $\boldsymbol{M}$.

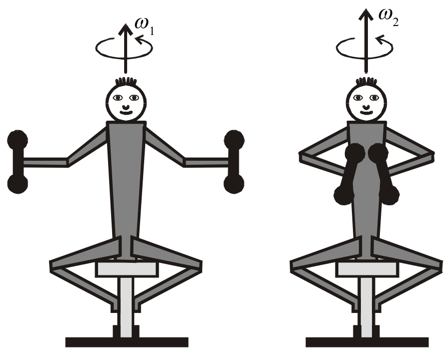
Atsižvelgus į (4.2.9) formulę, judesio kiekio momentas yra inercijos momento ir kampinio greičio sandauga: $\boldsymbol{L} = I\boldsymbol{\omega}$. Jei išorinių jėgų momentų suma sukimosi ašies atžvilgiu lygi nuliui, tai judesio kiekio momentas išlieka pastovus. Judėjimas esant pastoviam judesio kiekio momentui ne visada yra judėjimas su pastoviu kampiniu greičiu, nes kūno inercijos momentas I judėjimo metu gali lengvai pasikeisti. Judesio kiekio momento tvermės dėsniui demonstruoti dažnai naudojamas bandymas, parodytas 4.2.7 paveiksle. Suolelis įsukamas kampiniu greičiu ω_1, kai žmogus laiko hantelius ištiestomis rankomis. Po to sulenkęs rankas žmogus sumažina inercijos momentą nuo I_1



4.2.5 pav. Dalelės judesio kiekio momentas taško O atžvilgiu



4.2.6 pav. Kampinio greičio ir judesio kiekio momento vektorinis ryšys judėjimo apskritimu atveju

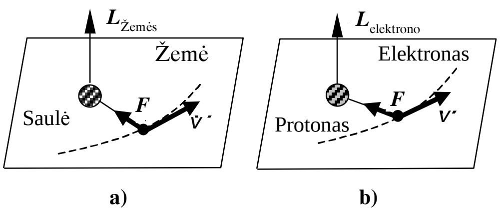


4.2.7 pav. Eksperimentas su sukamuoju suoleliu iki $I_2 < I_1$, tada dėl *judesio kiekio momento tvermės dėsnio* $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$ kampinis sukimosi greitis sulenkus rankas padidėja ($\omega_2 > \omega_1$).

4.2.7. Sukamasis judėjimas įcentrinių jėgų lauke

Jei dalelę veikiančių jėgų momentas lygus nuliui, tai pagal (4.2.16) lygtį gaunama $L = \text{const}$. Taigi šiuo atveju dalelės judesio kiekio momentas (dėl dalelės judėjimo orbita jis dar vadinamas orbitiniu judesio kiekio momentu arba trumpiau *orbitiniu momentu*) taško atžvilgiu yra pastovaus didumo ir pastovios krypties, jei jėgų momentas to paties taško atžvilgiu yra nulinis. Ši sąlyga pirmiausiai gali būti tenkinama, kai dalelė yra laisva (t. y. veikianti jėga $F = 0$) ir juda pastoviu greičiu. Tačiau jėgų momentas $\boldsymbol{M} = \boldsymbol{F} r \sin\alpha$ gali būti lygus nuliui, kai jėga $\boldsymbol{F}$ nelygi nuliui, bet yra lygiagreti su $\boldsymbol{r}$, t. y. kampas $\theta = 0$. Šiuo atveju jėgos $\boldsymbol{F}$ kryptis kerta tašką O. Jėga, kurios kryptis visada kerta fiksuotą tašką, t. y. jėgos centrą, vadinama *įcentrine jėga*.

Taigi, kai kūnas juda veikiamas įcentrinės jėgos, judesio kiekio momentas jėgos atžvilgiu yra pastovus. Ši išvada yra labai svarbi, nes jėgos, atsirandančios daugelyje gamtinių sistemų, yra įcentrinės. Pavyzdžiui, Žemės sukimasis apie Saulę dėl įcentrinės jėgos, visą laiką nukreiptos į Saulės centrą (4.2.8 pav., a). Dėl to Žemės orbitinis judesio kiekio momentas Saulės atžvilgiu yra pastovus. Panašiai ir elektronas vandenilio atome juda veikiamas įcentrinės jėgos, atsirandančios dėl elektrinės sąveikos su teigiamai įelektrintu branduoliu (4.2.8 pav., b). Tad ir elektrono orbitinis judesio kiekio momentas branduolio atžvilgiu yra pastovus. Atomuose, turinčiuose daug elektronų, veikianti kiekvieną elektroną atstojamoji jėga nėra tiksliai įcentrinė. Be įcentrinės elektrono ir branduolio sąveikos, čia yra elektronų sąveika. Tačiau daugeliu atvejų ir daugiaelektroniuose atomuose atstojamąją sąveiką pakankamu tikslumu galima laikyti įcentrine.



4.2.8 pav. Orbitinis judesio kiekio momentas: Žemės judėjimo aplink Saulę (a); elektrono judėjimo vandenilio atome (b)

4.2.8. Vandenilio atomo elektrono orbitinis judesio kiekio momentas

Čia bus nagrinėjamas judesio kiekio momento įvertinimas vandenilio atome klasikinės ir kvantinės mechanikos požiūriu. Klasikinės mechanikos požiūriu elektronas apie branduolį juda apskritimine orbita ir jo parametrai yra tokie: masė $m = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg, vidutinis atstumas iki branduolio $r = 5{,}29 \cdot 10^{-11}$ m ir kampinis greitis $\omega = 4{,}13 \cdot 10^{16}\,\text{s}^{-1}$. Iš (4.2.15) gaunama

$$L = mr^2\omega = (9{,}11 \cdot 10^{-31}\text{kg})(5{,}29 \cdot 10^{-11}\text{m})^2(4{,}13 \cdot 10^{16}\text{s}^{-1}) = 1{,}05 \cdot 10^{-34}\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}.$$

Ši skaitinė vertė atitinka vieną iš svarbiausių fizikinių konstantų $\eta = h/2\pi$, t. y. Planko konstantą. Atominių dalelių orbitinis judesio kiekio momentas yra paprastai reiškiamas h vienetais. Šiuo, kaip ir

Žemės sukimosi apie Saulę, atveju veikiančios jėgos yra įcentrinės ir orbitinis judesio kiekio momentas yra pastovus. Vėlesni tyrimai parodė, kad klasikinis orbitinio judesio kiekio momento skaičiavimas nėra tinkamas kvantinėms dalelėms, t. y. ir atomo elektronui. Viena iš pagrindinių išvadų yra ta, kad atomų elektronų orbitinis judesio kiekio momentas gali įgyti tik reikšmes, tenkinančias lygybę

$$L^2 = \eta^2 l(l+1);$$

čia l yra teigiamas sveikas skaičius (0, 1, 2, 3, ...) ir vadinamas *orbitiniu kvantiniu skaičiumi*. Ši savybė vadinama *orbitinio judesio kiekio momento kvantavimu*. Be šios sąlygos elektrono orbitinis judesio kiekio momentas gali įgauti tik tam tikras orientacijas erdvėje. Šis apribojimas vadinamas *erdviniu kvantavimu*.

4.2.9. Savasis ir orbitinis judesio kiekio momentai

Dalelių orbitinis judesio kiekio momentas priklauso nuo taško, kurio atžvilgiu jis yra skaičiuojamas. Čia dalelių sistemos *savuoju judesio kiekio momentu* laikomas momentas, apskaičiuotas dalelių sistemos masės centro atžvilgiu.

Kūnas, kurio masės centras yra taške C, pavaizduotas 4.2.9 paveiksle. Šiuo atveju savasis judesio kiekio momentas skaičiuojamas atžvilgiu koordinačių sistemos, kurios pradžia sutampa su tašku C. Savasis judesio kiekio momentas yra dalelių sistemos savybė. Kietojo kūno arba elementarios dalelės savasis judesio kiekio momentas vadinamas *sukiniu.*

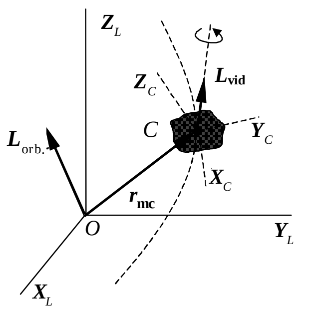
Sistemos orbitinis judesio kiekio momentas L_{orb} skaičiuojamas O taško ir su juo susietos koordinčių sistemos atžvilgiu. L yra apibrėžiamas kaip judesio kiekio momentas dalelės, kurios masė lygi visos sistemos masei $m = \sum_i m_i$ ir kuri yra taške, sutampančiame su sistemos masės centru. Judėjimo apskritimu

$$L_{orb} = r_{mc}\, m\, v_{mc};$$

čia r_{mc} – atstumas nuo taško O iki sistemos masės centro, o v_{mc} – kūno masės centro judėjimo greitis. Kadangi sistemos judėjimas gali būti išreikštas kaip judėjimo apie masės centrą ir masės centro judėjimo suma, tai dalelių sistemos pilnas judesio kiekio momentas gali būti išreikštas kaip sistemos savojo ir orbitinio judesio kiekių momentų suma:

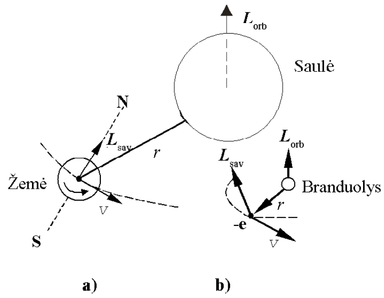
$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{L}_{sav} + \boldsymbol{L}_{orb}.$$

Pirmasis narys dešinėje aprašo vidinį judesio kiekio momentą koordinačių sistemos C atžvilgiu, o antrasis narys – orbitinį judesio kiekio momentą koordinačių sistemos L atžvilgiu, lyg visa sistemos masė būtų sukoncentruota masės centre.



4.2.9 pav. Vidinis ir orbitinis judesio kiekio momentai

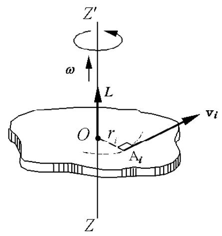
Pavyzdžiui, galima panagrinėti Žemės judėjimą apie Saulę ir elektrono judėjimą apie branduolį. Žemė juda apie Saulę ir kartu sukasi apie savo ašį (4.2.10 pav., a; atstumų ir dydžių proporcijos neišlaikytos). Taigi Žemė turi orbitinį judesio kiekio momentą Saulės atžvilgiu L_{orb} ir savąjį momentą L_{sav}, arba sukinį, savo centro atžvilgiu. Panaši situacija yra ir atome: elektronas sukasi apie savo ašį ir branduolį (4.2.10 pav., b).



4.2.10 pav. Savasis ir orbitinis judesio kiekio momentai: Žemės (a), elektrono atome (b)

4.2.10. Kietojo kūno judesio kiekio momentas

Imkime plokščią kietąjį kūną, besisukantį apie jam statmeną ašį (4.2.11 pav.). Kietojo kūno, t. y. kūno, kuriame, veikiant jėgai arba jėgos momentui, atstumas tarp jį sudarančių taškų nekinta, judesio kiekio momentą galima rasti sumuojant atskirų jį sudarančių taškų judesio kiekio momentus:



4.2.11 pav. Besisukančio plokščiojo kūno kampinis greitis ir judesio kiekio momentas

$$L = L_1 + L_2 + L_3 + \cdots = \sum_i L_i .$$

Pasinaudojus (4.2.15) išraiška kiekvienam L_i, gaunama

$$L = \sum_i m_i r_i^2 \omega = \left(\sum_i m_i r_i^2 \right) \omega .$$

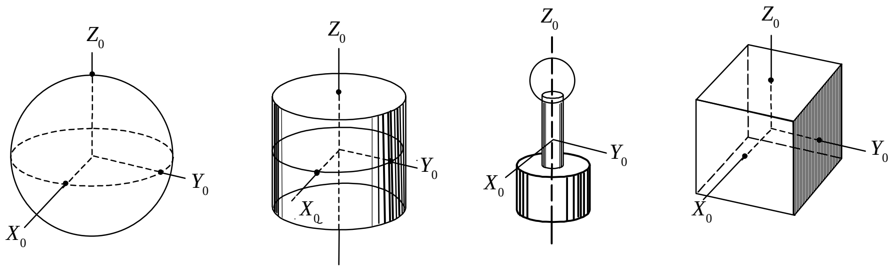
Kaip buvo parodyta aukščiau, skliaustuose įrašytas dydis yra kūno inercijos momentas jo sukimosi ašies atžvilgiu. Taigi patvirtinama, kad

$$L = I\omega. \tag{4.2.17}$$

Iš šios išraiškos matyti, kad plokščio kietojo kūno, besisukančiojo apie statmeną jam ašį, atveju judesio kiekio momentas turi tą pačią kryptį kaip kampinis greitis. Jei vietoje plokštės yra bet kokios formos kietasis kūnas, tai (4.2.17) formulė negalioja ir judesio kiekio momentas $\boldsymbol{L}$ gali turėti kryptį, kuri skiriasi nuo $\boldsymbol{\omega}$ krypties.

4.2.11. Laisvosios sukimosi ašys. Išcentrinės jėgos. Koriolio efektas

Bet kuris kūnas nepriklausomai nuo jo formos turi tris tarpusavyje statmenas kryptis. Kiekviena kryptimi judesio kiekio momentas lygiagretus su sukimosi ašimi. Jos vadinamos *pagrindinėmis inercijos ašimis*, o atitinkami inercijos momentai – *pagrindiniais inercijos momentais*. Pagrindinės kai kurių kūnų inercijos ašys pateiktos 4.2.12 paveiksle. Iš jo matyti, kad bet kuri einanti per rutulio centrą ašis yra pagrindinė. Jei kūnas turi simetrijos ašis, tai jos sutampa su pagrindinėmis ašimis. Todėl (4.2.17) formulę galima taikyti tuo atveju, kai I yra pagrindinis inercijos momentas.



4.2.12 pav. Pagrindinės kai kurių simetrinių kūnų inercijos ašys

Nagrinėjant sukamąjį judėjimą, labai svarbu žinoti apie *laisvąsias sukimosi ašis*. Tai ašys, išlaikančios savo kryptį erdvėje, pavyzdžiui: Žemės sukimosi ašis, žaislinio sukučio ašis ir kt. Kūnų sukimasis visada yra stabiliausias apie ašį, kurios atžvilgiu inercijos momentas didžiausias. Apie likusias ašis jis yra mažiau stabilus. Labai dažnai kūnas, besisukantis apie ašį, kurios atžvilgiu inercijos momentas mažas, pats keičia šią sukimosi ašį į stabilesnę (su didesniu inercijos momentu). Reikia pažymėti, kad kūno masės centro padėtis priklauso nuo kūno padėties erdvėje, todėl skirtingose padėtyse kūnas turi skirtingas laisvąsias sukimosi ašis.

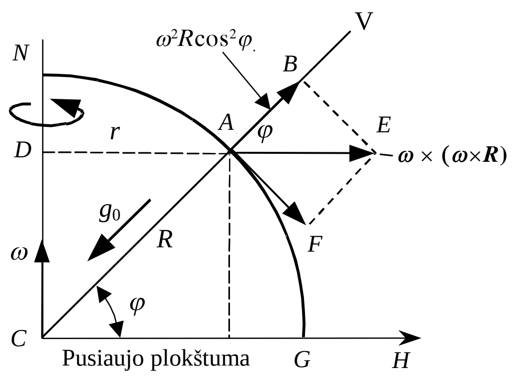
Sukimasis apie ašį, atitinkančią tarpinę inercijos momento vertę, yra nestabilus mažų trikdžių atžvilgiu. Gyvūnų ir žmogaus sukimasis laisvo skrydžio ir įvairių šuolių metu vyksta apie laisvąsias ašis su didžiausiu arba mažiausiu inercijos momentu. Kadangi masių centro padėtis ir pagrindinių inercijos momentų vertės priklauso nuo kūno padėties, tai esant skirtingoms padėtims bus skirtingos ir laisvosios sukimosi ašys. Žemės sukimosi ašis yra laisvoji, nes Žemė sukasi apie ašį su didžiausiu inercijos momentu.

Kaip minėta anksčiau, besisukančioje atskaitos sistemoje kiekvienas taškas turi įcentrinį pagreitį ir tokia sistema nėra inercinė. Tokioje sistemoje kūną veikia inercijos jėga, nukreipta sukimosi spindulio kryptimi, ir ji stengiasi kūnus atitolinti nuo sukimosi ašies, todėl vadinama *išcentrine*.

Dėl Žemės sukimosi apie savo ašį, einančią per Šiaurės ir Pietų polius, visi jos paviršiaus taškai juda tuo pačiu kampiniu greičiu ω. Tačiau Žemės paviršiaus taškai, esantys skirtingose geografinėse platumose, dėl skirtingo atstumo iki sukimosi ašies judės nevienodu linijiniu greičiu, kuris kis nuo didžiausios vertės pusiaujyje iki nulinės vertės poliuose (4.2.13 pav.). Taškas A, esantis geografinėje platumoje, kurios koordinatė φ, judės linijiniu greičiu

$$v = \omega\, r = \omega\, R \cos\varphi\,;$$

čia r – ilgis statmens, nuleisto nuo taško iki Žemės sukimosi ašies, R – Žemės spindulys. Ten, kur Žemės kampinio greičio ir spindulio vertės yra atitinkamai $\omega = 7{,}292\cdot 10^{-5}\,\mathrm{s}^{-1}$ ir $r = 6{,}35\cdot 10^{6}\,\mathrm{m}$,



4.2.13 pav. Išcentrinis pagreitis dėl Žemės sukimosi

pusiaujo taškams gaunamas v = 459 ms^{-1} greitis, o taškams, esantiems Vilniuje, kur $\varphi = 55^0$, v = 266 ms^{-1}. Tai didelis linijinis greitis, tačiau mes jo nejaučiame, nes judame tokiu greičiu kartu su visais daiktais, esančiais aplink mus, o Žemės sukimosi sukeltos papildomos jėgos yra labai mažos, palyginti su Žemės traukos jėga.

Atskaitos sistemos, judančios su pagreičiu inercinių atskaitos sistemų atžvilgiu, vadinamos *neinercinėmis atskaitos sistemomis*. Jų mechanikos uždaviniai irgi gali būti aprašyti antruoju Niutono dėsniu, bet tam turi būti įtraukiamos papildomos *inercinės jėgos*, kurių inercinėse atskaitos sistemose nėra. Inercinės jėgos pasireiškia ir tada, kai sistema sukasi pastovaus dydžio greičiu, todėl Žemė yra geras neinercinės sistemos pavyzdys. Jei kūnas ant Žemės paviršiaus nejuda, tai neinercinėje atskaitos sistemoje, susijusioje su Žemės paviršiumi, jos sukimasis sukelia papildomą *išcentrinę* inercijos *jėgą*. Išcentrinės inercijos jėgos poveikį galima pajusti sukantis karusele, kai pasiekiamas linijinis greitis yra tik keli metrai per sekundę, bet, neveikiant kitoms jėgoms, jos sukeliamą stūmimą tolyn nuo sukimosi centro lengvai jaučiame. Jei kūnas dar papildomai juda (skrenda lėktuvas ar sviedinys, juda oro masės atmosferoje ar vandens masės vandenynuose), į besisukančią neinercinę atskaitos sistemą turi būti įtraukta inercinė *Koriolio* (Coriolis) *jėga*, aprašanti Koriolio efektą.

Matematiškai įrodoma, kad su Žeme susijusioje neinercinėje atskaitos sistemoje, kuri sukasi kampiniu greičiu $\boldsymbol{\omega}$, pagreitis:

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{g}_0 - \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{R}) - 2\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v};$$

čia $\boldsymbol{g}_0$ – laisvojo kritimo pagreitis, $\boldsymbol{R}$ – kūno atstumas nuo Žemės centro (spindulys), $\boldsymbol{v}$ – daikto judėjimo greitis Žemės atžvilgiu. Taigi pagreitis priklauso nuo kūno padėties Žemės paviršiuje. Dešinės lygybės pusės antrasis narys nusako *išcentrinį pagreitį*, o trečiasis – *Koriolio pagreitį*. Išcentrinis narys yra $3{,}3\times10^{-2}$ ms^{-2} eilės, o Koriolio narys – $3{,}3\times10^{-5}\cdot v$ ms^{-2} eilės. Todėl greičiams, mažesniems už 400 ms^{-1}, Koriolio pagreitis gali būti neįskaitytas lyginant su išcentriniu. Tačiau jis turi svarbių kryptinių ypatumų ir nuo jo įtakos daugeliu atvejų priklauso Žemės klimato (uraganų, oro srautų, vandenynų srovių) formavimasis.

Toliau paaiškinsime, kaip stovinčio ar lėtai judančio kūno atveju galima atmesti Koriolio pagreičio narį. Žemės taško A, esančio geografinėje platumoje φ, išcentrinis pagreitis yra lygus $\omega^2 r$ arba $\omega^2 R\cos\varphi$ ir veikia dienovidinio plokštumoje kryptimi AE. Laikant, kad Žemė yra sfera, galima teigti, jog laisvojo kritimo pagreitis g_0 šiame taške yra nukreiptas spindulio kryptimi AC link Žemės centro. Išcentrinio pagreičio vektorių galima išskaidyti į dedamąsias: AB yra antilygiagreti g_0, o AF – nukreipta link pusiaujo. Taškui G, esančiam pusiaujyje, išcentrinė jėga bus didžiausia $\omega^2 R$ ir antilygiagreti g_0. Bendru atveju matuojamas pagreitis bus lygus *efektyviam laisvojo kritimo pagreičiui* **g**, kurio skaitinė vertė tokia:

$$g = g_0 - \omega^2 R \cos^2 \varphi ;$$

čia φ – geografinės platumos kampas, atskaitomas nuo pusiaujo (4.2.13 pav.). Dėl antrojo nario laisvojo kritimo pagreičio vektorius truputį nukrypsta nuo savo krypties į Žemės centrą. Nors šis narys yra labai mažas (0,3 %) lyginant su g_0, jis nusako g_0 kitimą kintant geografinei platumai. Čia pateiktos eksperimentinės laisvojo kritimo pagreičio g vertės keletui Žemės paviršiaus taškų.

