4.4. GIROSKOPINIŲ REIŠKINIŲ TYRIMAS

Darbo tikslas

Ištirti pagrindinius giroskopinius reiškinius – precesiją ir nutaciją.

Darbo užduotys

- Nustatyti giroskopo inercijos momentą.
- Ištirti precesijos periodo priklausomybę nuo giroskopo disko sukimosi dažnio ir giroskopą veikiančio jėgos momento.
- Ištirti nutacijos periodo priklausomybę nuo giroskopo disko sukimosi dažnio.

Teorinės temos

- Sukamąjį kūno judėjimą apibūdinantys fizikiniai parametrai: kampinis greitis ir pagreitis, inercijos momentas.
- Besisukančio kūno kinetinė energija.
- Jėgos petys ir jėgos momentas.
- Pagrindinis sukamojo judėjimo dinamikos dėsnis.
- Giroskopo sandara ir veikimo principas.
- Išorinių jėgų veikiamo giroskopo precesija ir nutacija.

Darbo priemonės ir prietaisai

Giroskopas, siūlas, svarelių laikiklis su įvairios masės svareliais, rankinis laikmatis, fotodetektorius.

Darbo metodika

Giroskopiniai reiškiniai

Žodis „giroskopas“ (gr. *gyros* – ratas, *skopeo* – žiūriu, stebiu) reiškia prietaisą sukimuisi aptikti. Tai yra greitai apie savo simetrijos ašį besisukantis simetriškas kietasis kūnas, kurio sukimosi (simetrijos) ašis gali keisti savo kryptį erdvėje. Giroskopo savybių turi, pavyzdžiui, važiuojančio automobilio ratas, kompaktinis diskas grotuve ir pan.

Kai giroskopo neveikia išorinės jėgos, pagal pagrindinį sukamojo judėjimo dinamikos dėsnį jo judesio kiekio momentas $\boldsymbol{L}$ būna pastovus:

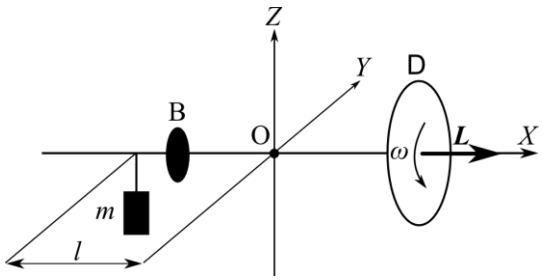
$$\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{M}\text{; kai } \boldsymbol{M} = 0\text{, tai } \frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t} = 0\text{, ir } \boldsymbol{L} = I\boldsymbol{\omega} = const., \qquad (4.4.1)$$

čia $\boldsymbol{M}$ – giroskopą veikiantis jėgos momentas, I – giroskopo inercijos momentas, $\boldsymbol{\omega}$ – giroskopo sukimosi kampinis greitis. Taigi, įsuktas giroskopas išlaiko tiek pastovų sukimosi greitį, tiek kryptį erdvėje.

Kai giroskopą veikia išorinė jėga, jo judėjimą aprašyti tampa sudėtingiau. Jei išorinės jėgos veikimo kryptis statmena giroskopo judesio kiekio momento krypčiai, tai, užuot sukęsis jėgos veikimo kryptimi, giroskopas pradeda suktis aplink laisvąją judėjimo ašį. Sukimosi kryptis yra statmena tiek jį veikiančiai jėgai, tiek jo judesio kiekio momentui. Toks giroskopo judėjimas

vadinamas *precesija*. Kitas svarbus giroskopinis reiškinys yra *nutacija* – periodiniai giroskopo svyravimai vertikalia kryptimi. Jų dažnis tiesiog proporcingas giroskopo sukimosi dažniui. Nutaciją patiria tiek laisvas, tiek išorinių jėgų veikiamas giroskopas.