Vieta	Platuma, laipsniais	g, ms^{-2}
Šiaurės ašigalis	90	9,8321
Vilnius	55	9,8148
Grinvičas	51,5	9,8119
Pusiaujas	0	9,7799

Didžiausias efektyvus laisvojo kritimo pagreitis g_0 yra ašigaliuose, kur išcentrinio pagreičio normalinė dedamoji, veikianti priešinga Žemės traukos jėgai kryptimi, yra lygi nuliui, ir mažiausias pusiaujyje, kur išcentrinio pagreičio normalinės dedamosios, veikiančios prieš Žemės traukos jėgą, vertė yra didžiausia.

Išcentrinės inercijos jėgos normalinė dedamoji, nukreipta prieš svorio jėgą, mažina kūno svorį. Jos tangentinė dedamoji verčia kūną slinkti pusiaujo link. Kūno svorio ir išcentrinės inercijos jėgos atstojamoji nėra statmena Žemės paviršiui, jei Žemė yra rutulys, bet yra statmena, jei Žemė yra geoido formos. Tokia Žemė ir yra. Ji susiformavo geoido formos dėl traukos ir išcentrinių jėgų poveikio dar būdama skystos būsenos. O jos vandenynų paviršius taip pat yra geoido formos. Skirtumas nuo rutulio formos labai mažas (pusiaujo ir dienovidinio ilgių santykis lygus 1,0017), nes išcentrinė inercijos jėga tesudaro apie 0,3 % svorio jėgos.

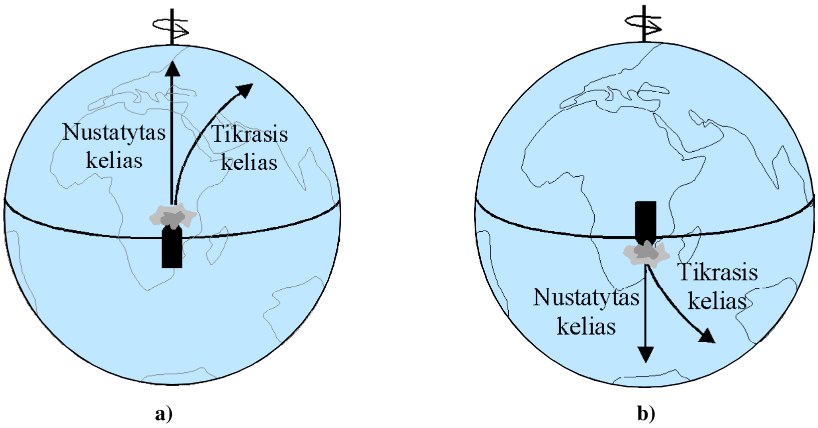
Koriolio efektas, t. y. inercijos jėga, kuri būtina, kad besisukančioje koordinačių sistemoje būtų galima aprašyti judėjimą įprastais Niutono dėsniais, veikia į dešinę nuo kūno judėjimo krypties, atskaitos sistemai sukantis prieš laikrodžio rodyklę, arba į kairę, atskaitos sistemai sukantis pagal laikrodžio rodyklę. Koriolio jėgos efektas yra susijęs su kūno, judančio besisukančioje koordinačių sistemoje, kelio nuokrypiu. Iš tikrųjų kūnas nenukrypsta nuo savo judėjimo krypties, tačiau taip atrodo dėl koordinačių sistemos judėjimo. Paprastai fizikos knygose Koriolio efektas nagrinėjamas naudojant vektorinės algebros ir judesio kiekio momento mechanikos elementus. Tokio nagrinėjimo išvados bus pateiktos ir čia, nes jos leidžia gauti skaitines vertes, tačiau patį Koriolio efektą bus stengiamasi aiškinti daug paprastesniu būdu, suprantamu studentams, neturintiems tokių žinių.

Koriolio pagreitis $-2[\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{V}]$ yra statmenas greičiui $\boldsymbol{V}$, todėl jis sukelia kūno judėjimo kelio nuokrypį. Koriolio jėga priklauso nuo kūno santykinio greičio, kuris išskaidomas į dvi dedamąsias. Dėl *greičio vertikaliosios dedamosios* atsiranda Koriolio jėgos dedamoji, veikianti horizontalioje plokštumoje statmenai dienovidinio plokštumai. Jeigu kūnas juda į viršų, tai ši jėga veikia į vakarus, o jeigu žemyn – į rytus. Todėl iš gana didelio aukščio laisvai krintantis kūnas nukrypsta į rytus nuo vertikalės, einančios į Žemės centrą. Dėl *greičio horizontaliosios dedamosios* atsiranda dvi Koriolio jėgos dedamosios. Dedamoji, lygi $2m\,[\boldsymbol{\omega}_h, \boldsymbol{V}'_h]$, priklauso nuo Žemės sukimosi kampinio greičio horizontaliosios dedamosios ir yra vertikalios krypties. Ji arba spaudžia kūną prie Žemės, arba, priešingai, stengiasi tolinti nuo Žemės paviršiaus priklausomai nuo vektorių (kampinio greičio $\boldsymbol{\omega}_h$

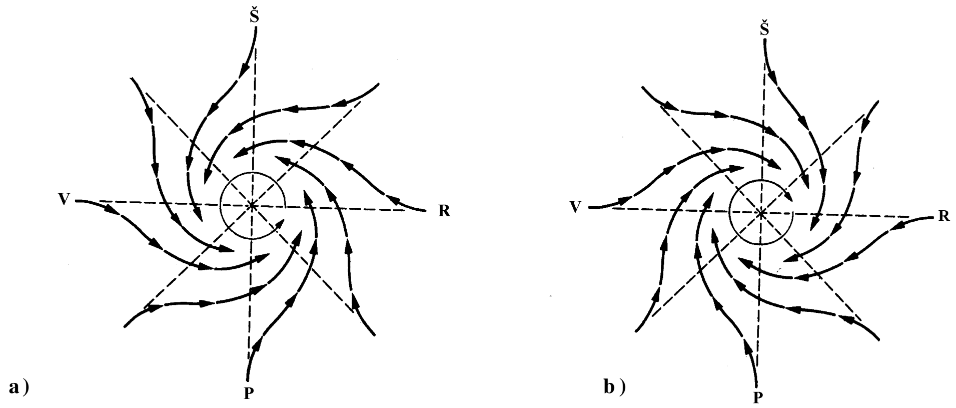
ir linijinio greičio $\mathbf{v}'_h$) krypčių. Į šią jėgą būtina atsižvelgti skaičiuojant tolimąjį kūnų judėjimą, pavyzdžiui, balistinių raketų skrydžius.

Antra Koriolio jėgos dedamoji, susijusi su horizontaliąja greičio dedamąja v'_h, lygi $(-2m[\omega_h, v'_v])$. Tai horizontali jėga, statmena greičiui. Šiaurės pusrutulyje ji visada veikia į dešinę nuo greičio krypties. Dėl to, pavyzdžiui, Šiaurės pusrutulio upių dešinieji krantai yra paplauti daugiau negu kairieji. Koriolio inercijos jėga, veikianti judančias vandens molekules, suteikia joms pagreitį, nukreiptą link dešiniojo kranto. Todėl vanduo įgyja tam tikrą šios krypties greitį ir užteka ant kranto. Dėl tos pačios priežasties nevienodai dėvisi dviejų juostų geležinkelio bėgiai, jeigu traukiniai jais važiuoja tik viena kryptimi.

Pasirodo, kad Koriolio efekto kai kurias išvadas galima paaiškinti daug papraščiau. Tarkime, kūnas juda nuo pusiaujo link Šiaurės arba Pietų ašigalio. Įsivaizduokime, kad pusiaujyje yra raketos paleidimo sistema, galinti iššauti raketą dideliu atstumu (pvz., 3000 km). Pradedant nagrinėjimą reikia prisiminti tokius svarbius faktus: Žemė sukasi į rytus; Žemės sukimosi linijinis greitis didžiausias pusiaujyje ir mažiausias ašigaliuose; kūnas, paleistas tam tikroje Žemės vietoje, turi tos vietos sukimosi linijinį greitį; greičio vektorius nekinta, jei jį statmena kryptimi veikia jėga. Pritaikius šias išvadas nagrinėjamam atvejui, galima konstatuoti, kad iš pusiaujo paleista raketa turi dvi greičio dedamąsias – kryptimi, kuria buvo iššauta, ir rytų kryptimi, kurią įgavo dėl paleidimo vietos judėjimo linijiniu greičiu. Pusiaujyje paleistos raketos linijinis greitis į rytus yra didesnis už Žemės taško, į kurį taikoma ir kuris yra arčiau Šiaurės ašigalio, linijinį greitį. Todėl skrisdama į taikinį raketa nuo nustatytos tiesiosios krypties nukryps į dešinę. Jeigu raketa būtų paleista link Pietų ašigalio, tai situacija būtų ta pati – tik šiuo atveju raketa nukryptų į kairę žiūrint iš pusiaujo. Jei nuokrypį vertinsime žiūrėdami į Žemę iš kosmoso, tai abiem atvejais nuokrypis bus į rytus (4.2.14 pav.). Priešingu atveju, t. y. jei šaunama nuo Šiaurės ašigalio link pusiaujo, tai dėl mažesnio į rytus nukreipto linijinio greičio ašigalyje lyginant su pusiauju gaunama, kad raketa nukryps į vakarus nuo taikyto taško. Jei kūnas slenka Šiaurės pusrutuliu iš pietų (nuo pusiaujo), tai jo vakarų-rytų krypties greičio dedamoji yra didesnė už tos vietos Žemės paviršiaus tokią dedamąją dydžiu $v_1 - v_2 = \omega R\,(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2)$. Reikia pabrėžti, kad Koriolio efektas pastebimas tik kūnui judant gana dideliais atstumais.



4.2.14 pav. Koriolio efektas iššovus raketą link ašigalių: Šiaurės (a), Pietų (b)



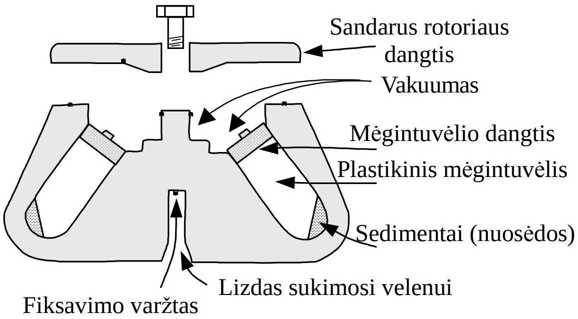
4.2.15 pav. Besisukančio vėjo formavimasis dėl Koriolio jėgų ir žemo slėgio centro: prieš laikrodžio rodyklę Šiaurės pusrutulyje (a) ir pagal laikrodžio rodyklę Pietų pusrutulyje (b)

Gana paprastai galima paaiškinti ir kūnų, krintančių iš didelio aukščio, nuokrypį nuo statmens. Tarkime, daiktas yra išmestas iš 100 metrų aukščio pastato. Didesniame aukštyje esantis daiktas turės ir didesnį linijinį greitį, nukreiptą į rytus, todėl nukris ant Žemės paviršiaus ne padėtyje, kur būtų statmuo į Žemės paviršių, bet nukrypęs į rytus. Tiesa, tas nuokrypis būtų tik apie 1 cm. Jei kūno greitis yra nukreiptas į vakarus ar rytus, tai pasikeičia kampinis greitis ir sumažėja ar padidėja inercijos išcentrinė jėga.

Pasirodo, Koriolio efektas yra svarbus Žemės klimatui, kadangi nuo jo priklauso uraganų, vėjų, vandenynų srovių formavimasis. Viskas, kas juda laisvai (pavyzdžiui, oras), Šiaurės pusrutulyje nukrypsta į dešinę, o Pietų pusrutulyje – į kairę. Tai išplaukia iš Koriolio jėgos matematinės išraiškos. Kaip pavyzdį galima nagrinėti Šiaurės pusrutulio žemo slėgio sritį atmosferoje. Jei atmosferoje susidaro mažo slėgio sritis, tai oras iš aplinkinių sričių pradeda plūsti link šios srities, stengdamasis išlyginti slėgių skirtumą. Oro srautai, artėjantys nuo pusiaujo, turės didesnį linijinį greitį rytų kryptimi, o artėjantieji nuo ašigalio – mažesnį linijinį greitį nei oras žemo slėgio srityje ir nukryps į vakarus. Dėl to žemo slėgio srityje susiformuos sūkurys, besisukantis prieš laikrodžio rodyklę (4.2.15 pav., a). Ir atvirkščiai, jei Šiaurės pusrutulyje yra aukšto slėgio oro sritis, iš kurios oras išsisklaido, formuojasi sūkuriai, besisukantys pagal laikrodžio rodyklę (4.2.15 pav., b); tokia situacija bus ir Pietų pusrutulyje susidarius žemo slėgio sričiai. Koriolio jėgos tropikų srityje sukelia vėjus pasatus. Šaltas oras iš ašigalio, turėdamas mažesnį linijinį greitį ir judėdamas link pusiaujo, Šiaurės pusrutulyje nukrypsta į vakarus, o Pietų pusrutulyje – į rytus.

4.2.12. Centrifuga

Kitas su išcentrine inercijos jėga susijęs pavyzdys – *centrifuga*, kuri naudojama ir buityje (džiovinimui), ir įvairiose mokslinėse biomedicinos laboratorijose. *Centrifugavimas* – tai toks procesas, kurio metu nevienalytėse sistemose vyksta dalelių atskyrimas (separacija). Pavyzdžiui, medicininėse centrifugose – raudonieji kraujo kūneliai nusodinimo būdu atskiriami nuo kraujo plazmos.



4.2.16 pav. Centrifugos schema

Centrifugos schema pavaizduota 4.2.16 paveiksle. Iš jos matyti, kad centrifuguojamas skystis įpilamas į specialius plastikinius mėgintuvėlius, kurie dedami į rotorių, galintį suktis 500–1000 s^{-1} dažniu.

Centrifugai sukantis, joje esantį skystį veikia ne tik sunkio ir Archimedo jėgos, bet ir išcentrinė jėga F, nukreipta nuo sukimosi ašies. Be to, kiekvieną kietą dalelę, esančią skystyje ir judančią apskritimu, taip pat veikia išcentrinė jėga F_1. Jei $F > F_1$, tai dalelė judės link sukimosi ašies, o jei $F < F_1$, tai dalelė dėl inercijos judės link centrifugos krašto. Vadinasi, atskyrimo efektas tuo geresnis, kuo didesnis šių jėgų skirtumas, t. y. dalelės ir skysčio tankių skirtumas:

$$F_{\text{išcentrinė}} = F_1 - F = (\rho_1 - \rho)\, V\omega^2 r;$$

čia r – dalelės nuotolis nuo sukimosi ašies, ρ – skysčio tankis, ρ_1 – dalelės tankis, V – dalelės tūris. Elektros varikliu įsukus centrifugą, laikikliai su mėgintuvėliais, veikiami išcentrinės inercijos jėgos, atlenkiami beveik į horizontalią padėtį, o skystyje esančios kietos dalelės, judėdamos išcentrine kryptimi, nusėda ant mėgintuvėlių dugno. Pirmiausia nusėda didesnės masės dalelės, o vėliau – mažesnės.

Šiuolaikiškų ultracentrifugų išcentrinė inercijos jėga apie 10^5 kartų didesnė už daleles veikiančią sunkio jėgą ir jose galima atskirti mažesnes negu 100 nm dydžio daleles.

4.2.13. Besisukančio kūno kinetinė energija

Tegu kietasis kūnas sukasi apie nejudamą ašį OO_1 (4.2.17 pav.). Reikia rasti jo kinetinę energiją. Tarkime, kūno masė sudaryta iš atskirų mažų masės elementų $m_1, m_2, m_3, \ldots, m_n$, kurie nutolę nuo sukimosi ašies atstumais $r_1, r_2, r_3, \ldots, r_n$. Kiekvienas masės elementas judės skirtingu linijiniu greičiu $v_1, v_2, v_3, \ldots, v_n$, nes linijinis taško greitis priklauso nuo atstumo iki sukimosi ašies.

Viso besisukančio kūno kinetinė energija yra lygi atskirų masės elementų kinetinių energijų sumai:

$$W_k = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + \frac{m_3 v_3^2}{2} + \Lambda + \frac{m_i v_i^2}{2} + \Lambda + \frac{m_n v_n^2}{2} = \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i v_i^2}{2}.$$

Pasinaudojus (4.2.4) formule, kiekvieno masės elemento linijinį greitį galima išreikšti kūno kampiniu sukimosi greičiu: $v_1 = \omega r_1$, $v_2 = \omega r_2$, $v_3 = \omega r_3$ ir t. t. Tuomet

$$W_k = \frac{m_1\omega^2 r_1^2}{2} + \frac{m_2\omega^2 r_2^2}{2} + \frac{m_3\omega^2 r_3^2}{2} + \Lambda + \frac{m_i\omega^2 r_i^2}{2} + \Lambda + \frac{m_n\omega^2 r_n^2}{2} =$$

$$= \frac{\omega^2}{2}\left(m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \Lambda + m_i r_i^2 + \Lambda + m_n r_n^2\right) = \frac{\omega^2}{2}\sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2. \qquad (4.2.18)$$

Taškinio elemento masės ir nuotolio iki sukimosi ašies kvadrato sandauga (mr^2) vadinama jo *inercijos momentu nagrinėjamos sukimosi ašies atžvilgiu.* Taigi (4.2.18) lygybėje skliausteliuose esanti dydžių suma reiškia viso kūno inercijos momentą (4.2.9):

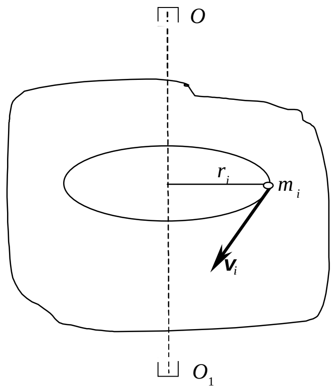
$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \Lambda + m_i r_i^2 + \Lambda + m_n r_n^2 = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2.$$

Kūno inercijos momentas nepriklauso nuo sukimosi greičio ir apibūdina kūno sukamojo judėjimo inercines savybes: kuo didesnis inercijos momentas, tuo daugiau reikia energijos jo kampiniam greičiui pakeisti.

Įrašius inercijos momento žymenį I į (4.2.18) lygybę, gaunama besisukančio kūno kinetinės energijos formulė:

$$W_k = I\omega^2/2. \qquad (4.2.19)$$

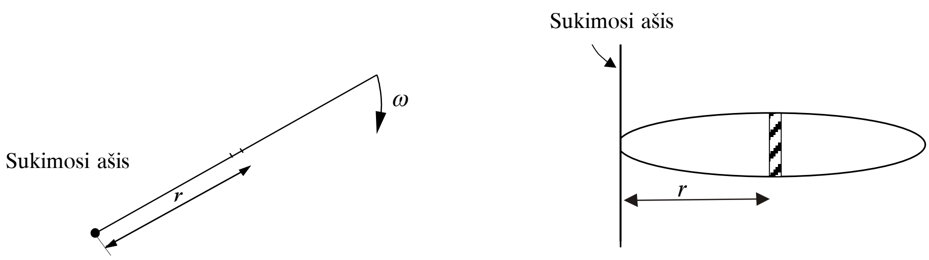
Palyginus ją su slenkamojo judėjimo kinetinės energijos formule, matyti, kad sukamajame judėjime masės vaidmuo tenka inercijos momentui, o vietoje linijinio greičio yra kampinis greitis.



4.2.17 pav. Brėžinys besisukančio kūno kinetinės energijos skaičiavimui

4.2.14. Inercijos momentas ir jo įtaka sparnuočių sparnų formai

Sukamuoju judėjimu laikomas ir paukščių bei vabzdžių sparnų judėjimas. Jis šiuo atveju apima tik apskritimo dalį. Galima įvertinti vabzdžio sparno kinetinę energiją, norint pamatyti, kaip sparno geometrija yra susijusi su jo inercijos momentu (4.2.18 pav.).



4.2.18 pav. Sparno sukimosi schema: šoninis vaizdas (a) ir vaizdas iš viršaus (b)

Skaičiavimams išskiriama maža sparno juostelė atstumu r nuo sukimosi ašies. Jei juostelės masė yra dm, tai jos kinetinė energija yra 1/2 d$m_i r_i^2 \omega^2$. Viso sparno kinetinė energija randama sudėjus visų juostelių, sudarančių sparną, energijas:

$$W_k = \frac{1}{2}\omega^2 \sum \mathrm{d}m_i r_i^2 = \frac{1}{2}\omega^2 I .$$

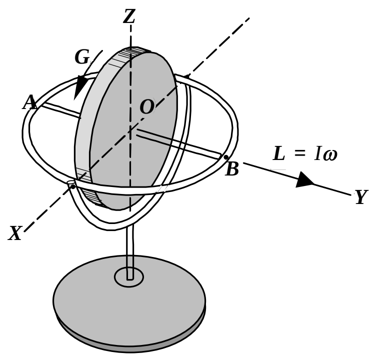
Jeigu kampinis greitis yra pastovus, W_k mažesnė, kai I mažesnis. Vadinasi, skridimui sunaudota energija mažiausia, kai vabzdžio sparno konstrukcija tokia, kai jo inercijos momentas mažiausias. Pagrindinė sparno masė (raumenys) turi būti kuo arčiau sukimosi ašies.

4.2.15. Giroskopas. Giroskopiniai reiškiniai

Dažnai pasitaikanti mechanikos uždaviniuose situacija, kai vienas iš kūno taškų nejuda, yra kokiu nors būdu įtvirtintas. Tokiu atveju kūnas turi tris sukamojo judėjimo laisvės laipsnius, ir aprašyti jo judėjimą yra viena iš sunkiausių mechanikos problemų. Prie tokių uždavinių priskiriamas ir giroskopo judėjimo aprašymas.

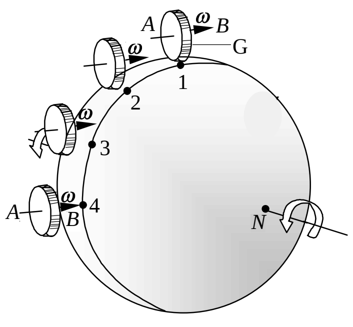
Žodis „giroskopas“ (gr. *gyros* – ratas, *gyréō* – sukuosi ir *skopéō* – žiūriu, stebiu) reiškia prietaisą sukimuisi aptikti. Dabar *giroskopu* vadinamas greitai besisukantis simetriškas kietasis kūnas, kurio sukimosi (simetrijos) ašis gali keisti savo kryptį erdvėje.

Iš lygties d$\boldsymbol{L}$ / dt = $\boldsymbol{M}$ gaunama, kad, nesant išorinio jėgos momento $\boldsymbol{M}$, judesio kiekio momentas $\boldsymbol{L}$ lieka pastovus. Sukdamasis apie pagrindinę inercijos ašį taip, kad $\boldsymbol{L} = \boldsymbol{I}\,\boldsymbol{\omega}$, kūnas išlaiko savo sukimąsi apie ašį pastoviu kampiniu greičiu. Tai gali būti iliustruota giroskopu besisukančio rato pavidalu su tokiu įtvirtinimu, kad jo ašys gali laisvai keisti kryptį erdvėje (4.2.19 pav.). Ratas G (giroskopas) greitai sukasi apie pagrindinę ašį AB ir yra įtvirtintas taip, kad bendras jėgos momentas taško O atžvilgiu lygus nuliui. Todėl sistemos judesio kiekio momentas yra pastovus ir lygiagretus su AB arba Y ašimi. Naudojamas įtvirtinimas leidžia sukimosi ašiai AB laisvai judėti tiek apie horizontaliąją X, tiek ir vertikaliąją Z ašį. Pavyzdžiui, giroskopą nešant kreiva trajektorija, AB visuomet rodo tą pačią kryptį.



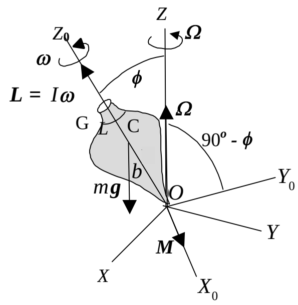
4.2.19 pav. Giroskopas

Jei giroskopo ašis nustatyta taip, kad AB yra horizontali ir rodo rytų–vakarų kryptį (4.2.20 pav., 1 padėtis), tai bėgant laikui dėl Žemės sukimosi galima pastebėti, kad AB pastoviai lenkiasi žemyn ar aukštyn. Po šešių valandų ji tampa vertikali (4.2.20 pav., 4 padėtis). Šis ašies AB sukimasis yra dėl Žemės sukimosi.



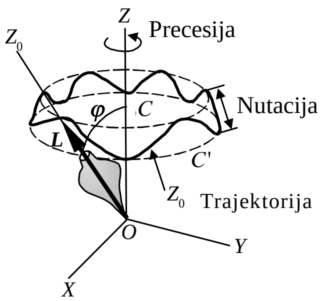
4.2.20 pav. Rato G pagrindinės ašies padėties kitimas dėl Žemės sukimosi

Jei veikiantis giroskopą jėgos momentas nėra lygus nuliui, tai iš sąryšio d$\boldsymbol{L}$ / dt = $\boldsymbol{M}$ išplaukia, kad judesio kiekio momentas kinta laike. Giroskopo judesio kiekio momentas kinta jėgos momento veikimo kryptimi. Atskiru atveju, kai $\boldsymbol{M}$ yra statmenas judesio kiekio momentui $\boldsymbol{L}$, pokytis $\mathrm{d}\boldsymbol{L}$ taip pat yra statmenas $\boldsymbol{L}$, todėl kinta judesio kiekio momento kryptis, bet ne modulis. Todėl kinta sukimosi ašies kryptis, bet judesio kiekio momentas lieka pastovaus didumo. Ši situacija panaši į judėjimą apskritimu, kai veikia įcentrinė jėga, statmena greičiui, kurio kryptis kinta, bet modulis ne. Sukimosi ašies judėjimas apie fiksuotą ašį dėl išorinio jėgos momento poveikio vadinamas *precesija.*



4.2.21 pav. Sukučio precesija

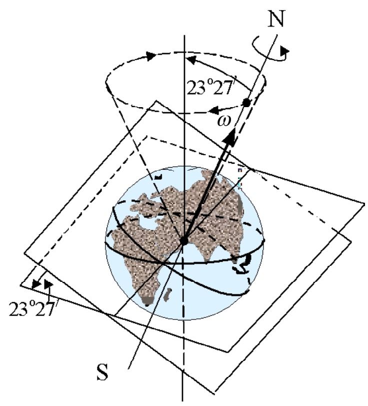
Precesija stebima įsukus ir paleidus vaikišką žaislą vilkelį (sukutį), kuris yra irgi giroskopas (4.2.21 pav.). Vilkelis sukasi apie pagrindinę ašį Z_0. Paveiksle ašis X_0 yra pasirinkta XY plokštumoje, o Y_0 yra plokštumoje, sudarytoje iš ašių Z ir Y. Tiek judesio kiekio momentas $\boldsymbol{L}$, tiek jėgų momentas $\boldsymbol{M}$ turi būti apskaičiuoti fiksuoto taško, kuriuo vilkelis remiasi į pagrindą, atžvilgiu. Kai vilkelis sukasi apie simetrijos ašį OZ_0 kampiniu greičiu $\boldsymbol{\omega}$, jo judesio kiekio momentas $\boldsymbol{L}$ taip pat yra lygiagretus su OZ_0. Išorinis jėgos momentas $\boldsymbol{M}$ atsiranda dėl veikiančio masės centrą C sunkio mg ir yra lygus sandaugai $b \cdot mg$; čia $b = OC \sin\varphi$ bei statmenas ašims Z_0 ir Z. Todėl jėgų momentas $\boldsymbol{M}$ yra nukreiptas išilgai X_0 ir statmenas vektoriui $\boldsymbol{L}$. Veikiant jėgų momentui M, ašis Z_0 precesuoja apie ašį Z kampiniu greičiu



4.2.22 pav. Giroskopo ašies precesija ir nutacija

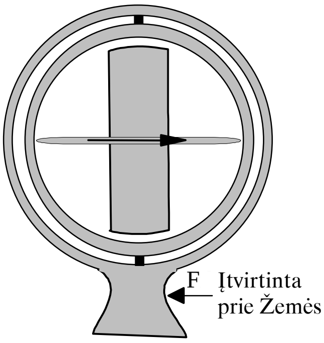
$$\Omega = \frac{mgb}{I\omega}. \qquad (4.2.20)$$

Ši išraiška galioja, kai kampinis greitis ω yra labai didelis lyginant su precesijos kampiniu greičiu Ω. Nagrinėjant išsamiau, bendru atveju kampas φ nelieka pastovus, bet osciliuoja tarp dviejų fiksuotų verčių. Vektoriaus $\boldsymbol{L}$ galas tuo pačiu metu, kai precesuoja apie Z, dar svyruoja tarp dviejų apskritimų C ir C' (4.2.22 pav.), brėždamas nurodytą kelią. Šis Z_0 ašies svyravimas vadinamas *nutacija.*



4.2.23 pav. Žemės sukimosi ašies precesija

Žemė taip pat yra milžiniškas giroskopas, kurio sukimosi ašis eina per šiaurės ir pietų polius. Veikiant Saulės ir Mėnulio traukos jėgai ir Žemei nesant iš tikro vienalytei sferai, atsiranda nedidelis planetų masteliais jėgos momentas, kuris sukelia Žemės precesiją ir nutacijas. Žemės pusiaujo plokštuma su Žemės sukimosi apie Saulę orbitos plokštuma sudaro kampą, lygų 23°27'. Ši plokštuma vadinama *ekliptika.* Pusiaujo ir ekliptikos plokštumų susikirtimas *vadinamas ekvinokcijos linija.* Žemės sukimosi ašis precesuoja vakarų–rytų kryptimi apie statmenį, išvestą iš ekliptikos plokštumos (4.2.23 pav.). Precesijos periodas yra 27 725 metai; jis buvo atrastas dar 135 m. pr. Kr. Žemės ašis taip pat patiria nutacijas, kurių amplitudė yra 9,2" ir periodas lygus 19 metų.



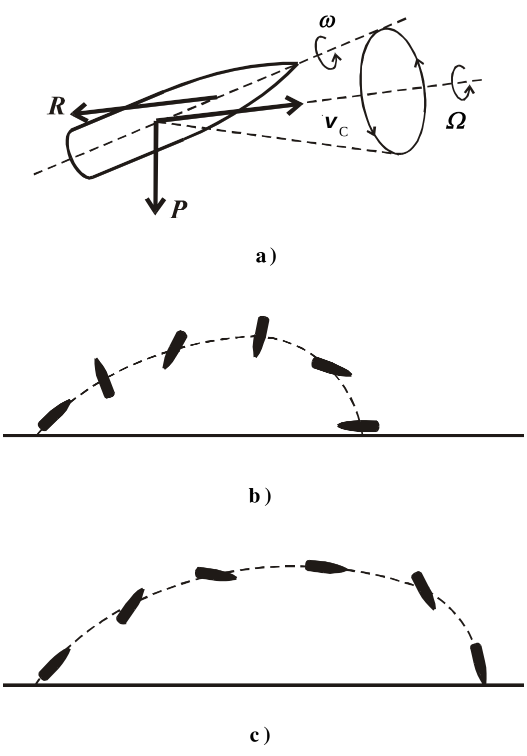
4.2.24 pav. Girokompasas

4.2.16. Giroskopo taikymai

Svarbi laisvojo, t. y. turinčiojo tris pakabas, giroskopo savybė yra ta, kad, veikiant giroskopo išorinę pakabą, tiek sunkio, tiek kitų jėgų sukeltiems momentams giroskopo vidinis ratas nėra veikiamas jokio jėgos momento. Atitinkamai judesio kiekio momentas nekinta ir lieka pastovus modulio ir krypties erdvėje atžvilgiu. Nesvarbu koks judėjimas suteiktas išorinės pakabos rėmui, giroskopo ašies kryptis erdvėje nekinta. Tokie universaliai pakabinti giroskopai yra naudingi suteikiant atraminę kryptį kūne, kuris pats gali keisti judėjimo kryptį. Pavyzdžiui, torpedą valdantis giroskopas nustato pradinę jos judėjimo kryptį ir seka, kad torpeda nuo jos nenutoltų. Tikrai laisvas, žinomas kaip *krypties giroskopas,* yra naudojamas automatiniam pilotavimui lėktuvuose išlaikyti pastovią skridimo kryptį. Laisvas giroskopas su horizontalia ašimi nustato pakilusios į aukščiausią tašką balistinės raketos posūkio kryptį, nežiūrint jos sukimosi apie savo ašį.

Įsukus giroskopo diską labai greitai, lengva pastebėti, kad giroskopo ašis išlaiko savo kryptį esant bet kokiems pakabos judėjimams ir net gana stipriems smūgiams į giroskopo rėmelius. Todėl tokį giroskopą galima naudoti kaip kompasą. Aišku, tam reikia masės centrą tiksliai sutapatinti su geometriniu pakabos centru. Taigi vidutinių matmenų giroskopui, kurio masė yra apie 1 kg, besisukančiam 30 000 aps/min kampiniu greičiu, masės centro poslinkis per 1 μm sukelia precesiją, kurios greitis artimas 1°/val. Žemė sukasi daug didesniu greičiu – 15°/val. Vadinasi, tokiu giroskopu lengva pastebėti Žemės judėjimą.

Daug kur taikymams naudojamas dviejų pakabų giroskopas. Šiuo atveju jėgų momentas gali veikti besisukantį giroskopo ratą apie tam tikras kryptis, bet ne visas. Turbūt plačiausiai tokie giroskopai taikomi laivų *girokompasams*. Girokompase giroskopo ašis yra horizontali, kaip pavaizduota 4.2.24 paveiksle. Jėgų momento, veikiančiojo šio giroskopo besisukantį ratą, analizė rodo, kad kai antroji pakaba yra pritvirtinta prie rėmo, besisukančio kartu su Žeme, tai judesio kiekio momento vektorius pasisuka ir rodo į šiaurę.



4.2.25 pav. Artilerijos sviedinio precesija (a), nesisukančio sviedinio trajektorija (b) ir besisukančio sviedinio trajektorija (c)

Remiantis giroskopo principu galima paaiškinti, kodėl besisukantys ratai nevirsta; kaip galima išlaikyti pusiausvyrą važiuojant motociklu ir dviračiu; kaip kulkos sukimasis leidžia išlaikyti jos judėjimo kryptį veikiant oro pasipriešinimui ir kodėl Žemės sukimosi ašies kryptis erdvėje yra praktiškai pastovi.

Giroskopai yra pagrindiniai elementai įvairiausių giroskopinių įrenginių ir prietaisų, plačiai naudojamų lėktuvų, laivų, torpedų, raketų ir kt. judėjimui automatiškai valdyti. Įvairiuose techniniuose įrenginiuose dažnai pasitaiko greitai besisukančių kūnų. Veikiant jų sukimosi ašį, atsiranda vadinamosios giroskopinės jėgos, besipriešinančios tokiems poveikiams. Pagal trečiąjį Niutono dėsnį kietasis kūnas, įsuktas iki didelio greičio, į jį veikiantį išorinių jėgų momentą ir dėl to kylančią precesiją reaguoja priešingu giroskopiniu momentu, kuris veikia jau išorinius kūnus, sukeliančius minėtą precesiją (pavyzdžiui, besisukančių kūnų guolius, kardaninius šarnyrus ir pan.). Toks atsirandantis momentinis giroskopo atoveiksmis jo atramoms priešinasi nešančiojo kūno judėjimo kurso kitimui ir kartu padeda vairuoti transporto priemonę (pvz., laivą) reikiama kryptimi.

Besisukančio kūno stabilumas jau seniai naudojamas artilerijoje. Sviediniui judant, be sunkio jėgos $\boldsymbol{P}$, jį veikia oro pasipriešinimo jėga $\boldsymbol{R}$, nukreipta maždaug kryptimi, priešinga sviedinio masių centro greičiui $\boldsymbol{v}_c$ (4.2.25 pav., a). Tačiau tos jėgos veikimo taškas nesutampa su masių centru. Veikiant tos jėgos momentui, nesisukantis sviedinys netvarkingai vartaliojasi (4.2.25 pav., b). Tada dar labiau padidėja pasipriešinimas judėjimui, sumažėja skrydžio nuotolis ir tikslumas. Besisukantis sviedinys turi giroskopo savybių. Oro pasipriešinimo jėga sukelia jo precesiją aplink tiesę, kuria nukreiptas sviedinio greitis (4.2.25 pav., a), t. y. aplink sviedinio masių centro trajektorijos liestinę. Tai daro skrydį taisyklingą, tolimesnį ir taiklesnį, be to, garantuoja sviedinio pataikymą į taikinį priekine dalimi (4.2.25 pav., c).

LABORATORINIS DARBAS

Pagrindinio sukamojo judėjimo dinamikos dėsnio patikrinimas

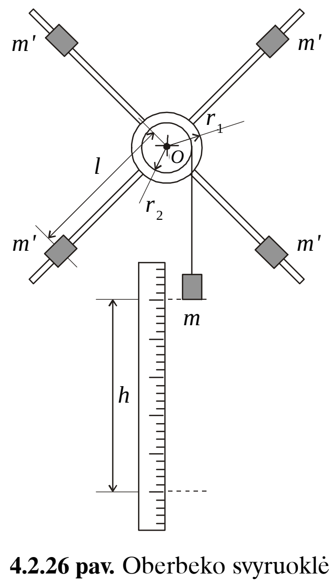
Darbo užduotis

• Patikrinkite pagrindinį sukamojo judėjimo dinamikos dėsnį.

Darbo priemonės ir prietaisai

Oberbeko svyruoklė, slankmatis, liniuotė, automatinis arba rankinis sekundmatis.

Darbo metodika



4.2.26 pav. Oberbeko svyruoklė

Naudojamos šiame darbe Oberbeko svyruoklės schema pavaizduota 4.2.26 paveiksle. Ji susideda iš keturių strypų ir dviejų skirtingų spindulių r_1 ir r_2 skriemulių, pritvirtintų ant vienos horizontalios ašies O (statmenos brėžinio plokštumai). Strypų galuose pritvirtinti tam tikroje padėtyje keturi vienodos masės krovinėliai m' (po vieną ant kiekvieno strypo). Svyruoklę išjudina skirtingos masės m svareliai, pritvirtinti prie siūlo, užvynioto ant vieno ar kito skriemulio. Svarelio nusileidimo trukmė matuojama elektroniniu prietaisu, susidedančiu iš sekundmačio ir fotoelektrinės jo paleidimo ir sustabdymo sistemos (1 atvejis) arba rankiniu sekundmačiu (2 atvejis).

Darbo eiga

1. ***Darbas atliekamas Oberbeko svyruokle su automatiniu sekundmačiu***

1. Išmatuojami skriemulių skersmenys.
2. Tam tikros masės m svarelis tvirtinamas prie siūlo, kuris užvyniojamas ant vieno iš skriemulių.
3. Išmatuojama jo judėjimo trukmė t_1, nusileidimo aukštis h.
4. Apskaičiuojamas sistemos inercijos momentas

$$I = mr^2\left(\frac{gt^2}{2h} - 1\right); \tag{4.2.21}$$

čia m – svarelio masė, r – skriemulio spindulys, g – laisvojo kritimo pagreitis, t – svarelio judėjimo trukmė, h – aukštis, iš kurio svarelis nusileido.

5. Darbo eigos 2, 3, 4 punktai kartojami su kitokios masės svareliais ir su kiekvienu svareliu matavimai kartojami 3–5 kartus.

m, kg	*r,* m	*H,* m	*t,* s	kg·m^2	Δkg·m^2 ^{2}

6. Matavimo ir skaičiavimo duomenys surašomi į lentelę:

2. ***Darbas atliekamas Oberbeko svyruokle su rankiniu sekundmačiu***

1. Išmatuojami skriemulių skersmenys.
2. Pasveriami masės svareliai.
3. Svarelis pritvirtinamas prie siūlo, kuris užvyniojamas ant vieno iš skriemulių.
4. Išmatuojama jo judėjimo trukmė t_1, nusileidimo aukštis h ir pakilimo aukštis h_1.
5. Apskaičiuojamas sistemos inercijos momentas

$$I = mr^2\left[g\frac{t^2}{2h}\left(1 - \frac{h - h_1}{h + h_1}\right) - 1\right]; \tag{4.2.22}$$

čia m – svarelio masė, r – skriemulio spindulys, g – laisvojo kritimo pagreitis, t – svarelio judėjimo trukmė, h – aukštis, iš kurio jis nusileido, h_1 – aukštis, į kurį jis pakilo.

6. Darbo eigos 3, 4, 5 punktai kartojami su kitokios masės svareliais.
7. Matavimo ir skaičiavimo duomenys surašomi į lentelę:

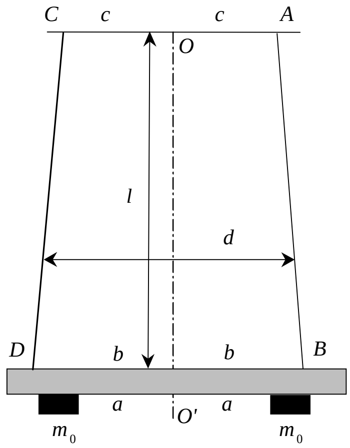
m_n, kg	*r,* m	*h,* m	h_1, m	*t,* s	*I,* kg·m^2	ΔI, kg·m^2

LABORATORINIS DARBAS

Inercijos momento nustatymas bifiliariąja svyruokle

Bifiliariąja svyruokle vadinamas įrenginys (4.2.27 pav.), susidedantis iš dviejų vienodo ilgio siūlų *AB* ir *CD*, ant kurių pakabintas koks nors kūnas *BD*. Pasukus kūną aplink vertikalią ašį *OO′*, jis pradeda sukamuosius svyravimus aplink tą ašį. Koordinatė, nusakanti jo momentinę padėtį, yra kūno *BD* posūkio aplink ašį *OO′* kampas φ, atskaitomas nuo pusiausvyros padėties.

Tegu l žymi atkarpos *OO′* ilgį pusiausvyros padėtyje, $2c$ – atstumą tarp pakabos taškų *A* ir *C*, $2b$ – atstumą *BD*. Sistema laikoma simetriška, kai taškai *O* ir *O′* yra atkarpų *AC* ir *BD* centrai.



4.2.27 pav. Bifiliarioji svyruoklė

Kūno *BD* pakilimo aukštis h skaičiuojamas nuo jo apatinės pusiausvyros taško:

$$h = l - l\sqrt{1 - (2bc / l^2)(1 - \cos\varphi)} \ . \qquad (4.2.23)$$

Paprastai $b = c = d / 2$.

Potencinė pakabos energija $E_p = mgh$, o kinetinė energija E_k susideda iš sukamojo judėjimo energijos $E_k^{'} = I\omega^2 / 2$ ir slenkamojo judėjimo išilgai ašies z energijos $E_k^{''} = mv^2 / 2$ (čia I – kūno *BD* inercijos momentas ašies *OO′* atžvilgiu, m – kūno *BD* masė). Nesunku įsitikinti, kad, esant mažiems posūkio kampams φ, slenkamojo judėjimo energija daug mažesnė už sukamojo judėjimo energiją ($E_k^{''} << E_k^{'}$), o pakilimo aukštis

$$h \approx \frac{b^2}{2l}\varphi^2 . \qquad (4.2.24)$$

Tokia sistema svyruoja cikliniu dažniu

$$\omega = \sqrt{\frac{mgb^2}{Il}} \qquad (4.2.25)$$

ir periodu

$$T = 2\pi / \omega = 2\pi\sqrt{\frac{Il}{mgb^2}} \ . \qquad (4.2.26)$$

Iš čia randamas bifiliariosios svyruoklės inercijos momentas

$$I = \frac{mgb^2T^2}{4\pi^2 l} . \qquad (4.2.27)$$

Iš šios formulės apskaičiuojamas I, jei žinomi prietaiso duomenys ir eksperimentiškai nustatytas svyravimų periodas. Formulė teisinga nesant energijos nuostolių. Tokius nuostolius įvertinti sudėtinga. Tačiau pataisos mažos, jei energijos nuostoliai per periodą maži, lyginant su visa sistemos svyravimo energija. Taigi (4.2.27) formulė taikytina, jeigu sistemos svyravimų periodas T daug mažesnis negu svyravimų slopimo trukmė.