Tarkim, ant įsukto giroskopo atstumu l nuo masės centro pakabinamas svoris m (4.4.1 pav.), sukuriantis pastovų jėgos momentą $M = mgl$. Užuot pasviręs arba nuvirtęs, giroskopas pradeda suktis ratu. Tada precesijos kampinis greitis Ω yra



4.4.1 pav. Išorinės jėgos veikiamo giroskopo schema: D – giroskopo diskas, B – balansinis svoris, O – giroskopo masės centras, m – svarelis, X, Y, Z – Dekarto koordinačių sistemos ašys

$$\Omega = \frac{mgl}{I\omega}, \tag{4.4.2}$$

t. y. jis tiesiogiai proporcingas giroskopą veikiančiam jėgos momentui ir atvirkščiai proporcingas jo turimam judesio kiekiui. Kampinis sukimosi greitis ω ir periodas T susiję taip: $\omega = 2\pi/T$. Tada, panaudojus (4.4.2) išraišką, precesijos periodą T_{prec} galima išsireikšti taip:

$$T_{\text{prec}} = \frac{4\pi^2 l}{mgl} \cdot \frac{1}{T}. \tag{4.4.3}$$

Taigi, T_{prec} tiesiogiai proporcingas giroskopo inercijos momentui I ir atvirkščiai proporcingas jo sukimosi periodui T. Žinant inercijos momentą ir giroskopo sukimosi greitį, galima apskaičiuoti precesijos greitį arba atvirkščiai.

Svarbiausia sukimąsi patiriančio kūno charakteristika yra *inercijos momentas*. Jis apibūdina kūno priešinimąsi išorinės jėgos poveikiui, kai kūną bandoma sukti. Tai masės, kuri apibūdina kūno inertiškumą tiesiaeigio judėjimo atveju, analogas sukamajame judėjime.

Jei giroskopas yra plonas besisukantis diskas, tai jo teorinis inercijos momentas I_{teor} yra lygus

$$I_{\text{teor}} = \frac{\pi}{2} dR^4 \rho, \tag{4.4.4}$$

čia d – pagrindinio (didžiojo) disko storis, R – jo spindulys, ρ – tankis.

Eksperimentiškai giroskopo inercijos momentas šiame darbe nustatomas keliais būdais. Paprasčiausiu atveju giroskopo inercijos momentą galima nustatyti veikiant giroskopo diską žinomos vertės jėgos momentu. Šį momentą sukurs prie r spindulio disko siūlu pritvirtintas m masės svarelis, veikiamas gravitacijos. Paleidus svarelį judėti laisvai, jis dėl gravitacijos pradės leistis žemyn, sukti diską ir suteiks diskui kampinį pagreitį $\varepsilon = \Delta\omega/\Delta t$ (čia ω yra kampinis greitis). Pagreitis priklausys tiek nuo išorinio poveikio – svarelio sukuriamo jėgos momento $M = mgr$, tiek nuo disko savybių – jo inercijos momento I. Svarelis, kol nusileis iki pagrindo, judės laiko tarpą Δt. Svareliui pasiekus pagrindą ir sustojus, nebeliks išorinės jėgos, greitinančios arba lėtinančios disko sukimąsi. Vadinasi, visas judesio kiekio momentas ir kartu kampinis sukimosi greitis ω, kurį galėjo įgyti giroskopas, buvo įgytas tik leidžiantis svareliui. Šiai sistemai galima pritaikyti pagrindinį sukamojo judėjimo dinamikos dėsnį:

$$\frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{M}{I}. \tag{4.4.5}$$

Pradinis disko sukimosi kampinis greitis buvo nulinis, todėl pokytis $\Delta\omega = \omega - \omega_0 = \omega - 0 = \omega$. Tada lygtis (4.4.5) užrašoma taip:

$$\frac{\omega}{\Delta t} = \frac{mgr}{I}. \qquad (4.4.6)$$

Iš šios formulės išreiškiamas inercijos momentas I:

$$I = \frac{mgr \cdot \Delta t}{\omega}. \qquad (4.4.7)$$

Šiame laboratoriniame darbe bus matuojamas ne kampinis greitis ω, o periodas T, todėl (4.4.7) formulė perrašoma taip:

$$I = \frac{mgr \cdot \Delta t \cdot T}{2\pi}. \qquad (4.4.8)$$

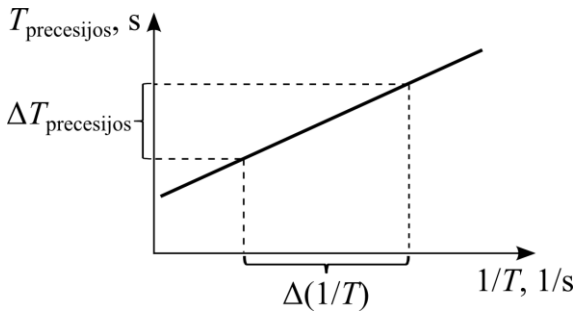
Kita vertus, pagal (4.4.2) ir (4.4.3) formules, giroskopo inercijos momentas susijęs su jo sukimosi ir precesijos greičiais. Žinant šiuos greičius galima apskaičiuoti inercijos momentą. Konstantų ir dydžių rinkinys $4\pi^2 I/mgl$ ((4.4.3) formulė) eksperimento metu išlieka pastovus, todėl jis pažymimas k:

$$k = \frac{4\pi^2 I}{mgl}. \qquad (4.4.9)$$

Vienintelis kintamasis yra disko sukimosi periodas T. Jei T yra tam tikras skaičius, tai ir $1/T$ yra tam tikras skaičius; jis trumpiau pažymimas x. Pritaikius šiuos pažymėjimus formulei (4.4.3), ji užrašoma taip:

$$T_{\text{precesijos}} = kx. \qquad (4.4.10)$$

Panaudojus naujus pažymėjimus, (4.4.3) lygtis tapo tiesės – paprasčiausios matematinės funkcijos – lygtimi. Vadinasi, (4.4.3) lygtimi aprašoma priklausomybė yra tiesinė (tai matyti nubraižius šios priklausomybės grafiką – x ašyje atidėjus $1/T$, o y ašyje T_{prec}). Tikėtina, kad dėl paklaidų nubraižytas grafikas nebus ideali tiesė, tačiau bendra tendencija turėtų būti akivaizdi. Tokiu atveju ne visai tvarkingai išsidėstę taškai yra *aproksimuojami* tiese.



4.4.2 pav. Tiesės posvyrio koeficiento apskaičiavimas

Inercijos momentas susijęs su šios tiesės posvyrio koeficientu k ((4.4.9) formulė), kuris apskaičiuojamas taip: pasirenkama kokia nors tiesės atkarpa y ašyje ir ją atitinkanti atkarpa x ašyje (4.4.2 pav.). Apskaičiuojamas šių atkarpų santykis – posvyrio koeficientas:

$$k = \frac{\Delta T_{\text{prec}}}{\Delta(1/T)}. \qquad (4.4.11)$$

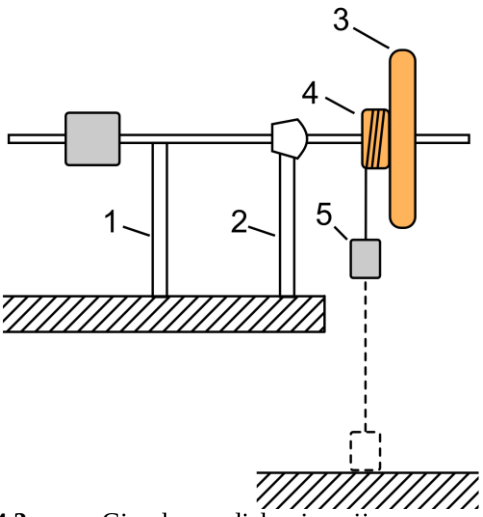
Kita vertus, raide k buvo pažymėta sandauga $4\pi^2 I/mgl$. Todėl iš (4.4.9) formulės išreiškiamas inercijos momentas:

$$I = k \cdot \frac{mgl}{4\pi^2}. \qquad (4.4.12)$$

Darbo eiga

Giroskopo disko inercijos momento nustatymas

1. Surenkama eksperimento schema (4.4.3 pav.): giroskopas vertikaliais strypais 1 ir 2 bei laikikliais įtvirtinamas nejudamai, įjungiamas fotodetektorius ir nustatoma periodo matavimo veika. Fotodetektorius pastatomas šalia didžiojo giroskopo disko 3 taip, kad nė viena dalimi jo nekliudytų, bet ant disko užklijuotas popieriaus lapelis galėtų užtemdyti fotodetektorių.
2. Ant mažesniojo disko 4 prikabinamas ir užvyniojamas siūlas, o ant laisvojo siūlo galo prikabinamas pasirinktos masės svarelis 5 (vien svarelio laikiklis sveria 10 g!).
3. Pasirenkamas atskaitos taškas, nuo kurio svarelis bus paleidžiamas, pavyzdžiui, stalo kampas ar pan.
4. Svarelis paleidžiamas judėti laisvai. Paleidimo momentu rankiniu laikmačiu pradedama, o svareliui pasiekus pagrindą, baigiama matuoti svarelio leidimosi iki grindų trukmė Δt. Baigus matuoti svarelio leidimosi trukmę, iškart paspaudžiamas fotodetektoriaus mygtukas „Set“ ir pamatuojamas disko sukimosi periodas T.
5. Matavimai atliekami mažiausiai penkis kartus. Svarbu kiekvienąkart svarelį paleisti iš vienodo aukščio! Matavimų rezultatai surašomi į lentelę (1 lentelė):