Darbo užduotys

- Nustatykite bifiliariosios svyruoklės dviejų ritinių inercijos momentą.
- Patikrinkite Hiuigenso ir Šteinerio teoremą.

Darbo priemonės ir prietaisai

Bifiliarioji svyruoklė, sekundmatis, liniuotė, slankmatis.

Darbo metodika

Darbas atliekamas bifiliariąja svyruokle, kurios schema pateikta 4.2.27 paveiksle.

Darbo eiga

1. Svyruoklė paleidžiama svyruoti.
2. Sekundmačiu išmatuojama 10–20 svyravimų trukmė t ir randamas jų periodas $T_0 = t/n$ (n – svyravimų skaičius).
3. Žinant strypo masę m ir išmatavus atstumą tarp siūlų d bei siūlų ilgį l, pagal (4.2.27) formulę apskaičiuojamas neapkrauto strypo inercijos momentas I_0:

$$I_0 = \frac{mgd^2}{16\pi^2 l} T_0^2. \tag{4.2.28}$$

4. Prie strypo simetriškai atstumu a nuo ašies pritvirtinami du vienodos m_0 masės ir r_0 spindulio ritiniai. Išmatavus svyravimų periodą T_1, pagal (4.2.28) formulę apskaičiuojamas strypo su ritiniais inercijos momentas I_1. Šiuo atveju svyruoklės masė yra lygi strypo ir pritvirtintų ritinių masių sumai: $m_1 = m + 2m_0$.
5. Apskaičiuojamas ritinių inercijos momentas ir jo paklaida:

$$\bar{I}_{\mathrm{r,e}} = \bar{I}_1 - \bar{I}_0. \tag{4.2.29}$$

6. Atliekami matavimai ir skaičiavimai apkrautam ir neapkrautam strypui ir duomenys surašomi į lentelę ($I_{\mathrm{r,e}} = \bar{I}_{\mathrm{r,e}} \pm \Delta I_{\mathrm{r,e}}$):

m, kg	d, m	l, m	t, s	n	T, s	$\bar{I}_{\mathrm{r,e}}$, kg·m^2	$\Delta I_{\mathrm{r,e}}$, kg·m^2

7. Teoriškai apskaičiuoti pritvirtintų ritinių inercijos momentą galima žinant Hiuigenso ir Šteinerio teoremą (4.2.10 formulė). Kadangi vieno ritinio inercijos momentas jo geometrinės ašies

atžvilgiu $I_{r0} = (1/2)m_0 r_0^2$ tai dviejų ritinių teoriškai apskaičiuotas inercijos momentas sukimosi ašies OO' atžvilgiu (4.2.27 pav.) lygus

$$I_{\mathrm{r,\,t}} = 2(I_{\mathrm{r}0} + m_0 a^2) = m_0 (r_0^2 + 2a^2)\,; \tag{4.2.30}$$

čia a yra pusė atstumo tarp ritinių masių centrų.

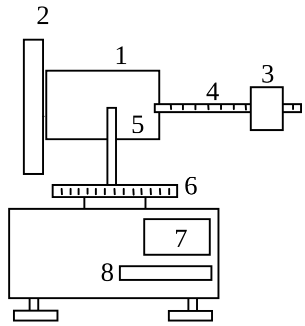
Jeigu rezultatai, apskaičiuoti pagal (4.2.29) ir (4.2.30) formules paklaidų ribose sutampa, tai rodo, kad Hiuigenso ir Šteinerio teorema yra teisinga.

8. Matavimų ir skaičiavimų duomenys surašomi į lentelę:

m_0, kg	r_0, m	a, m	$I_{\mathrm{r,\,t}}$, kg·m^2	$\Delta I_{\mathrm{r,\,t}}$, kg·m^2	$I_{\mathrm{r,\,e}}$, kg·m^2	$\Delta I_{\mathrm{r,\,e}}$, kg·m^2

LABORATORINIS DARBAS

Giroskopo precesijos tyrimas



4.2.28 pav. Giroskopo struktūrinė schema

Darbo užduotys

- Išmatuokite giroskopo precesijos kampinį greitį.
- Nustatykite variklio rotoriaus ir smagračio judesio kiekio ir inercijos momentus.

Darbo priemonės ir prietaisai

Giroskopas, liniuotė.

Darbo metodika

Prietaisą (4.2.28 pav.) sudaro elektros variklis (1), smagratis (2) ir atsvaras (3), galintis slankioti išilgai strypo (4) su padalomis. Patį giroskopą sudaro varikliuko rotorius (1) su masyviu disku (2). Visa sistema įtvirtinta atramoje (5) taip, kad gali sukiotis aplink gulsčiąją ir stačiąją ašis. Giroskopo pasisukimo kampas gulsčiojoje plokštumoje matuojamas pažymėtomis plokščiame skritulyje (6) padalomis. Tachometras (7) matuoja smagračio sukimosi kampinį greitį ω_z, o sekundmatis (8) – giroskopo sukimosi aplink stačiąją ašį trukmę.

Iš pradžių atsvaras (3) pritvirtinamas ant apkabos strypo taip, kad visas prietaisas būtų neutralioje pusiausvyroje, giroskopo ašis nustatoma horizontaliai. Varikliukas įjungiamas ir palaukiama 2–3 minutes, kol rotorius pradeda suktis nominaliu dažniu.

Atsvarą (3) pastūmus nuo pusiausvyros taško, giroskopą veikia atstojamasis išorinių jėgų momentas $M = Fh$; čia h – atsvaro postūmis. Šio momento sukurtas precesijos kampinis greitis, susijęs su jėgų momentu M, teoriškai apskaičiuojamas

$$\Omega = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} = \frac{M}{I_z \omega_z}\,.$$

Giroskopo precesijos kampinis greitis Ω apskaičiuojamas iš lygybės $\Omega = \varphi / t$; čia φ – giroskopo ašies pasisukimo kampas per laiką t.

Jei giroskopo smagratis (2) sukasi pastoviu kampiniu greičiu (ω_z = const), tai

$$\frac{M}{\Omega} = I_z \omega_z = \text{const.} \tag{4.2.31}$$

Toliau matuojamos precesijos kampinio greičio vertės esant skirtingoms momento M_i vertėms (skirtingiems pečiams h_i). Būtina atlikti 3–4 matavimus kiekvienai rotoriaus sukimosi greičio vertei. Esant stabiliam varikliuko darbui $(\omega_z = \text{const})$, paklaidų ribose turi būti tenkinama sąlyga

$$\frac{M_1}{\Omega_1} \approx \frac{M_2}{\Omega_2} \approx \cdots \approx \frac{M_n}{\Omega_n}. \tag{4.2.32}$$

Pasinaudojus tuo, kiekvienai rotoriaus sukimosi greičio vertei nustatomas giroskopo judesio kiekio momento vidurkis

$$L = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{M_i}{\Omega_i}. \tag{4.2.33}$$

Skaičiuojamas giroskopo inercijos momentas

$$I_z = \frac{L}{\omega_z}. \tag{4.2.34}$$

Paklaidų ribose giroskopo inercijos momento vertės I_z visiems ω_z turi sutapti.

Darbo eiga

1. Stumdykite atsvarą (3) tol, kol giroskopo strypas (4) bus statmenas vertikaliajai ašiai.
2. Įjunkite variklį ir nustatykite, kad smagračio apsisukimų dažnis n būtų 1000 aps$\cdot$min^{-1}.
3. Pastumkite atsvarą 1,5 cm į kairę arba į dešinę ir paspauskite mygtuką „NULIS“.
4. Kai giroskopas pasisuks ne mažiau kaip 30°, spauskite mygtuką „STOP“.
5. Apskaičiuokite giroskopo precesijos kampinį greitį Ω.
6. Bandymus pakartokite, pakeitę atsvaro poslinkį, pavyzdžiui, h_i = 2,0; 2,5; 3,0 cm.
7. Pakartokite darbo eigos 2–6 punktus, keisdami apsisukimų dažnį n (2000 aps$\cdot$min^{-1} ir kt.).
8. Apskaičiuokite giroskopo judesio kiekio momentą L.
9. Apskaičiuokite giroskopo inercijos momentą I_z, turėdami omenyje, kad $\omega_z = 2\pi n$.
10. Duomenys surašomi į lentelę:

n, s^{-1}	h, m	φ, rad	t, s	Ω, s^{-1}	F, N	M, Nm	L, Nm$\cdot$s	ω_z, s^{-1}	I_z, kg$\cdot$m^2

4.3. Garsas. Ultragarsas

- Garso bangos, jų kilmė ir savybės.
- Garso bangų atspindys ir lūžimas.
- Garso bangų panaudojimas medicinoje.
- Ultragarsas, jo generacija ir savybės.
- Ultragarso sąveika su biologiniais audiniais. Taikymai medicinoje.
- Akustinis Doplerio efektas. Jo taikymas medicinoje.

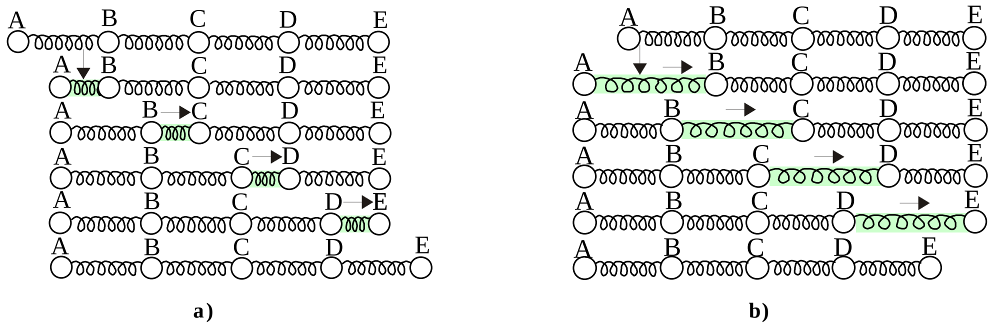
4.3.1. Garso bangos, jų kilmė

Akustika (gr. *akustikos* – klausos, girdėjimo) – viena iš seniausių mokslo sričių, tirianti garso sukėlimą, sklidimą ir sąveiką su medžiaga. Šiuolaikinis akustikos mokslas apima daugybę įvairių temų, tačiau dažniausiai akustika suprantama kaip mokslas apie žmogaus klausos organu – ausimi girdimų svyravimų (nuo 16 Hz iki 20 kHz) ir bangų sklidimą dujose, skysčiuose ir kietuosiuose kūnuose.

Savo prigimtimi garso bangos yra mechaninės, todėl joms sklisti reikia tam tikros tamprios terpės ir jos negali sklisti vakuumu. Tai demonstruoja toks bandymas: skambantį kūną, pavyzdžiui, elektrinį skambutį, padėjus po oro siurblio gaubtu, siurbiant orą iš po gaubto, garsas vis silpnėja, kol pasidaro visai negirdimas. Todėl galima daryti išvadą, kad atmosferos oras perduoda iš įvairių šaltinių garsus žmogaus ausiai. Garsas atsiranda dinamiškai sutrikdžius vieną iš minėtų terpių. Toks trikdys paprastai keičia makroskopinius terpės parametrus – slėgį, tankį, temperatūrą ir kt. Norint aprašyti garsą, reikia nustatyti šių parametrų sąryšius (jie užrašomi lygčių pavidalu).

Kiekvieną terpę sudarančias daleles riša tamprumo jėgos. Todėl, išjudinus vieną terpės dalelę iš pusiausvyros padėties, visada atsiranda tamprumo jėga, kuri stengiasi grąžinti ją į pusiausvyros padėtį. Kai terpė suspaudžiama, dalelės artėja viena prie kitos, toje vietoje susidaro *didesnio slėgio sritis* (*sutankėjimas*). Tuo momentu atsiranda stūmos jėgos, kurios verčia terpės daleles tolti vieną nuo kitos. Kai jos nutolsta didesniais negu normaliomis sąlygomis atstumais, toje vietoje susidaro *mažesnio slėgio sritis* (*išretėjimas*). Tačiau šalia yra didesnio slėgio sritis, kurioje atsiradusios stūmos jėgos stengiasi dalelę grąžinti į pusiausvyros padėtį. Taip tarpusavyje sąveikaudamos dalelės sukelia terpėje svyravimus (slėgio kitimus), kurie bangos pavidalu sklinda visomis kryptimis.

Garso bangų atsiradimo modelis pavaizduotas 4.3.1 paveiksle. Įsivaizduokite terpės daleles kaip mažos masės rutuliukus, sujungtus spyruoklėmis. Paveiksle pavaizduota tokių sujungtų spyruoklėmis dalelių seka. Jei A dalelė kokios nors išorinės jėgos pastumiama į dešinę, tai spyruoklė tarp A ir B dalelių suspaudžiama. Spyruoklės didėjanti jėga verčia ir B dalelę judėti į dešinę, tokiu būdu didindama spyruoklės jėgą tarp B ir C dalelių, ir t. t. Dalelių pozicijos tolesniais laiko tarpais parodytos 4.3.1 paveiksle, a. Čia matyti, kad prasidėjęs kairėje sutankėjimas juda išilgai linijos dešinėn. Tačiau realioje terpėje iš visų pusių daleles A ir E supa daugiau dalelių, todėl jų sąveika bus sudėtingesnė, negu aprašyta modelyje, vadinasi, į tai reikia atsižvelgti sprendžiant konkrečius uždavinius.



4.3.1 pav. Garso bangų atsiradimo modelis: *sutankėjimo* (a) arba *išretėjimo* (b) sklidimas išilgai terpės dalelių

A dalelę patraukus į kairę (4.3.1 pav., b) nuo pradinės jos padėties, spyruoklė tarp A ir B dalelių ištempiama, ji pailgėja. Spyruoklės įtempis verčia judėti į kairę B dalelę, po to ir C dalelę, ir t. t. Kaip atsiradę išretėjimai juda išilgai linijos dešinėn nuo dalelės prie dalelės, parodyta 4.3.1 paveiksle, b. Matyti, kad dalelių virpesiai vyksta išilgai bangos sklidimo krypties. Bendru atveju garso bangoje dalelių virpesiai dujose ar skystyje nukreipti išilgai sklidimo krypties. Tokios bangos vadinamos *išilginėmis*. *Skersinėmis* bangomis vadinamos tokios, kuriose dalelės virpa statmenai bangos sklidimo krypčiai. Kietuosiuose kūnuose galimos tiek išilginės, tiek skersinės tampriosios bangos. Jų greičius atitinkamai aprašo formulės:

$$c_L = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad \text{ir} \quad c_T = \sqrt{\frac{G}{\rho}}\,. \tag{4.3.1}$$

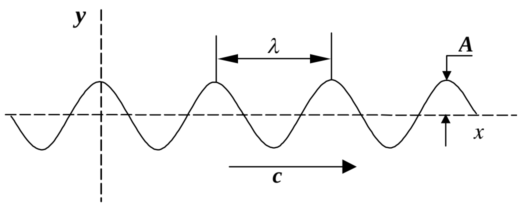
Kadangi Jungo modulis E didesnis nei šlyties modulis G (plačiau apie šiuos modulius žr. 5.6 skyrių), tai išilginių garso bangų greitis c_L toje pačioje medžiagoje didesnis nei skersinių bangų greitis c_T.

Garsus sukelia svyravimai. Taigi galima teigti, kad paprasčiausi ir maloniausi klausai garsai, būtent muzikinės natos, atitinka harmoninius virpesius (gr. *harmonia* – darna), t. y. periodinį fizikinio dydžio kitimą, vykstantį pagal sinuso arba kosinuso dėsnį. Dydis, kurio kitimas sudaro virpesį, gali būti terpės dalelių poslinkis tam tikra kryptimi, slėgis tam tikrame taške ir kt. Labai svarbios yra harmoninės bangos, kuriose visi dydžiai yra harmoninės laiko funkcijos (4.3.2 pav.). Šiuo atveju banga, sklindanti išilgai pasirinktos krypties, pavyzdžiui, x ašies, aprašoma lygtimi, kuri apibrėžia virpančios dalelės poslinkio s priklausomybę nuo koordinatės x bet kuriuo laiko momentu t:

$$s = A\cos[\omega(t - x/c)]; \tag{4.3.2}$$

čia A – virpesių amplitudė, c – bangos sklidimo greitis, ω – kampinis dažnis.

Garso bangą apibūdina jos ilgis, dažnis ir greitis. *Bangos ilgis* λ – tai atstumas tarp dviejų gretimų periodinės bangos sklidimo kryptimi taškų, kurių fazė tam tikru laiku yra ta pati. Vieno



4.3.2 pav. Harmoninė banga tam tikru laiko momentu

svyravimų ciklo trukmė vadinama *periodu*, o dydis, atvirkščias periodui – *garso bangos dažniu ν*. *Garso bangos greičiu* vadinamas svyravimų sklidimo terpėje greitis. Jis priklauso nuo terpės, kuria sklinda garso banga, tamprumo savybių, temperatūros bei atmosferos slėgio.

Pavyzdžiui, garso greitis ore yra lygus 332 m/s, esant 0°C temperatūrai ir normaliam slėgiui. Priedų 6 lentelėje pateikti garso bangų įvairiose terpėse greičiai.

Garso greitį, bangos ilgį ir dažnį sieja lygybė

$$c = \lambda \nu. \qquad (4.3.3)$$

Didėjant dažniui, trumpėja bangos ilgis, bet greitis toje pačioje terpėje išlieka nepakitęs. Garso greitis didėja pereinant iš oro į skystį ir toliau į kietąjį kūną, nes $\lambda_{ore} < \lambda_{sk} < \lambda_{kk}$.

Garso stiprį lemia garso bangos svyravimų amplitudė, o aukštį – dažnis.

Garsai skirstomi į tonus ir triukšmus. *Tonu* vadinamas periodinis harmoninis garsas, kurio amplitudė ir dažnis kinta tolygiai. Tonai skirstomi į paprastus (harmoninius) ir sudėtingus. Paprastuosius tonus galima išgauti kamertonu ar garso generatoriumi, o sudėtinguosius skleidžia muzikos instrumentai, žmogaus kalbos aparatas (balsės). Garso tonas apibūdinamas svyravimų dažniu, amplitude ir forma arba harmoniniu spektru.

Triukšmu vadinami patys įvairiausi garsai, kurių stipris, dažnis, amplitudė laikui bėgant kinta netvarkingai. Triukšmams priskiriami plojimai, girgždėjimas, mašinų vibracijos, kalbos priebalsės ir pan.

Garso, kaip mechaninės bangos, charakteristika yra jos *stipris I* ir *garso* (*akustinis*) *slėgis p*. Garso banga perneša energiją (virpančių aplinkos dalelių kinetinės ir potencinės energijų suma), bet neperneša medžiagos (terpės dalelės tik virpa apie savo pusiausvyros padėtis). Pernešamas garso banga *energijos srautas Φ* yra lygus:

$$\Phi = Pt; \qquad (4.3.4)$$

čia t – laiko tarpas, P – garso galia.

Srauto tankis (arba *garso bangos stipris*) I yra garso, pereinančio per paviršių, statmeną sklidimo krypčiai, galia, tenkanti to paviršiaus ploto vienetui:

$$I = P/S,$$

o taškinio šaltinio atveju

$$I = P/\,4\pi r^2\,; \qquad (4.3.5)$$

čia S – paviršiaus plotas, į kurį krinta garso banga.

Kita vertus, bėgančiosios plokščiosios garso bangos energijos srauto tankis, arba stipris, priklauso nuo bangos amplitudės A kvadrato ir terpės tankio ρ:

$$I = \frac{\rho\omega^2 cA^2}{2}. \tag{4.3.6}$$

Garso stipris SI vienetų sistemoje matuojamas vatais kvadratiniam metrui (W/m^2).

Praktiškai dažniau naudojamas ne garso stipris, bet garso slėgis p, atsirandantis garso bangai sklindant terpe. Plokščiosios harmoninės bangos garso slėgis su garso stipriu susietas tokiu sąryšiu:

$$I = p^2/(2\rho c); \tag{4.3.7}$$

čia ρ – terpės tankis, c – garso greitis. Sandauga $\rho c = Z_c$ vadinama *bangine* (*akustine*) *varža* (žr. priedų 7 lentelę). Ši varža yra svarbi terpės (biologinių audinių) charakteristika, sąlygojanti garso bangos atspindį ir lūžį dviejų terpių riboje.

4.3.2. Garso bangų atspindys ir lūžis

Garso bangos atspindys gali vykti, kai banga sklinda per dviejų skirtingų terpių ribą, pavyzdžiui, iš oro į vandenį, iš oro į žmogaus organizmo audinius ir pan. Paprastai dalis garso bangos atsispindi, t. y. grįžta į pirmąją terpę, o dalis yra sugeriama ir / ar perduodama kitai terpei. Vykstant garso bangos lūžiui, keičiasi bangos sklidimo naujoje terpėje kryptis, nes joje kitoks bangos sklidimo greitis. Garso bangos atspindžio ir lūžio dėsniai yra analogiški šviesos atspindžio ir lūžio dėsniams (žr. 7.1 skyrių).

Kiekvienu atveju dviejų terpių riboje galima rasti garso bangos *atspindžio r ir praleidimo τ faktorius.* Šie faktoriai priklauso nuo terpės banginės varžos. Atspindžio faktorius lygus atspindėtosios ir krintančiosios garso bangų galių santykiui:

$$r = \frac{P_1'}{P_1}, \text{ arba išreiškus per tų terpių bangines varžas } r = \left|\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}\right|^2. \tag{4.3.8}$$

Praleidimo faktorius lygus praleistosios ir krintančiosios garso bangų galių santykiui:

$$\tau = \frac{P_2}{P_1}, \text{ arba išreiškus per tų terpių bangines varžas } \tau = \frac{4Z_1Z_2}{|Z_1 + Z_2|^2}. \tag{4.3.9}$$

Šiose formulėse $Z_1 = \rho_1 c_1$ – pirmosios terpės banginė varža, o $Z_2 = \rho_2 c_2$ – antrosios terpės banginė varža.

Be atspindžio ir lūžio, dar gali vykti garso bangos sklaidos reiškinys, kurį apibūdina *sklaidos* faktorius δ. Jis lygus išsklaidytosios ir krintančiosios garso galių santykiui.

Pastaba. Kai kuriuose literatūros šaltiniuose vietoje ‘faktoriaus’ termino, kuris yra apibrėžtas LST ISO 31 standarte, vartojamas atitikmuo ‘koeficientas’. Pavyzdžiui, vietoje ‘praleidimo faktoriaus’ – ‘pralaidumo koeficientas’.

Akivaizdu, kad šiems reiškiniams turi galioti sąryšis $\delta + r + \tau = 1$, išplaukiantis iš energijos tvermės dėsnio. Reikia pažymėti, kad atspindžio ir praleidimo faktoriai nepriklauso nuo to, iš kurios pusės banga krinta, ir (4.3.8) formulės nesikeičia. Kai visa krintančiosios bangos energija atsispindi, $r = 1$, o $\tau = 0$; kai nėra atsispindėjusios bangos, $r = 0$, visa bangos energija patenka į antrąją terpę $\tau = 1$ (sakoma, kad nėra ir sklaidos).

Garso energija tiek iš oro į vandenį, tiek atvirkščiai perduodama labai blogai. Tuo galima įsitikinti apskaičiavus garso perėjimo iš oro į vandenį ir atgal praleidimo faktorių. Oro $\rho_1 = 1{,}25$ kg/m^3, $c_1 \approx 340$ m/s, $\rho_1 c_1 \approx 420$ kg/m^{2}s; vandens $\rho_2 = 1000$ kg/m^3, $c_2 \approx 1500$ m/s, $\rho_2 c_2 \approx 1{,}5 \cdot 10^6$ kg/m^{2}s. Garsui sklindant iš oro į vandenį $\tau = 0{,}00114$.

4.3.3. Garso sklidimas apribotose terpėse

Kaip jau pažymėta anksčiau, plokščioji banga yra idealizacija, ji turėtų užpildyti visą erdvę. Akivaizdu, kad tokios bangos realiai gamtoje neegzistuoja. Bet kokios, išspinduliuotos į neapribotą terpę garso bangos amplitudė, bangai sklindant į visas puses, mažėja dėl difrakcijos, analogiškos šviesos bangų difrakcijai (žr. 7.4 skyrių 2-oje vadovėlio dalyje). Tuo tarpu terpėje, apribotoje vamzdžiu, banga neišsisklaido. Garsas neišsisklaidydamas sklinda vandentiekio vamzdžiais, ventiliacijos kanalais, metro tuneliais. Metro taip triukšminga yra todėl, kad judančio traukinio garsas neišsisklaido į šalis, o sklinda išilgai tunelio.

Siaurais vamzdžiais (kai skersiniai matmenys mažesni nei bangos ilgis) gali sklisti tik plokščiosios garso bangos, bėgančios išilgai vamzdžio. Plačiais vamzdžiais gali sklisti daug sudėtingesnės skersinės sandaros bangos. Jei apvalus a spindulio vamzdis yra labai siauras $(a << \lambda)$, tai bangos sklidimas jame nepriklauso nuo to, ar jis tiesus, ar išlenktas, jis gali būti net su lūžiais. Visais atvejais dalelių slėgis ir greitis, praktiškai visada likdamas pastovus vamzdžio pjūvyje, priklauso tik nuo atstumo, skaičiuojamo išilgai vamzdžio ašies. Be to, garso greitis visada lygus garso greičiui neapribotoje terpėje. Todėl siauri vamzdžiai yra naudojami norint juose gauti plokščiąją bangą, pavyzdžiui, plokščiosios bangos greičiams matuoti. Lenkti siauri vamzdžiai plačiai naudojami varinių pučiamųjų instrumentų gamybai. Vamzdžiai sulenkiami, kad sumažėtų instrumento matmenys. Garsas, išgaunamas lenktu vamzdžiu, turi tokį pat aukštį, kaip ir išgautas tiesiu to paties ilgio vamzdžiu.

Siaurame begaliniame vamzdyje gali egzistuoti laisvi bet kokio dažnio harmoniniai garso virpesiai. Vamzdžiuose su uždengtais galais yra kitaip. Čia galimos tik stovinčiosios garso bangos ir tik tam tikrų dažnių, kurie vadinami *savaisiais vamzdžio garso virpesiais*. Norint rasti savąjį virpesių dažnį, reikia turėti omenyje štai ką. Ant absoliučiai kietų sienelių terpės dalelių greitis lygus nuliui (4.3.3 pav., a). Todėl ant dangtelių turi būti slėgio pūpsniai (4.3.3 pav., b). Jei vamzdis uždengtas iš abiejų galų, tai jo ilgyje L telpa n (sveikasis skaičius) pusbangių. Taigi pagrindinio tono bangos ilgis yra $\lambda_1 = 2L$, o obertonų bangų ilgiai n kartų mažesni už pagrindinio tono bangos ilgį. Taigi savųjų uždaro iš abiejų galų vamzdžio garso virpesių bangos ilgiai yra

$$\lambda_n = 2L/n, \quad n = 1, 2, 3, \ldots . \tag{4.3.10}$$

Prie atvirojo vamzdžio galo garso (o ne atmosferinis) slėgis turi būti lygus nuliui, t. y. prie jo turi susidaryti slėgio mazgas ir greičio pūpsnis. Todėl vamzdžiui, atidengtam iš abiejų galų, savųjų virpesių bangos ilgiai sutampa su (4.3.10) formule.

Vamzdžio, uždengto kietu dangteliu tik iš vieno galo, savųjų svyravimų bangos ilgiai, kaip nesunku įsitikinti pažvelgus į 4.3.4 paveikslą, nustatomi iš sąryšio

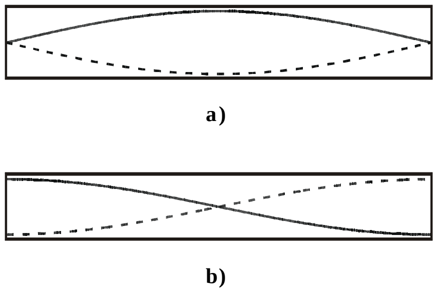
$$\lambda_n = 4L/(2n-1); \qquad (4.3.11)$$

čia L – vamzdžio ilgis, $n = 1, 2, 3, \ldots$.

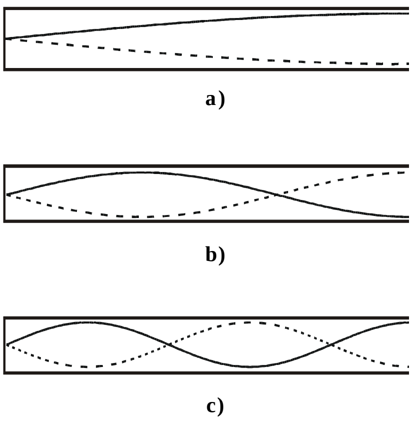
Savieji svyravimai tolydžio gęsta. Tai lemia ne tik oro stulpe vykstantys reiškiniai (vidinė trintis, šilumos mainai), bet ir garso bangų spinduliavimas iš vamzdžio angos į ją supantį orą. Savųjų svyravimų dinamikos vamzdyje uždavinys, įskaitant garso spinduliavimą, yra labai sudėtingas. Reikia pažymėti, kad garso slėgis atvirojo vamzdžio gale ne visai tiksliai yra lygus nuliui ir tai lemia garso spinduliavimas iš to atvirojo vamzdžio galo. Tam tikru artiniu spinduliavimo poveikį garso bangos ilgiui galima apibendrinti taip. Spinduliavimo egzistavimas tartum pailgina R spindulio vamzdį ir pakeičia savosios bangos ilgį:

$$\frac{\lambda_n}{4}(2n-1) \cong L + 0{,}8R, \quad n = 1, 2, 3, \ldots . \qquad (4.3.12)$$

Šie samprotavimai teisingi ir rezonansinei dėžei, naudojamai kamertono skleidžiamam garsui sustiprinti. Dėžės ilgis parenkamas toks, kad joje esančio oro savasis pagrindinio svyravimo dažnis sutaptų su kamertono svyravimų dažniu. Šiuo atveju dėžės ilgis šiek tiek mažesnis nei ketvirtis bangos ilgio λ_1 ore.



4.3.3 pav. Pagrindinio tono virpesių greičio (a) ir slėgio (b) amplitudžių pasiskirstymas išilgai uždaro vamzdžio



4.3.4 pav. Trijų pirmųjų savųjų svyravimų greičio amplitudžių pasiskirstymas išilgai vamzdžio, kietu dangteliu uždengto tik iš vieno galo

Atsižvelgus į spinduliavimą iš abiejų atvirų apskrito vamzdžio galų, gaunamas toks savųjų dažnių santykis:

$$L = n\lambda_n/2 - 1{,}6R, \quad n = 1, 2, 3, \ldots . \qquad (4.3.13)$$

Taigi baigtinių matmenų vamzdyje gali vykti tik tam tikro dažnio svyravimai. Tačiau vamzdį veikiant pašalinėmis jėgomis, galima sukurti bet kokio dažnio priverstinius svyravimus. Kaip ir sutelktos sistemos, pavyzdžiui, švytuoklės, atveju, priverstinio poveikio dažniui sutampant su kokiu nors savuoju vamzdžio dažniu, atsiranda rezonansiniai reiškiniai ir svyravimų amplitudė smarkiai padidėja. Ją skaičiuojant, jau reikia įskaityti nuostolius, susijusius su garso sugertimi ir spinduliavimu.

4.3.4. Garso taikymas medicinoje

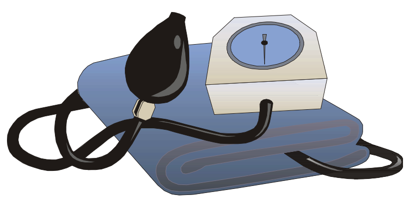
Daugelis procesų, vykstančių žmogaus organizme, pavyzdžiui, kvėpavimas, širdies ir kitų organų darbas, sukelia įvairius garsus. Tokių garsų registravimas ir analizė yra vieni iš svarbiausių klinikinių tyrimų. Plačiausiai naudojamas ir paprasčiausias tokio tipo instrumentas yra visiems gerai žinomas *fonendoskopas* (4.3.5 pav.). Šis prietaisas susideda iš jautrios membranos ir dviejų lanksčių siaurų vamzdelių, nukreipiančių garso svyravimus į ausų būgnelius. Oro stulpo rezonansas, atsirandantis rezonatoriuje su įtempta membrana, sustiprina garsą ir palengvina jo analizę. Mažas vamzdelių skersmuo, kaip jau buvo minėta, užtikrina gerą garso sklidimą tais lenktais vamzdeliais be pakitimų.

Pavyzdžiui, spindulinės arterijos keliamų pulso bangų fiksavimu (klausantis per fonendoskopą) paremtas arterinio kraujo slėgio matavimo metodas. Oro slėgis pripučiamojoje manžetėje (4.3.6 pav.) pakeliamas virš sistolinio slėgio, o po to lėtai mažinamas atsukant specialų čiaupą. Oro slėgiui susilyginus su sistoliniu, pradedami girdėti charakteringi garsai. Šių garsų atsiradimas susijęs su sudėtingu pulso bangos sklidimo iš dalies užspaustoje arterijoje pobūdžiu. Kai slėgis manžetėje pasidaro mažesnis nei diastolinis, kraujas arterija ima tekėti netrukdomai, ir minėtieji garsai išnyksta.

Kaip minėjome, *triukšmu* vadinami patys įvairiausi garsai, susidedantys iš daugelio nekoreliuotų tonų, kurių dažnis, intensyvumas ir trukmė netvarkingai kinta. Triukšmas dažnai pasitaiko gamtoje, jis lydi įvairius atmosferos reiškinius, turbulentinius vandens srautus ir kt. Atskirai reikėtų išskirti pramoninį triukšmą, kurį kelia įvairios mašinos ir mechanizmai. Veikdamas nervų sistemą, triukšmas didina nuovargį, mažina darbingumą ir sukelia įvairius nervinius negalavimus. Todėl ypač svarbu imtis priemonių triukšmui mažinti. Triukšmo garsumui matuoti yra naudojami įvairūs prietaisai, vadinami *triukšmamačiais*.

4.3.5 pav. Fonendoskopas

Ryškiausias garso panaudojimo gyvojoje gamtoje pavyzdys yra žmogaus kalba ir įvairių gyvūnų echolokacija: nuo šikšnosparnio iki delfino. Reikia pažymėti, kad šikšnosparniai geba pasinaudoti Doplerio efektu. Registruodami atspindėto ultragarso signalo dažnio pokytį, jie gali nustatyti juos supančių objektų padėtį ir judėjimą nuosavo judėjimo vektoriaus krypties atžvilgiu. Tokiu būdu jie gali nejudančius objektus atskirti nuo judančiųjų, pavyzdžiui, vabzdžių, kuriais jie minta.



4.3.6 pav. Kraujo arterinio slėgio matavimo prietaisas

Minėtų garso bangų dažnių sritis nėra baigtinė, tokią priima tik žmogaus klausos organas – ausis. Realiai egzistuoja ir didesnio, ir mažesnio dažnio garso bangos, tačiau žmogus jų negirdi. Bangos, kurių dažnis mažesnis nei 20 Hz, vadinami *infragarsu*, jei didesnis nei 20 kHz – *ultragarsu*.

Infragarsas yra dedamoji įvairių triukšmų dalis. Ore infragarsas greitai užgęsta, tačiau gerai sklinda tampriomis terpėmis, taip pat ir vandeniu. Medicininiai tyrimai parodė, kad infragarsiniai svyravimai yra labai pavojingi. Negirdimos bangos sukelia žmogui prislėgtumo jausmą ir nepaaiškinamą baimę. Bet kuriame gyvajame organizme egzistuoja savieji svyruojamieji žemo dažnio judesiai. Jei infragarso periodas yra artimas šiems svyravimams, įvyksta rezonansas. Silpni infragarsai veikia vidinę ausį ir sukelia jūros ligą, stiprūs – priverčia organus vibruoti, o širdis gali net sustoti.

Žmogaus kūnas – visiškai neskaidrus regimojoje srityje. Poreikis „matyti“ neskaidriose terpėse šiuolaikiniame moksle, medicinoje, technikoje atsiranda praktiškai kiekviename žingsnyje. Tokią „matymo“ galimybę suteikia akustika, ypač plačiai klinikinėje praktikoje taikoma *ultragarsinė diagnostika*.

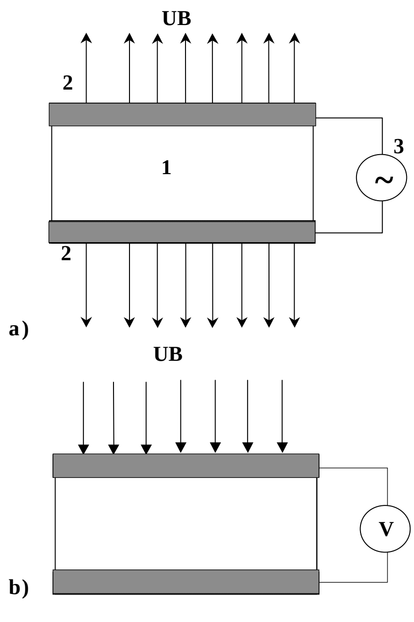
Todėl toliau aprašomos ultragarso bangos, jų savybės ir panaudojimas medicinoje.

4.3.5. Ultragarsas, jo generacija ir savybės

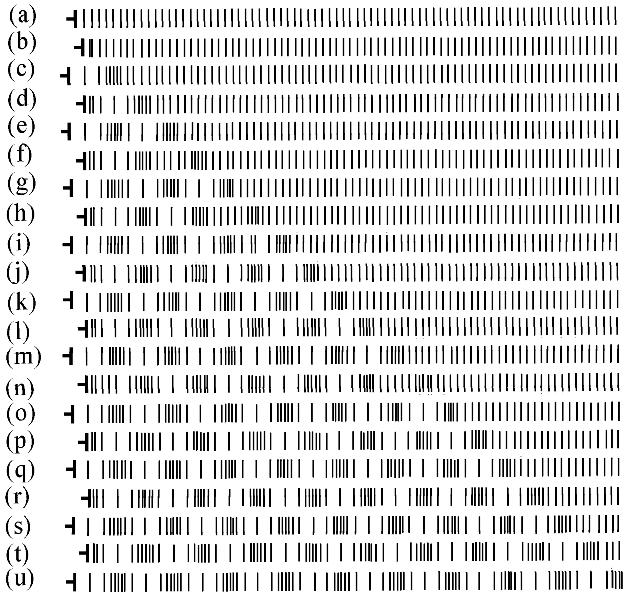
Ultragarsu vadinamos 0,02–200 MHz dažnio mechaninės bangos. Jos skirstomos į žemo dažnio 60–80 kHz (skleidžia delfinai, šikšnosparniai ir įvairūs dirbtiniai triukšmai) ir aukšto dažnio nuo 80 kHz iki 100 MHz bangas (jas dažniausiai sukuria dirbtiniai pjezoelektriniai šaltiniai, turintys elektrinių virpesių generatorių). Medicinoje diagnostikai dažniausiai naudojamas 1–30 MHz dažnio ultragarsas. Elektromechaninių ultragarso šaltinių ir imtuvų veikimas pagrįstas *pjezoelektriniu efektu* (4.3.7 pav.). Atvirkštinis pjezoelektrinis efektas naudojamas ultragarso šaltiniuose. Jo esmė ta, kad, veikiant elektriniu lauku, pjezoelektrinio kristalo darbinių matmenų kitimas, sustiprintas rezonansu, sukuria kietajame kūne ar skystyje ultragarso bangą (UB). Toks UB generatorius (4.3.7 pav., a) paprastai sudarytas iš:

1) medžiagos, išsiskiriančios geromis pjezoelektrinėmis savybėmis, plokštelės;
2) laidaus sluoksnio pavidalo elektrodų;
3) elektros srovės generatoriaus.

Prie elektrodų prijungus kintamą elektros įtampą, plokštelė pradeda virpėti ultragarsiniu dažniu (generuojama UB). UB imtuvas veikia tiesioginio pjezoelektrinio efekto principu: mechaninė ultragarso banga sukelia kristalo deformaciją, dėl to generuojamas kintamas elektrinis laukas (galima užfiksuoti prijungtu voltmetru; 4.3.7 pav., b).



4.3.7 pav. Atvirkštinio (a) ir tiesioginio (b) pjezoelektrinio efekto schemos



4.3.8 pav. Ultragarso bangos generacija, kai judantis objektas kontaktuoja su skysčiu

UB generacija pavaizduota 4.3.8 paveiksle: (a) – stacionarus objektas (kairėje) kontaktuoja su skysčiu; (b) – objektas juda link skysčio, sukeldamas lokalią aukštesnio slėgio sritį; (c) – objektas juda priešinga kryptimi, tuo tarpu ultragarso slėgio banga sklinda toliau dešinėn; (d)–(u) objektas toliau svyruoja apie (a) eilutėje nurodytą padėtį, generuodamas bangas, kurios sklinda skystyje.

Ultragarso banga, kaip ir garso banga (GB), apibūdinama bangos ilgiu, dažniu, greičiu. Garso ir ultragarso bangų greičiai yra apytiksliai lygūs ($c_{GB} \approx c_{UB}$), tačiau UB ilgis daug mažesnis negu GB ($\lambda_{UB} << \lambda_{GB}$), todėl UB nuo plokščio šaltinio sklinda pakankamai siauru pluošteliu, kurį lengva fokusuoti.

UB, susidūrusi su kietu objektu, veikia jį tam tikra *spinduliuotės jėga*, kuri tiesiogiai priklauso nuo UB galios. Taip išmatuojama bangos pernešama energija. Paprastai diagnostikai taikomų UB šaltinių spinduliuotės jėga yra labai maža, todėl diagnostikai reikia ypač didelio jautrio jutiklių.

UB stipris skaičiuojamas kaip ir garso bangos (4.3.5 ir 4.3.7 formulės), tačiau UB stipris daug didesnis negu GB (10, 100, 1000 W/cm^2). Pavyzdžiui, ultragarso šaltinio, kurio skersmuo 4 cm^2 ir kuris skleidžia 1 W galios bangą, garso stipris yra 0,25 W/cm^2 (2500 W/m^2). Dėl šios priežasties ultragarso bangos medicinoje taikomos daug plačiau negu garso bangos.

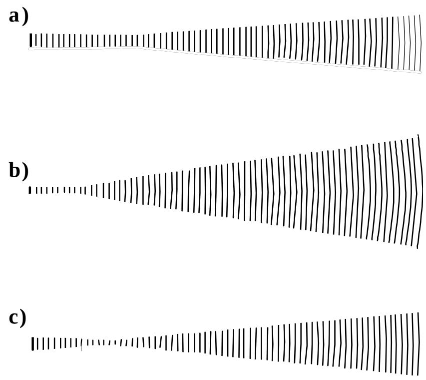
4.3.6. Ultragarso sklidimas skysčiais ir biologiniais audiniais, sąveika su medžiaga. Taikymai medicinoje

Sklisdama medžiaga, ultragarso banga sukelia labai įvairius vyksmus:

1. Mechaninius (medžiagų mikrostruktūros deformacijas, gali net suardyti medžiagą; kavitaciją, jonizaciją, disociaciją; smulkina įvairias terpes ir kt.).
2. Fizikinius-cheminius (mikrovibracijas ląsteliniame ir tarpląsteliniame lygmenyse; ardo biomakromolekules; pažeidžia pačias biologines membranas bei jų laidumą; turi šiluminį poveikį; ardo ląsteles ir mikroorganizmus).

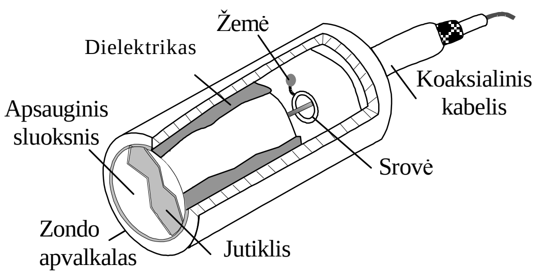
Dėl to ultragarsas plačiai taikomas medicininei diagnostikai ir terapijai (ultragarsinei fizioterapijai). Visi ultragarsiniai metodai pagrįsti UB sąveika su įvairiais skysčiais ir biologiniais audiniais: dėl to juose keičiasi ultragarso spinduliuotės savybės ir parametrai, todėl svarbu apie tai žinoti.

Pavyzdžiui, panardinus į vandenį ultragarso šaltinį, jo skleidžiamas ultragarso pluoštas, esant 3 MHz dažniui, 1500 m/s greičiui ir 0,5 mm bangos ilgiui parodytas 4.3.9 paveiksle, a. Kaip matyti iš paveikslo, pluošto forma ir plotis priklauso nuo šaltinio skersmens: kelių centimetrų gylyje pluoštas yra tokio pat pločio, kaip ir šaltinio skersmuo, tačiau tolstant jis platėja. Norint gauti ultragarsu gerą vaizdą, būtina turėti kuo siauresnį ultragarso pluoštą. Deja, tik mažinant šaltinio skersmenį, pakankamai siauro pluošto gauti nepavyksta. Tai matyti iš 4.3.9 paveikslo, b: perpus sumažinus šaltinio skersmenį, pluoštas yra siauras tik kelis centimetrus, o toliau jis išplinta.



4.3.9 pav. Apytikslė ultragarso pluošto vandenyje skėstis: nefokusuoto 10 mm skersmens (a); 5 mm – (b) ir sufokusuoto 10 mm skersmens (c) šaltinių

Norint gauti siaurą šviesos pluoštą, naudojami lęšiai ar įgaubti veidrodžiai. Panašiai fokusuojamas ultragarso pluoštas – plastikiniais lęšiais arba įgaubto (o ne plokščio) paviršiaus šaltiniais. Abiem atvejais rezultatas geresnis parodytu 4.3.9 paveiksle, c (tolstant nuo šaltinio pluoštas tolygiai platėja) atveju. Norint detaliau ištirti kokią nors žmogaus organizmo sritį, pavyzdžiui, širdį, paprastai naudojami ultragarso zondai (1–3 MHz), kurių pagrindinis elementas yra ultragarsinis jutiklis (4.3.10 pav.). Jutiklis paprastai atlieka dvi funkcijas: sukuria



4.3.10 pav. Tipinė ultragarsinio zondo schema ultragarso impulsą ir priima atsispindėjusį impulsą, be to, prijungus elektroninį (ar skaitmeninį) osciloskopą (žr. 6.6 skyrių 2-oje vadovėlio dalyje) tuos impulsus galima stebėti. Žinant laiko tarpą tarp impulsų galima nustatyti, kokiame gylyje yra objektas, o keičiant jutiklio padėtį – gauti duomenų apie objekto formą ir padėtį. Paprastai jutikliu matuojamas UB stipris prieš objektą ir už jo, po to sudaromas šešėlinis objekto vaizdas. Taip stebima įvairių organų veikla, pavyzdžiui, smegenų veikla echoencefalografu, kurio jutiklis dedamas prie kaukolės ir registruojama atsispindėjusio nuo galvos audinių ultragarso signalo amplitudės priklausomybė nuo laiko. Iš tikrųjų ultragarso bangos sklinda gana lėtai, todėl, esant charakteringiems organų dydžiams, kūne nėra sunku išmatuoti sklidimo trukmes. Todėl akustinių vaizdų formavimui taikomi įvairūs ultragarsiniai-impulsiniai metodai.

Akivaizdu, kad organizmo skysčiais – šlapimu, kraujo plazma ultragarsas sklinda panašiai kaip ir vandeniu. Juose ultragarso *silpimo koeficientas*, kuris apibrėžiamas kaip bangos galios lygio (išreikšto decibelais, žr. 4.4 skyrių) sumažėjimas per ilgio vienetą, yra labai mažas, o sklidimo greitis yra apie 1500 m/s. Silpimo koeficientas biologiniame audinyje yra daug didesnis negu vandenyje. Didėjant ultragarso dažniui, jis tiesiškai didėja. Audinyje 1 MHz dažnio bangos silpimo koeficientas lygus 1 dB/cm, o 10 MHz – 10 dB/cm. Kiekvienam audiniui tinkamiausias ultragarso dažnis parenkamas atskirai, nes jis priklauso nuo audinio tipo ir gylio, į kurį turi įsiskverbti banga. Kai tiriama sritis yra maža, pavyzdžiui, skenuojant akį, tada naudojama pakankamai aukšto (10 MHz) dažnio ir mažo bangos ilgio (0,15 mm) banga, kuri užtikrina gerą skiriamąją gebą (ji lemia sistemos gebėjimą išskirti smulkias detales vidaus organų akustiniame vaizde). Skenuojant pilvo ertmės organus, pasirenkamas 3 MHz ar žemesnis dažnis, kuris leidžia geriau įsiskverbti į šių organų audinius.

Kraujyje ir minkštuosiuose organizmo audiniuose (raumenyse, kepenyse, inkstuose) bangos sklidimo greitis skiriasi nuo greičio vandenyje tik keliais procentais. Vadinasi, šių organų matmenys gali būti nustatomi pakankamai tiksliai. Kai ultragarso banga susiduria su kauliniu audiniu, kurio banginė varža labai didelė, beveik visa garso energija atsispindi.

Skirtinga įvairių organizmo audinių ultragarso sugertimi ir atspindžiu dėl audinių skirtingų akustinių savybių (tankio ir banginės varžos (ρ, Z)) remiasi ultragarsinės diagnostikos metodas – *vidaus organų vaizdinimas ultragarsu*. Pavyzdžiui, ultragarsui pereinant iš kepenų į inkstus, atsispindės tik labai maža dalis bangos, nes šių organų tankiai ir bangos greičiai juose yra panašūs. Tačiau riebaluose bangos greitis ir tankis yra mažesni negu kepenyse, todėl didesnė dalis bangos energijos atsispindės nuo šių audinių ribos.

Beveik visa ultragarso bangos energija atsispindi oro ir biologinio audinio riboje, nes oro tankis yra daug mažesnis negu audinio, be to, bangos greitis ore yra tik 330 m/s. Todėl norint išvengti atspindžio nuo išorinių audinių, o esant aukštiems dažniams ir didelės oro sugerties, tarp ultragarso bangų šaltinio ir tiriamojo objekto tepamas tam tikras tirštas tepalas (gelis), suderinantis bangines šaltinio ir imtuvo varžas su išoriniais organizmo audiniais.

Atspindžių raštai formuoja vidaus organų vaizdą monitoriaus ekrane. Atspindėtą signalą apdorojant kompiuteriais, galima gauti tikslios informacijos apie organų didumą ir diagnozuoti įvairius susirgimus ankstyvoje stadijoje. Reikia pažymėti, kad ultragarsiniai metodai yra mažiau pavojingi negu tyrimai jonizuojančia spinduliuote. Kita vertus, ultragarso bangų greitis yra pakankamai didelis, kad būtų galima sukaupti informaciją ir atkurti visą kadrą per 80 ms. Kitaip sakant, atsiranda galimybė stebėti judančių elementų dinamiką (žr. 4.3.7 skyrelį). Ši galimybė su labai maža žalingo poveikio tyrimo metu tikimybe, ekonomiškumu ir pakankamu aparatūros paprastumu lemia tai, kad ultragarsiniai metodai taip plačiai taikomi medicininei diagnostikai.

4.3.7. Akustinis Doplerio efektas

Garso bangų, sklindančių terpėje, dažnis priklauso nuo garso šaltinio ir imtuvo judėjimo. Kai šaltinis ir imtuvas nejuda vienas kito atžvilgiu, garso dažnis, priimamas imtuvu, yra toks pat, kaip ir šaltinio skleidžiamo garso dažnis. Šaltiniui tolstant (ar artėjant) nuo imtuvo, registruojamas dažnis sumažėja (arba atvirkščiai – padidėja), kartu pasikeičia ir bangos ilgis – vyksta akustinis *Doplerio efektas*. Tai artėjimo atveju pavaizduota 4.3.11 paveiksle. Čia garso bangų šaltinis, kurio greitis v_s, juda terpėje (pavyzdžiui, ore ar vandenyje) į dešinę pusę. Garso bangos greitis šioje terpėje yra c. Po tam tikro laiko, kai bangų šaltinis praėjo 1,2, …5 padėtis, pastebėsime, kad atitinkamuose taškuose sužadintų bangų frontai yra nekoncentriškos sferos. Paveiksle matyti, kad bangos yra sutankėjusios toje pusėje, kur link juda šaltinis, ir atvirkščiai, priešingoje pusėje – yra išretėjusios. Vadinasi, dešinėje pusėje esantis nejudantis klausytojas registruos sumažėjusio bangos ilgio

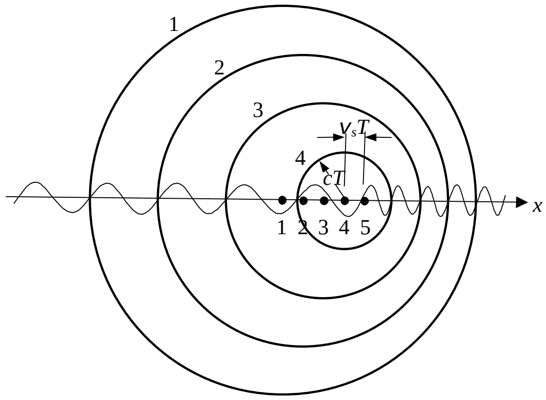
$$\lambda' = cT - v_s T \qquad (4.3.14)$$

ir padidėjusio dažnio

$$\nu' = \nu \frac{c}{c - v_s} \qquad (4.3.15)$$

bangą.

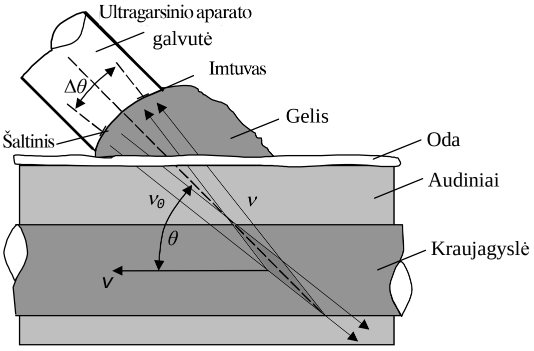
Doplerio metodu galima išmatuoti bangas spinduliuojančių šaltinių arba jas sklaidančių objektų judėjimo greitį. Šis metodas turi plačias praktinio taikymo galimybes. Su daugeliu fiziologinių žmogaus organizmo procesų susijusio judėjimo sukeltas Doplerio dažnių poslinkis, atsirandantis dėl Doplerio efekto, yra garso bangų diapazone. Todėl paprastais greičio indikatoriais (iš kurių garsas perduodamas į ausines arba į garsiakalbį) galima nustatyti kokio nors objekto judėjimą, o tam tikrais atvejais ir spręsti apie judėjimo pobūdį. Pavyzdžiui, tokie prietaisai buvo panaudoti moters įščiose vaisiaus širdies plakimui ir kraujagyslių sienelių virpėjimui nustatyti matuojant arterinį kraujo slėgį.



4.3.11 pav. Schema Doplerio efektui aiškinti

Tačiau didžiausią susidomėjimą kelia Doplerio efekto naudojimas kraujotakos parametrams registruoti ir matuoti, kai kraujo kūneliai sklaido ultragarsą. Matuojant ultragarsiniu jutikliu siunčiamo ir atsispindėjusio nuo judančių raudonųjų kraujo kūnelių signalų bangų dažnių skirtumą, nustatomas kraujo tėkmės greitis. Jei yra kraujo krešulys ar trombas, kraujo srovė kraujagyslėje apribojama, raudonieji kraujo kūneliai juda lėčiau ir tai registruoja ultragarsinis prietaisas. Panagrinėsime šį atvejį detaliau.

Ultragarsinio aparato galvutėje esantis šaltinis siunčia didelio dažnio ν_0 ultragarso bangas, kurios atsispindi nuo kraujagysle judančių kraujo kūnelių (4.3.12 pav.). Atsispindėjusias bangas su Doplerio dažnio poslinkiu ν_D registruoja esantis galvutėje imtuvas. Dažnį ν_D galima rasti atsižvelgus į tai, kad iš pradžių kraujo kūnelius galima nagrinėti kaip judantį imtuvą. Tada imtuvo registruojamas dažnis nustatomas kampu $\theta - \Delta\theta/2$. Po to šio dažnio bangos išsklaidomos (išspinduliuojamos) judančiais kraujo kūneliais ir registruojamos ultragarsinio aparato galvutėje esančiame imtuve kampu $\theta + \Delta\theta/2$. Atsižvelgus į tai, kad žmogaus audiniuose ultragarso bangų greitis ($c \sim 1500$ m/s) daug kartų didesnis negu kraujo tėkmės greitis ($v \sim 1$ m/s) ir kampas $\Delta\theta$ paprastai yra mažas, gaunama tokia Doplerio dažnių poslinkio formulė:



4.3.12 pav. Ultragarsinio Doplerio metodo kraujo tėkmės greičiui matuoti schema

$$\nu_D = \frac{2v\cos\theta}{c}\nu_0. \qquad (4.3.16)$$

Iš formulės matyti, kad Doplerio dažnių poslinkis yra proporcingas kraujo tėkmės linijiniam greičiui, šaltinio dažniui, atvirkščiai proporcingas ultragarso greičiui audiniuose ir priklauso nuo kraujo tėkmės greičio krypties. Jeigu ultragarso dažnis yra apie 10 MHz, tai ultragarsinės bangos Doplerio poslinkio dažniai yra žmogaus girdimumo diapazone. Ultragarsinis Doplerio metodas plačiai taikomas klinikinėje praktikoje, pavyzdžiui, nustatant arterijos patologines susiaurėjimo vietas, kuriose padidėja kraujo tėkmės greitis.

LABORATORINIS DARBAS

Garso greičio ore nustatymas

Darbo užduotis

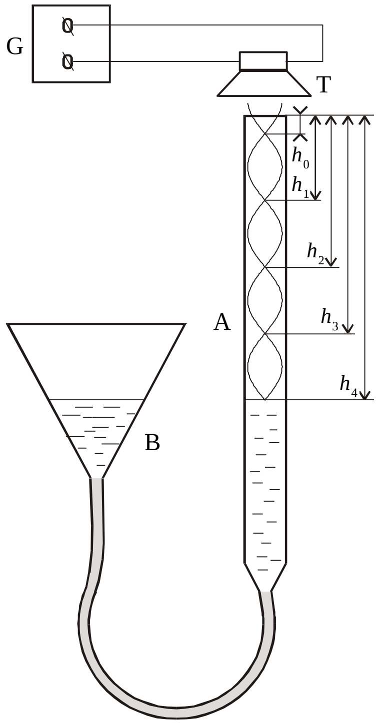
- Nustatykite garso greitį ore stovinčiųjų bangų metodu.

Darbo priemonės ir prietaisai

Prietaisas garso greičiui ore nustatyti; garso generatorius, stiklinė kolba su vandeniu, jungiamieji laidai.

Darbo metodika

Prietaiso garso greičiui nustatyti schema pavaizduota 4.3.13 paveiksle. Ją sudaro akustinio dažnio virpesių generatorius (G), garsiakalbis (T), piltuvėlis (B) ir stiklinis vamzdis (A), į kurį pilamas vanduo. Garsiakalbis (T) yra akustinių bangų šaltinis. Sklindanti vamzdžiu (A) banga atsispindi nuo vandens paviršiaus ir grįžta atgal. Šios dvi priešingomis kryptimis sklindančios bangos interferuoja, ir vamzdyje (A) susidaro stovinčioji banga, kai patenkinama vamzdžio ilgiui l akustinio rezonanso sąlyga $l = (n + 1/2)\lambda_{st}$; čia $n = 0, 1, ...$, $\lambda_{st} = \lambda / 2$ – stovinčiosios bangos ilgis. Kaip matyti iš brėžinio, stulpo viršuje yra stovinčiosios bangos terpės dalelių greičio svyravimų pupsnis, o apačioje – mazgas, nes viršuje yra laisvasis oro stulpo galas, o apačioje – atspindys nuo tankesnės terpės. Jeigu oro stulpe susidaro stovinčioji banga, tai girdimas pagarsėjimas. Tokių pagarsėjimų galima išgirsti keletą. Užrašius atitinkamus h_i, randamas rezonansinės garso bangos ilgis:



4.3.13 pav. Prietaiso garso greičiui nustatyti schema

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{(h_1 - h_0) + (h_2 - h_1) + \Lambda + (h_i - h_{i-1})}{i},$$

arba

$$\lambda = \frac{2(h_i - h_0)}{i}, \quad i = 1, 2, \ldots, n. \tag{4.3.17}$$

Darbo eiga

1. Įjungiamas generatorius ir nustatomas pasirinktas dažnis (pavyzdžiui, 800 Hz).
2. Piltuvėliu į stiklinį indą (A) pilamas vanduo ir, keičiant vandens stulpelio aukštį, klausomasi garsumo kitimo.
3. Išgirdus pagarsėjimus, nustatomos mazgų padėtys $h_0, h_1, \ldots, h_n$.
4. Įrašius matavimo rezultatus į (4.3.17) formulę, apskaičiuojamas bangos ilgis.
5. Randamas garso bangų ore greitis $c = \lambda\nu$.
6. Matavimai (1–5 punktai) kartojami kelis kartus, pakeitus generatoriaus dažnį.
7. Matavimų ir skaičiavimų duomenys surašomi į lentelę. Įvertinamas matavimų tikslumas.

ν, Hz	h_0, m	h_1, m	…	h_i, m	λ, m	c, m/s	Δc, m/s

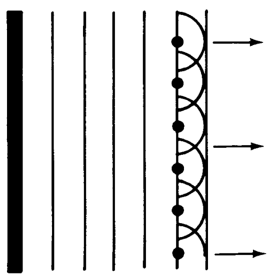
4.4. Klausos fizika

- Garso spinduliavimas.
- Žmogaus klausos organai.
- Garso suvokimas ir matavimas.
- Ausies girdimumo ribos spektrinė priklausomybė.
- Garso signalų transformacija: mikrofonai, telefonai.

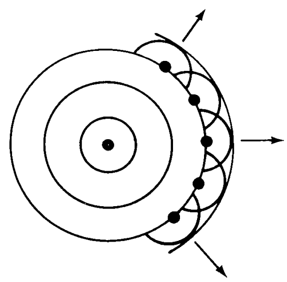
4.4.1. Garso spinduliavimas

Svyruojantis kūnas kuria apie save terpės sutankėjimus ir praretėjimus ir taip generuoja garso bangas. Šių bangų nešamos energijos šaltinis yra judančio kūno kinetinė energija. Šio spinduliavimo šaltinio suformuotas garso laukas priklauso tik nuo to šaltinio formos ir svyravimų pobūdžio. Kuriamų laukų charakteristikoms išnagrinėti naudojami supaprastinti modeliai, leidžiantys gana paprastai apskaičiuoti spinduliavimo šaltinių parametrus. Spinduliavimo šaltiniams, kurių matmenys pakankamai dideli, palyginti su bangos ilgiu, taikomas begalinės plokštumos, sinfaziškai svyruojančios savo normalės kryptimi kaip viena visuma, modelis (4.4.1 pav.). Tokia plokštuma kuria plokščiąją bėgančiąją bangą, kurioje slėgis ir dalelių svyravimo greitis kinta sinfaziškai. Plokščiąją bangą kuria ir svyruojantis siaurame vamzdyje stūmoklis. Plačiai taikomas mažos pulsuojančios sferos pavidalo šaltinio modelis. Plokščiojo ir sferinio bangos frontų formavimasis pavaizduotas 4.4.1 ir 4.4.2 paveiksluose.

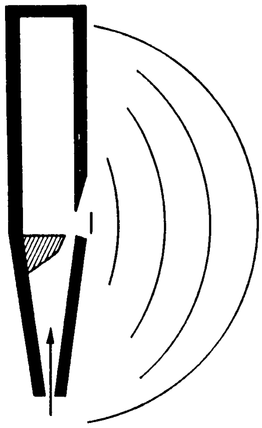
Sužadinti oro stulpo svyravimus, pavyzdžiui, vargonų vamzdyje, yra labai sudėtinga (4.4.3 pav.). Bendrais bruožais jį galima aprašyti taip. Tolygiai pučiant orą per pūstuką, oro ištekėjimas iš plyšio sukelia autosvyravimus. Iš tų sužadintų įvairaus dažnio svyravimų išlieka tie, kurių dažnis yra artimas vienam iš savųjų vamzdžio dažnių. Šiuo principu paremtas garso gavimas įvairiais švilpukais ir galingais gariniais garso generatoriais. Pastarieji neturi judančių dalių, todėl yra patikimi ir patogūs įvairiems pramoniniams tikslams. Šiuo principu remiasi ir dainuojančio žmogaus garso spinduliavimas (4.4.4 pav.).



4.4.1 pav. Plokščiosios bangos spinduliavimo modelis

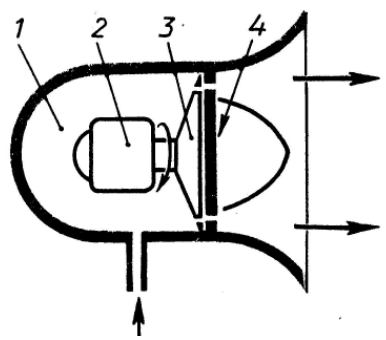


4.4.2 pav. Sferinės bangos spinduliavimo modelis



4.4.3 pav. Garso spinduliavimas vargonu

4.4.4 pav. Dainuojančio žmogaus spinduliuojamas garsas



4.4.5 pav. Garso sirenos schema: 1 – aukšto slėgio kamera, 2 – elektros variklis, 3 – rotorius, 4 – statorius

Kartais yra svarbu gauti kryptingą garso bangą. Tada reikia padidinti šaltinio matmenis. Tai padaryti galima *ruporu* – vamzdžio gabalu, kurio vienas galas tolydžiai platėjantis. Ruporai dažnai naudojami garsiakalbiams, tada smarkiai padidėja garso išspinduliavimas. Tai lemia net ir mažo dažnio bangų slėgio ir svyravimų greičio sinfaziškumą rupore. Pagal laiką suvidurkintas energijos srauto tankis – intensyvumas šiuo atveju yra maksimalus. Ruporai, naudojami sustiprinti ir padidinti kalbos kryptingumą, vadinami *megafonais*. Ruporai taip pat naudojami gautam garsui sustiprinti. Šiuo atveju prie siaurojo ruporo galo pridedama ausis ar koks kitas garso imtuvas. Dažnai garso kryptingumui padidinti yra specialūs akustiniai veidrodžiai ir lęšiai arba vietoje vieno šaltinio su dideliu ruporu naudojama tokių šaltinių sinfazinė sistema.

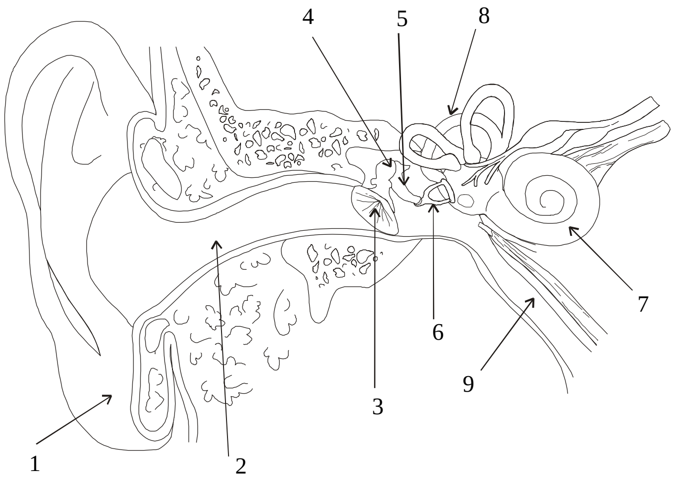
Sirenos yra stiprūs garso šaltiniai (4.4.5 pav.). Jų veikimas pagrįstas papildomos oro masės įpurškimu į nesutrikdytą terpę. Ašinėse sirenose elektrovariklis diską su skylėmis (rotorių) suka kito nejudančio disko, taip pat su skylėmis (statoriaus), atžvilgiu. Tarpas tarp rotoriaus ir statoriaus paprastai yra tik ~ 0,05 mm. Siurbliu suspaustas oras iš specialios kameros per rotoriaus ir statoriaus skyles patenka į ruporą. Slėgio, net ir garso, pulsaciją lemia skylių rotoriuje ir statoriuje skaičius, taip pat rotoriaus apsisukimų skaičius. Paleidžiant sireną apsukų skaičius didėja, todėl garsinio signalo aukštis kinta nuo žemo iki tam tikro stacionaraus aukščio. Oro sirenos dažniausiai naudojamos įspėjamajai signalizacijai kokių nors pavojų atveju: aviacijos antskrydžių karo metu, gaisro ir kt.

Visa informacija, perduodama transliacijos, telefoninio ryšio, garso stiprinimo, garso įrašymo ir atkūrimo sistemomis, yra skirta žmogui. Todėl, norint teisingai tokias sistemas projektuoti ir eksploatuoti, reikia žinoti žmogaus klausos savybes, nes žmogaus klausos organas yra savotiškas garso imtuvas, kuris labai skiriasi nuo žmogaus kuriamų garso imtuvų.

4.4.2. Žmogaus klausos organai

Klausos organais žmogus gauna daug ir įvairios informacijos apie jį supantį pasaulį. Žmogaus garso analizatorių sudaro specializuota garso svyravimų priėmimo, garso pojūčių formavimo ir garso formų atpažinimo sistema. Žmogaus ausis (4.4.6 pav.) susideda iš trijų dalių: išorinės, vidurinės ir vidinės ausies. Išorinę ausį sudaro kaušelis, išorinė klausomoji landa ir būgnelio plėvė. Išorinės ausies elementai reikalingi garsui nukreipti į minėtą būgnelio plėvę – membraną, visiškai uždengiančią išorinę landą pačiame jos gale. Vidurinė ausis, susidedanti iš tarpusavyje sujungtų klausos kaulelių (plaktuko, priekalo ir kilpos – kaulelio prie vidinės ausies), perduoda svyravimus vidinei ausiai, kurią sudaro sraigė, priešangė ir pusapvaliai kanalai – periferinė vestibulinio aparato dalis. Sraigėje garso virpesiai transformuojasi į nervinius impulsus, klausos nervu keliaujančius į smegenis.

Ausies kaušelis šiek tiek koncentruoja garso energiją, patenkančią į išorinę landą. Pastaroji sudaro savotišką rezonatorių ~ 2,7 cm ilgio vamzdelį, iš vieno galo dengiamą būgnelio plėvės. Jei ketvirtis garso bangos ilgio yra lygus landos ilgiui, įvyksta rezonansas (kaip parodyta 4.3.4 paveiksle). Būtent tai paaiškina žmogaus klausos jautrumo maksimumą esant ~ 3 kHz dažniui.



4.4.6 pav. Ausies sandara:
1 – ausies kaušelis, 2 – išorinė klausomoji landa (vamzdelis), 3 – būgnelis, 4 – plaktukas, 5 – priekalas, 6 – kilpa – kaulelis prie vidinės ausies, 7 – vidinės ausies sraigė, 8 – vestibulinis aparatas, 9 – anga, einantį į nosiaryklę

Būgnelį sudaro plona (apie 0,1 mm) pertvara, kuri yra daug plonesnė nei bangos ilgis. Todėl jos judėjimo greitis sutampa su oro dalelių virpėjimo dažniu. Minimaliąją girdimumo ribą atitinka plėvės poslinkis, kuris yra tik $\sim 10^{-11}$ m, t. y. mažesnis nei atomo spindulys. Maksimaliąją ribą, kai jau jaučiamas skausmas, atitinkantis plėvės poslinkis yra ~ 1 μm.

Vidurinė ausis garsinius oro svyravimus transformuoja į skystos vidinės ausies terpės svyravimus. Jei garso bangos tiesiogiai kristų į ovaliąją vidinės ausies angą, tai dėl skirtingų oro ir vandens banginių varžų į vidinę ausį patektų tik 0,1 % jų energijos. Vidurinės ausies kaulelių darbo principas yra panašus į sverto ir leidžia padidinti poveikio jėgą. Ausies būgnelio plėvės plotas (0,7 cm^2) yra kur kas didesnis nei ovaliosios vidinės ausies angos (0,03 cm^2). Todėl vidurinė ausis atlieka slėgio transformatoriaus funkciją, padidindama slėgį maždaug 20 kartų. Kita vertus, žmogaus ausis blogai girdi po vandeniu, nes dėl skirtingų vandens ir oro banginių varžų praktiškai visas garsas atsispindi nuo būgnelio plėvės. Todėl mūsų protėviai padarė neteisingą išvadą, kad povandeninis pasaulis – tylos pasaulis. Net atsirado posakis – „tyli kaip žuvis“. Iš tikrųjų žuvys yra be galo „plepios“. Tai paaiškėjo tik maždaug XX amžiaus 5-ąjį dešimtmetį, kai povandeniniam laivynui prireikė hidroakustinių registracijos sistemų. Vidurinė ausis atlieka dar vieną svarbią funkciją – apsaugo vidinę ausį nuo pernelyg didelių mechaninių apkrovų priimant labai stiprius garsus. To pasiekiama padidus kilpos judėjimo sudėtingumą, kai garso intensyvumas yra didelis.

Žmogaus ausis išsiskiria dažnio analizatoriaus savybėmis, diskretiniu suvokimu dažnio ir dinaminio diapazono atžvilgiu (analoginis garso signalas paverčiamas dvejetaine elektrinių impulsų seka). Visos šios operacijos vyksta vidinėje ausyje, vadinamojoje sraigėje. Sraigėje yra pagrindinė (baziliarinė) membrana, susidedanti iš daugelio tarpusavyje silpnai sujungtų pluoštų. Išilgai pagrindinės membranos išsidėsčiusios nervinės šaknelės, kurių kiekviena (o jų daugiau kaip 20 000) susižadina nuo pagrindinės membranos pluoštų prisilietimo ir siunčia į smegenų klausos centrą elektrinius impulsus. Ten atliekama sudėtinga šių impulsų analizė, kurios dėka žmogus nustato perduodamą pranešimą.

Kiekvienas pagrindinės membranos pluoštas rezonuoja tam tikru pastoviu tam pluoštui dažniu. Sudėtingas garsas, susidedantis iš daugelio dažninių dedamųjų, sukelia pluoštų, atitinkančių dažnines dedamąsias, svyravimus. Klausos analizatoriaus skiriamoji geba nedidelė, o klausos analizatoriaus rezonatoriaus pralaidumo juosta monoauralinės (vienausės) klausos atveju esant 300 Hz dažniui yra apie 50 Hz, 1000 Hz dažniui – 60 Hz, 3000 Hz – 150 Hz. Šios pralaidumo juostos vadinamos kritinėmis klausos juostelėmis.

Girdimumo dažnių juostą iš apačios riboja 16–20 Hz dažnis, o iš viršaus – 20 000 Hz. Šioje srityje žmogus įsimena tik kelis šimtus dažnio lygių (gradacijų), o šių gradacijų skaičius mažėjant garso intensyvumui staigiai mažėja ir vidutiniškai sudaro ne daugiau kaip 100–150. Gretimų lygių dažniai vidutiniškai skiriasi ne mažiau kaip 4 % (patys geriausi muzikantai nejunta filmų, nufilmuotų kinui 24 kadrų per sekundę greičiu ir rodomų per televiziją 25 kadrų per sekundę greičiu, ir atvirkščiai, įgarsinimo skambėjimo skirtumo). Žmogus netiesiogiai gali pajusti iki 0,3 % vidutinio dažnio pokytį, pavyzdžiui, lygindamas du vienas po kito einančius tonus. Pagal dviejų tonų dažnių mūšą galima pajusti dažnių skirtumus iki dešimtųjų herco dalių.

Medicinos šaka, tirianti klausą, jos pažeidimo priežastis, sutrikimo formas, gydymo, profilaktikos ir reabilitacijos būdus yra vadinama *audiologija* (lot. *audio* – girdžiu; gr. *logos* – mokslas).

4.4.3. Garso suvokimas ir matavimas

Pagrindinės membranos pluoštas virpėdamas suvirpina nervinės ląstelės plaukines ataugas ir didėjant jų svyravimų amplitudei, įvyksta sudirginimas, t. y. dėl ląstelės membranos deformacijos vyksta veikimo potencialo generacija. Nervinė ląstelė siunčia elektrinius impulsus į smegenų klausos centrą, garsas išgirstamas. Toks šuolinis perėjimas iš girdimos būsenos į negirdimą ir atgal vadinamas *girdimumo slenksčiu*. Optimali vidinės ausies konstrukcija ir didelis vidinės ausies jautrumas leidžia žmogui girdėti 1–3 kHz dažnių srityje garsą, kurio stipris yra tik $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2. Maksimalus garso stipris, kurį gali registruoti nepažeista žmogaus ausis, yra artimas 1 W/m^2. Taigi dinaminė garso signalų priėmimo sritis (10^{13}) yra labai didelė, ji viršija regos sritį (10^7).

Atskirų individų girdimumo slenkstis turi gana didelę sklaidą, pirmiausiai dėl pakitimų, susijusių su amžiumi, taip pat dėl darbo sąlygų. Tarp skausmo slenksčio ir girdimumo slenksčio yra pakankamai didelis intervalas.

XIX amžiaus vokiečių fiziologų darbai leido suprasti jutimo organų (akies, ausies ir kt.) funkcionavimo mechanizmus ir iš esmės suformuluoti psichofizikos pagrindus. *Psichofizika* – mokslas apie fizinių dirgiklių parametrų ir dėl jų atsirandančių pojūčių pobūdžio kiekybinius tarpusavio ryšius. E. Vėberis (*E. Weber*) padarė išvadą, kad skirtumas ΔI dviejų stimulų, vos skiriamų bandomojo, priklauso nuo stimulo I ir jų santykis yra pastovus dydis: $\Delta I / I = \text{const}$. Vėliau G. Fechneris (*G. Fechner*), remdamasis Vėberio dėsniu, išvedė logaritminį stimulo I ir pojūčio S ryšį. Iš tikrųjų, esant pakankamai mažiems dydžio pokyčiams, $\mathrm{d}S = K_0\, \mathrm{d}I / I$. Tai Vėberio ir Fechnerio dėsnio diferencialinė forma. Iš čia išplaukia, kad :

$$S(I) - S(I_0) = K_0 \ln \frac{I}{I_0} = K \lg \frac{I}{I_0}, \quad K_0 = K \lg \mathrm{e}. \tag{4.4.1}$$

Stimulo vertė I_0 parenkama tokia, kad dydžio S vertės būtų neneigiamos, t. y. $S(I_0) = 0$. Žmogaus ausiai parenkama minimali girdimo garso stiprio vertė $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2. Stimulų santykis I / I_0 tapo pagrindu *garso galios lygiams* įvesti (kai koeficientas $K = 1$, galių santykis išreiškiamas belais (B), kai $K = 10$, – decibelais (dB)):

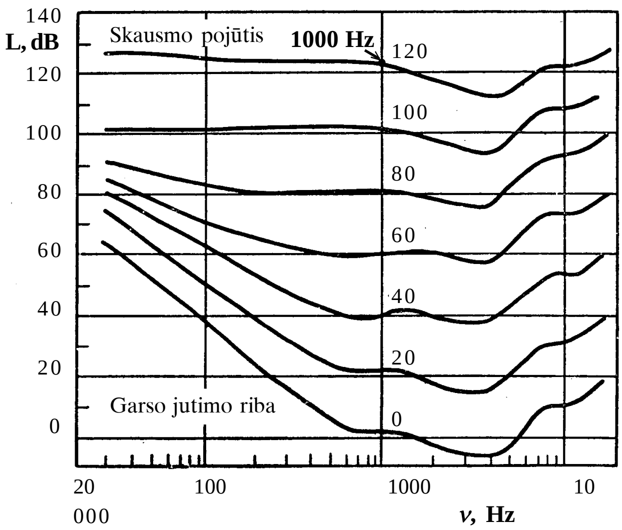
$$L_I = \lg (I / I_0)\,[\mathrm{B}], \qquad L_I = 10 \lg (I / I_0)\,[\mathrm{dB}]. \tag{4.4.2}$$

Belas – garso, kurio dažnis $\nu = 1$ kHz, galios lygio pokytis, kai garso stipris pakinta 10 kartų. Tačiau yra patogiau matuoti garso slėgį, nes žmogaus ausis tiesiogiai priima slėgio svyravimus. Garso slėgis ir techniniuose įrenginiuose yra lengviau registruojamas nei kiti akustiniai dydžiai: garso stipris, svyravimo greitis, poslinkis ir kt. Vidutinis kvadratinis slėgis, atitinkantis girdimumo ribą ore, yra $\bar{p}_0 \cong 2 \cdot 10^{-5}$ N/m^2. Tada garso slėgio lygiai išreiškiami decibelais formule

$$L_p = 20 \lg(\bar{p} / \bar{p}_0)\,[\mathrm{dB}]. \tag{4.4.3}$$

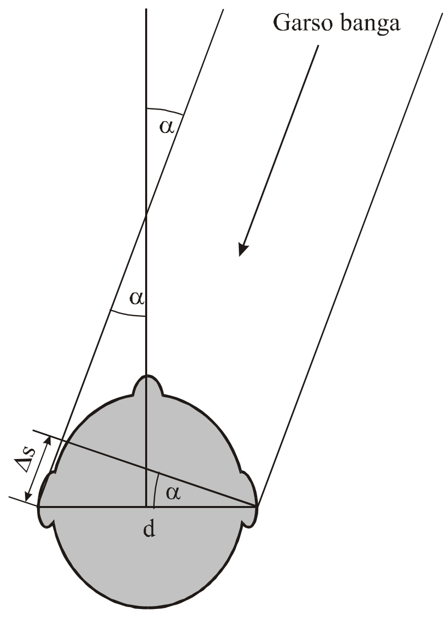
Garsis – subjektyvi garso suvokimo savybė, kuria remiantis garsai skirstomi nuo tylių iki garsių. Jis priklauso ne tik nuo garso stiprio, bet ir nuo dažnio, arba bendresniu atveju – nuo garso spektrinės sudėties, trukmės ir kitų garso charakteristikų. Tyloje girdėti uodo zyzimas, musės zvimbimas, laikrodžio tiksėjimas ir kiti garsai. Esant triukšmui ir trukdžiams, galima neišgirsti ir garsaus pokalbio, kitaip sakant, silpnų garsų girdimumo slenkstis išauga. Toks girdimumo slenksčio padidėjimas vadinamas maskuote.

Laisvai pasirinkto garso garsio lygio matavimas remiasi žmogaus gebėjimu palyginti dviejų garsų stiprį ar jų santykį. Šiuolaikiniai tyrinėjimai parodė Vėberio ir Fechnerio dėsnio (4.4.1) netikslumus. Kur kas tikslesnės yra laipsninės garso garsio G ir garso slėgio priklausomybės, pasiūlytos S. Styvensono (*S. Stevens*). Grynųjų tonų $G = \kappa(\bar{p} - \bar{p}_S)^n$; čia $\bar{p}_S$ – tam tikro dažnio bangos girdimumo slenkstis, κ – koeficientas, priklausantis nuo garso dažnio, trukmės ir individualių klausytojo savybių. Rodiklio n vertė priklauso nuo vidutinės kvadratinės garso slėgio vertės. Kai $L_{\bar{p}_S} < L_{\bar{p}} < 30$ dB, $n > 2$; kai 30 dB $< L_{\bar{p}} < 60$ dB, $n \approx 1$; kai $L_p > 60$ dB, $n \approx 0{,}5$. Praktiniuose uždaviniuose garso garsį priimta charakterizuoti *garsio lygiu*, matuojamu fonais. Tonui, kurio dažnis $\nu = 1$ kHz, garsio lygis fonais skaitiškai lygus garso slėgio lygiui decibelais. Laisvai pasirinkto garso garsio lygis nustatomas parenkant to paties garsio bangą, kurios dažnis $\nu = 1$ kHz. Toninių impulsų, kurių trukmė ilgesnė kaip 200 ms, girdimumo slenkstis nustatomas taip pat, kaip ir nuolatinio tono. Esant impulsų trukmėms $t < 200$ ms, girdimumo slenkstis priklauso nuo impulso trukmės santykio su 200 ms ir apibrėžiamas išraiška $I_{gs} = I_{imp} \cdot t / 200$. Du trumpi impulsai suvokiami kaip vienodo garsio, jeigu ta sandauga vienoda abiem impulsams. Kad būtų galima įvertinti harmoninio tono garsio lygius, naudojamasi suvidurkintomis pagal daugelį tiriamųjų vienodo garsio kreivėmis (4.4.7 pav.), patvirtintomis tarptautinio standarto. Jei tam tikro garso garsis yra lygus n fonų, tai reiškia, kad garsas turi tokį patį garsį, kaip ir garsas, kurio dažnis $\nu = 1$ kHz, o garso stipris n decibelų didesnis nei girdimumo slenkstis. Žemo (mažesnio nei 1000 Hz) dažnio garsai esant



4.4.7 pav. Vienodo garsio kreivės klausant abiem ausimis šiam garsiui yra stipresni nei aukštesnio (1000–3000 Hz) dažnio garsai. Pavyzdžiui, 60 Hz ir 40 dB garso stiprių garsas dar negirdimas. Šnabždesio garsio lygis yra apie 10–20 fonų, laikrodžių tiksėjimo – 20–30 fonų, kalbos – 40–50 fonų, garsios kalbos – 70–80 fonų, o lėktuvo variklio – apie 100–110 fonų. Girdimumo ribą didelių garso stiprių srityje lemia skausmo slenksčių egzistavimas. Skausmo slenksčiai mažai priklauso nuo garso dažnio ir yra 120–130 dB. Žmogaus vidutinė diferencinė garso garsio geba apytikriai yra 1 fonas. Esant klausos patologijai, ji gali keistis. Tai panaudojama diagnozuojant klausos pažeidimus.

Girdėjimo dviem ausimis efektas vadinamas binauraliniu. Jis pasireiškia kaip stereoakustinis (stereofoninis) efektas. *Binauralinę klausą* lemia dvi pagrindinės sąlygos. Pagrindinis žemų dažnių faktorius yra laiko momentų, kuriais garsas patenka į kairiąją ir į dešiniąją ausis, skirtumas, o aukštų dažnių – garso stiprių skirtumas. Stereoakustinis klausos efektas pasireiškia tuo, kad žmogus „jaučia“ skersinius garso šaltinio matmenis, taip pat jo „gylį“, t. y. garso šaltinio matmenis išilgai linijos, kurios kryptimi ateina garso bangos. Klausytojas pagal garsą lengvai atskiria vieno ar kito instrumento buvimo orkestre vietą (koordinates), t. y. klausa dviem ausimis sukuria akustinę perspektyvą. Šio gebėjimo fizikinis pagrindas yra tas, kad paprastai viena ausis yra toliau nuo garso šaltinio negu kita (4.4.8 pav.). Sklisdamas greičiu c, tolimesnę ausį garsas pasiekia laiko tarpu $\Delta t = \Delta s / c$ vėliau ir yra mažesnio garso stiprio. Žemesnių nei 300 Hz garsų lokalizacija neryški ir praktiškai galima tik dėl obertonų. 300–800 Hz dažnių garsams pagal užlaikymo trukmę ausis pajėgi atskirti fazių skirtumą kairiojoje ir dešiniojoje ausyse. Akivaizdu, kad kuo didesnė šio užlaikymo vertė, tuo didesnį kampą sudaro garso šaltinio kryptis su vidutine galvos linija. Įtakos turi ir ekranuojantis galvos poveikis, nes galvos matmenys yra artimi šių dažnių bangos ilgiui. Esant didesniems dažniams, dėl garso „šešėlio“ aplink žmogaus galvą garso galios skirtumai gali sudaryti 30 dB. Klausos sistema gali pajusti 1 dB slėgio skirtumus ir aptikti vos 30 μs vėlavimą. Tai atitinka apie 3° garso šaltinio nuokrypį nuo vidurinės linijos. Apskritai žmogaus klausos organas leidžia nustatyti garso šaltinio kryptį 1–4° tikslumu. Taigi suvokti fizikinį erdvinį tūrį galima dėl unikalių klausos sistemos laiko analizavimo galimybių.



4.4.8 pav. Garso lokalizacija

Garso bangos krypties nustatymo galvos vertikalioje plokštumoje tikslumas neviršija 20°. Toks pat nustatymo tikslumas pasiekiamas klausantis viena ausimi. Gebėjimas lokalizuoti garso šaltinį kinta esant įvairiai klausos patologijai. Tai panaudojama klinikinėje audiometrijoje prikurtimo formų diferencinei diagnostikai.

Žmogus negirdi garsų, žemesnių nei 16 Hz ir aukštesnių nei 20 kHz dažnių. Apatinė ir viršutinė ribos nėra tiksliai apibrėžtos. Žmogui senstant, viršutinė girdimų garsų riba mažėja. Nedaugelis penkiasdešimtmečių girdi 14–16 kHz dažnio garsus. Klausos tyrinėjimai (aštrumo nustatymas) vadinami *audiometrija*. Girdimumo kreivės slenkstiniai taškai paprastai nustatomi esant skirtingiems dažniams. Klausos praradimas apibrėžiamas kaip gautų rezultatų ir normos skirtumas. Grafikas, parodantis šį skirtumą decibelais priklausomai nuo garso dažnio, vadinamas *audiograma*. Tai pagrindinis dokumentas, parodantis žmogaus girdos (klausos) profilį. Audiogramos formoje, rekomenduotoje Tarptautinės standartų organizacijos, abscisėje nurodomas testuojamųjų tonų dažnis hercais (nuo 125 iki 8000 Hz), o ordinatėje – klausos lygis (angl. *Hearing Level* – HL) decibelais (nuo – 10 iki 120 dB_{HL}). Sveikų žmonių klausos jautrumo ribų vidurkis lygus nuliui (0 dB_{HL}).

Klausos lygis (klausos jutimo riba, girdos riba) audiogramoje žymimas sutartiniais simboliais: a) orinis laidumas (nemaskuojant): dešinioji ausis o, kairioji ausis ×; b) orinis laidumas (maskuojant): dešinioji ausis Δ, kairioji ausis □. Kaulinis laidumas atitinkamai žymimas simboliais: a) <, > ir b) [,]. Grafike orinis laidumas žymimas (simboliai jungiami) ištisine, o kaulinis – brūkšnine linijomis.

Žmogus sugeba skirti labai mažus garso dažnio pokyčius. Optimaliojoje klausos zonoje (1000–4000 Hz) garso dažnio skiriamoji (diferencinė) geba lygi 0,3 %. Vadinasi, pradiniam 1000 Hz tono dažniui pakitus 3 Hz, turintis normalią klausą žmogus jau girdi kitokio aukščio toną. Visų tonų diferencinė geba nėra vienoda; 50–100 Hz diapazone ji lygi 1 %. Esant klausos patologijai, ši geba gali kisti. Tai taikoma klinikinėje audiometrijoje diferencinei diagnostikai.

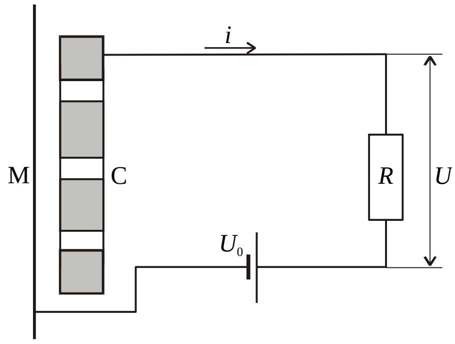
4.4.4. Garso signalų transformacija: mikrofonai, telefonai

Mikrofonai (gr. *mikro* – mažas ir *phone* – garsas) keičia garso signalus į elektrinius. Paprasčiausias ir labiausiai paplitęs *mikrofonas* – anglinis, naudojamas įprastame telefono ragelyje. Jautriojo elemento vaidmenį čia atlieka kapsulė su anglies milteliais ir diafragma, prijungta prie pastovios įtampos. Garso slegiama diafragma suspaudžia anglies miltelius. Miltelių lietimosi paviršiaus pokyčiai keičia elektrinę miltelių varžą. Pagal diafragmos virpėjimo taktą kinta ir mikrofono grandinės srovės stipris. Išeinantis kintamosios srovės signalas gali būti išskirtas transformatoriumi, kurio pirminė apvija įjungta į mikrofono grandinę. Anglies mikrofono dalelių kuriamų dažnių diapazonas nėra platus – nuo šimtų Hz iki kelių kHz, tačiau jo pakanka kalbai suvokti.

Praktiškai visuose mikrofonuose yra judantis elementas (diafragma, membrana), galintis svyruoti veikiant garso slėgiui. Tada jame vyksta mechaninė-elektrinė transformacija. Į mikrofono sudėtį įeina ir kiti jo praktiniam naudojimui būtini elementai: transformatoriai, stiprintuvai ir pan. Pagal mechaninės-elektrinės transformacijos principą mikrofonai skirstomi į induktyviuosius, talpinius, pjezoelektrinius ir pan. Ko gero, plačiausiai taikomi induktyvieji mikrofonai, kuriuose virpant membranai magnetinis laukas kinta specialioje ritėje, esančioje šalia tos membranos. Dėl elektromagnetinės indukcijos ritės išvadose indukuojama EVJ, kurios dydis priklauso nuo garso slėgio kitimo pobūdžio.

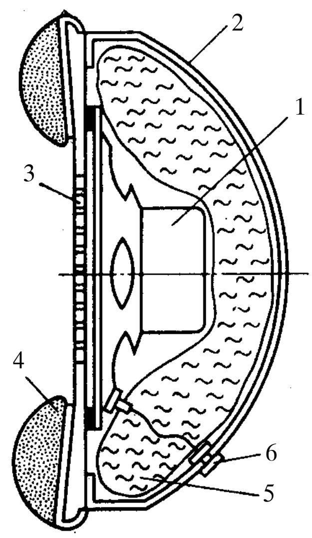
Tarp matavimui skirtų mikrofonų ypač aukštomis akustinėmis-elektrinėmis charakteristikomis išsiskiria kondensatoriniai mikrofonai, kuriuose judanti membrana M yra kondensatoriaus plokštelė

(4.4.9 pav.). Antrąją plokštelę atitinka nejudantis elektrodas C su skylėmis ir įdubimais, reikalingais transformacijos tiesiškumui užtikrinti. Veikiant garso slėgiui ir vykstant atitinkamiems membranos svyravimams, kondensatoriaus talpa kinta. Veikiant pastovios įtampos U_0 šaltiniui, per apkrovos varžą R teka įsikrovimo-išsikrovimo srovė i, sukurianti varžoje R įtampą U, pagal formą atkartojančią garso signalą. Dėl mažos membranos masės ir mažo jos storio 3–10 μm kondensatorinio mikrofono dažnių diapazonas gali būti nuo vienetų Hz iki 150 kHz ir daugiau, esant tolygiai dažninei charakteristikai. Jų jautris garso diapazone apytikriai yra 10 mV/Pa, o dinaminis diapazonas siekia 130 dB. Kondensatorinių mikrofonų kapsulė gali būti mažesnė nei 10 mm. Todėl miniatiūriniai kondensatoriniai mikrofonai yra pagrindiniai garso imtuvai matavimams ore.



4.4.9 pav. Kondensatorinis mikrofonas

Klausantis muzikos dabar labai populiarūs ausiniai telefonai. Iš jų plačiausiai paplitę yra nebrangūs elektrodinaminiai telefonai (4.4.10 pav.).



4.4.10 pav. Elektrodinaminis telefonas: 1 – mažas elektrodinaminis garsiakalbis, 2 – korpusas, 3 – perforuotas tinklelis, 4 – minkšta medžiaga, prisispaudžianti prie ausies, 5 – garsą sugerianti medžiaga, 6 – elektrinis kontaktas

Klausos jutimo ribos matavimas grindžiamas lyginimo principu. Nustatoma riba lyginama su dydžiu (0 dB_{HL}), kuris laikomas vidutine norma ir yra standartizuotas. Praktiškai audiometro nulinis lygis standartizuojamas akustiškai kalibruojant orinį telefoną. Tam naudojamas specialus prietaisas – dirbtinė ausis. Orinių telefonų generuojamų garso signalų stipris kalibruojamas matuojant garso slėgio lygį decibelais (dB_{SPL}) (angl. *Sound Pressure Level* – SPL). Gauti rezultatai iš dB_{SPL} perskaičiuojami į dB_{HL}, atimant etaloninio nulinio lygio dydį, kuris skirtingiems telefonams nevienodas. Kiekvieną etaloninį nulinį (minimalus girdimumas) garso slėgio lygį galima apibrėžti kaip 0 dB_{HL} kiekvienam fiksuotam dažniui. Leistinas ir subjektyvus audiometrų kalibravimas atliekamas nustatant konkrečiu audiometru dešimties ar daugiau otologiniu atžvilgiu sveikų asmenų klausos jautrumo ribų vidurkį. Šis kalibravimo metodas tinkamas tik konkrečiam audiometrui ir taikomas atliekant rutininę audiometrinės įrangos kontrolę.

Klausos jautrumas turi būti tiriamas specialioje patalpoje su garso izoliacija, kad aplinkos triukšmas nemaskuotų testuojamųjų tonų. Neturint audiometrinių kabinų, klausą galima testuoti kiek galima labiau izoliuotoje nuo aplinkos triukšmo patalpoje. Tačiau šiuo atveju turi būti išmatuotas aplinkos triukšmo lygis ir į jį atsižvelgiama interpretuojant tyrimų rezultatus.

Prieš pradedant matuoti klausos jutimo ribą, būtina įsitikinti, kad audiometras ir telefonai yra kalibruoti. Neleistina, kad pacientas laikytų ausines rankomis. Didinant ar mažinant lankelio ilgį, prie kurio pritvirtinti oriniai telefonai su ausinėmis, pasiekiama, kad ausinės priglustų prie ausies kaušelių ne per daug spausdamos. Paprastai pirma turi būti testuojama geriau girdinti ausis. Klausos jutimo riba pradedama matuoti nuo 1000 Hz tono, paskui – 2–8 kHz diapazone ir paskiausiai – 125, 250 ir 500 Hz tonams. Testuojamųjų signalų trukmė turi būti nuo 1 iki 2 s, o intervalai tarp jų – ne trumpesni nei signalų pateikimo trukmė. Testuojamas signalas pagal klasikinį psichofizinį ribų metodą gali būti pateikiamas stiprėjimo ar silpnėjimo tvarka, kol tiriamasis jį išgirsta arba nustoja jį girdėti. Klausos jutimo riba yra laikomas testuojamojo signalo, kurį pajėgia išgirsti tiriamasis, mažiausios garso galios lygis.

Orinio telefono generuojamos garso bangos suvirpina ir kaukolę. Šių virpesių stipris, aišku, kur kas mažesnis nei pirminio akustinio signalo. Tačiau šie virpesiai pereina galvą skersai ir paveikia priešingos ausies klausos analizatorių. Dėl šio kryžminio girdimumo testuojant blogiau girdinčią ausį neretai tenka geriau girdinčią (netestuojamą) ausį maskuoti tam tikro lygio akustiniu signalu. Maskavimo laipsnis priklauso ne tik nuo garsų stiprio, bet ir nuo jų dažnio. Kai klausos riba matuojama maskuojant priešingą ausį, testuojamojo ir maskuojamojo stimulų dažninės charakteristikos turi būti ganėtinai artimos. Labai svarbu nustatyti optimalų maskuojamojo signalo galios lygį. Kartais taikomas pastovus 70 dB maskuojamasis ūžesys.

Klausos jautrumas nėra pastovus, jis keičiasi. Klausos analizatorius optimaliai prisitaiko prie esamo garsumo. Ši klausos savybė vadinama klausos adaptacija. Tyloje klausos jautrumas didėja, ausis prisitaiko išgirsti patį tyliausią garsą. Adaptacija apsaugo ausį nuo stiprių ir ilgalaikių garsų poveikio. Jeigu ausį stiprus garsas dirgina ilgesnį laiką, pasireiškia klausos nuovargis. Pavyzdžiui, žmogui išbuvus apie 1,5 val. 100 dB triukšme, klausos jautrumas visiškai grįš į pradinį lygį tik maždaug po 1,5 paros. Tokiam triukšmui veikiant nuolatos, klausos jautrumas gali nebeatsinaujinti.

Audiometriniams matavimams vis plačiau naudojami kompiuteriai. Jais patogu kontroliuoti testuojamąjį akustinį stimulą ir analizuoti paciento atsakymus. Klausos jautrumo ribos, nustatytos įprastu ir kompiuteriniu audiometrais, gerai koreliuoja.

LABORATORINIS DARBAS

Klausos jutos ribos matavimas kompiuteriu

Darbo užduotis

- Nustatykite ausies girdimumo ribos spektrinę priklausomybę.

Darbo priemonės ir prietaisai

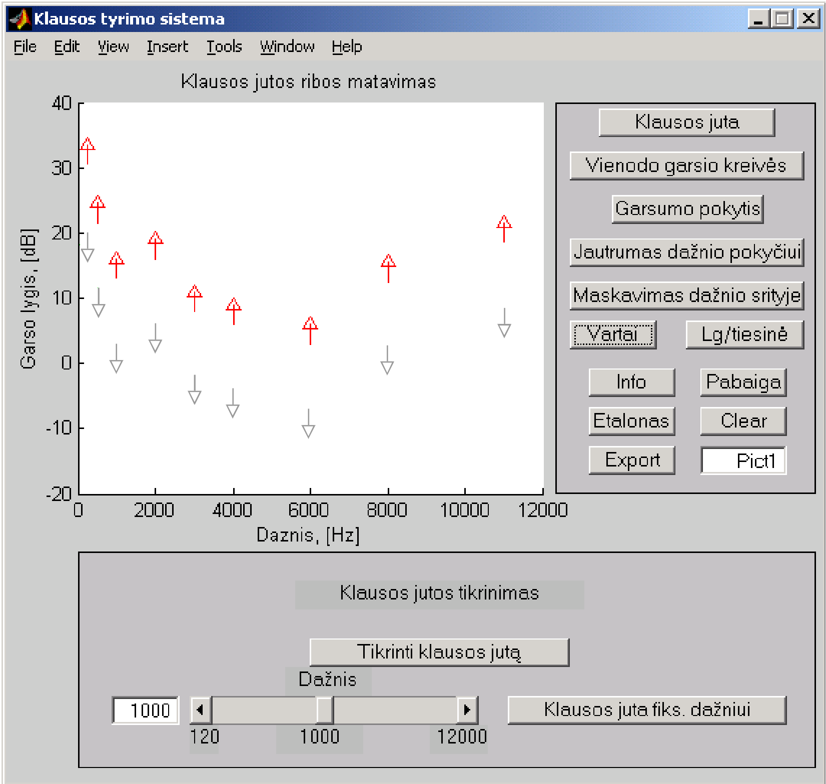
Kompiuteris, garsiakalbiai ir ausinės.

Darbo metodika

Šis darbas atliekamas kompiuteriu naudojantis MATLAB programų paketu ir VU MIF magistranto Donato Čiukšio sukurta originalia programa (vadovas doc. A. Bastys). Panašiai (tik, aišku, nuodugniau ir plačiau, tiksliau kalibruotais prietaisais) klausos tyrimai atliekami ir medicinos diagnostikos įstaigose, kur naudojami šiuolaikiški kompiuteriniai audiometrai.

Darbo eiga

1. Įjungus kompiuterį, pelės žymeklis nukelimas ties mygtuku <Start> ir spragtelima kairiuoju pelės klavišu. Atsiradusiame meniu žymekliu nukeliaujama iki žodžio <Programs> ir vėl spragtelima kairiuoju pelės klavišu. Atsiranda dar vienas sąrašas (submeniu), kuriame surandama eilutė <Matlab> ir, nustačius pelės žymeklį ties ta programa, spragtelima kairiuoju pelės klavišu. Atsiradus dar vienam sąrašui, pelės žymeklis nuvedamas iki <MATLAB 5.3> ir dukart spragtelima kairiuoju pelės klavišu. Ekrane pasirodo langas <MATLAB Command Window>.
2. Iš klaviatūros surenkamas žodis „klausa“ ir paspaudžiamas klaviatūros mygtukas <Enter>.
3. Kompiuterio ekrane atsiranda „Klausos tyrimo sistemos“ langas, pavaizduotas 4.4.11 paveiksle.
4. Pelės žymekliu nukeliaujama iki mygtuko „Klausos juta“ ir spragtelima pelės kairiuoju klavišu. Lango baltojoje pusėje atsiranda dvi etaloninės kreivės: žalia (nuoroda į geresnę klausą) ir raudona (nuoroda į blogesnę klausą). Lango apačioje pasirodo užrašas „Klausos jutos tikrinimas“.
5. Užsidedamos ausinės, prijungtos prie kompiuterio ar garso kolonėlės, sujungtos su kompiuteriu.
6. Pelės žymeklis nuvedamas iki užrašo „Tikrinti klausos jutą“ ir spragtelima pelės kairiuoju klavišu. Ekrane atsiranda langas, kuriame yra trys mygtukai su užrašais: „Jau nebegirdžiu“, „Pagarsink“, „Baigti eksperimentą“.
7. Jei per ausines garsas negirdimas, tai spaudžiamas mygtukas „Pagarsink“. Sklindantis iš ausinių garsas po truputį slopsta ir, kai jau skleidžiamas tam tikro dažnio signalas nebegirdimas, spaudžiamas mygtukas „Jau nebegirdžiu“. Tada baltajame lange atsiranda tam tikros spalvos (pvz., mėlynos) taškas. Po to pasigirsta kito dažnio signalas.
8. Kartojami 7-o punkto veiksmai visoms skalėje „Dažnis, Hz“ pateiktoms vertėms.
9. Po vieno ciklo darbas kartojamas dar kartą, tik negirdimumo ribos taškai automatiškai žymimi kita spalva. Matavimai atliekami mažiausiai tris kartus.



4.4.11 pav. Klausos tyrimo sistemos lango vaizdas

10. Baigus darbą, pelės žymeklis nuvedamas iki užrašo „Baigti eksperimentą“ ir spragtelima kairiuoju pelės klavišu.
11. Gautus taškus galima sujungti linija. Tai atliekama vienu iš būdų:
    a) ties meniu užrašu <Tools> spragtelima kairiuoju pelės klavišu;
    b) klaviatūros žymeklio judėjimo klavišais ↑, ↓ pasirenkama „Show Toolbar“ ir paspaudžiamas <Enter> klavišas.

    Taip iškviečiama braižymo įrankių juosta. Fiksuojant tam tikrą laiko tarpą pelės žymeklį ties atitinkamu mygtuku, atsiranda to mygtuko pavadinimas. Paspaudus mygtuką „Add line“, pelės žymeklis pasikeičia į +. Norimoje lapo vietoje pele nubrėžiama linija, jungianti du vienodos spalvos taškus. Taip sujungiami visi suaktyvintame lange matomi taškai.
12. Galima užrašyti grafiko pavadinimą. Tam iš įrankių juostos pasirenkamas mygtukas „Add text“. Pelės žymeklis pasikeičia į |. Nukėlus pelės žymeklį į norimą vietą, spragtelima kairiuoju klavišu ir užrašomas grafiko pavadinimas.
13. Duomenys išsaugomi dviem būdais. Pirmuoju išsaugomas vaizdas, o antruoju – išsaugoma duomenų bazė.

14. Norint išsaugoti tik vaizdą, lange <Klausos tyrimo sistema> pelės žymeklis nuvedamas iki <File>, spragtelima kairiuoju pelės klavišu, iš komandų sąrašo pasirenkama <Save As> ir vėl spragtelima kairiuoju pelės klavišu. Atsiradusiame lange ties eilute „File name“ užrašomas norimo dokumento pavadinimas. Dokumentui išsaugoti spragtelima kairiuoju pelės klavišu ties žodžiu „Save“.
15. Norint išsaugoti pačius duomenis, suaktyvinamas langas <MATLAB Command Window>. Pelės žymeklis nuvedamas iki <File>, spragtelima kairiuoju pelės klavišu, iš sąrašo pasirenkama komanda <Save Workspace As…> ir vėl spragtelima kairiuoju klavišu. Atsiradusiame lange ties eilute „File name“ užrašomas norimo dokumento pavadinimas. Dokumentui išsaugoti spragtelima kairiuoju pelės klavišu ties žodžiu „Save“.
16. Baigus darbą, pelės žymeklis lange <Klausos jutos ribos matavimas> nukeliamas prie dešiniajame kampe esančio kryželio „Close“ ir spragtelima kairiuoju pelės klavišu. Taip pat uždaromas ir <MATLAB Command Window> langas.