4.4.3 pav. Giroskopo disko inercijos momento tyrimo schema: 1, 2 – vertikalūs strypai, 3 – didysis diskas, 4 – mažasis diskas, 5 – svarelis

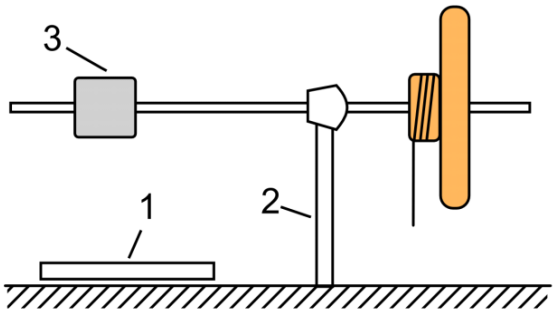
1 lentelė

Δt (s)	Δt_{vid} (s)	T (s)	T_{vid} (s)	I_{eksp} (kg m^2)

6. Apskaičiuojama vidutinė svarelio leidimosi trukmė Δt_{vid} ir vidutinis disko sukimosi periodas T_{vid}. Pagal (4.4.8) formulę apskaičiuojamas eksperimentinis giroskopo disko inercijos momentas; šiuo atveju r – giroskopo mažesniojo disko (ant kurio buvo užvyniotas siūlas) spindulys.
7. Pagal (4.4.4) formulę apskaičiuojamas teorinis disko inercijos momentas (disko tankis ρ = 900 kg/m^3).
8. Eksperimentinis ir teorinis inercijos momentai palyginami.

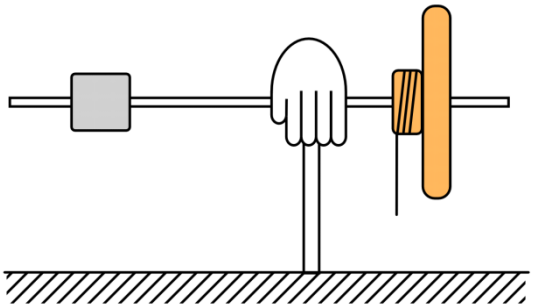
Giroskopo precesijos tyrimas

1. Surenkama eksperimento schema (4.4.4 pav.): nuo siūlo nukabinamas svarelis, o giroskopo laikiklis 1 atlaisvinamas ir išimamas, kad prietaisas laikytųsi tik ant vienos pagrindinės vertikalios ašies 2. Fotodetektorius pastatomas saugiu atstumu nuo giroskopo.
2. Ant laisvojo galo pritvirtinto svarmens 3 pozicija koreguojama taip, kad giroskopas horizontalioje padėtyje būtų pusiausviras. **Svarmuo tvirtai priveržiamas!** Pamatuojamas svarelio atstumas *r* nuo giroskopo masės centro.



4.4.4 pav. Giroskopo precesijos tyrimo schema: 1, 2 – strypai, 3 – balansinis svarmuo

3. Paruošiamas pasirinktos masės svarelis. Bendra svarelio masė *m* turi būti ne didesnė kaip 50 g. Suskaičiuojamas svarelio jėgos momentas *M* (*M* = *mgr*).
4. Tvirtai laikant giroskopą, kad nejudėtų (4.4.5 pav.), traukiant už siūlo diskas įsukamas. Įsukus diską, neužkliudant nė vienos giroskopo dalies, atsargiai priartinamas fotodetektorius. Paspaudus mygtuką „Set“, pamatuojamas disko sukimosi periodas *T*. Pamatavus fotodetektorius patraukiamas į šalį saugiu atstumu.
5. Giroskopui tebesisukant, ant laisvajame jo gale esančio griovelio atsargiai pakabinamas paruoštas svarelis ir pamatuojama precesijos (giroskopo horizontalaus apsisukimo) trukmė. Galima matuoti ne viso, o pusės arba ketvirčio apsisukimo trukmę ir ją padauginti atitinkamai iš dviejų arba keturių. Išmatavus precesijos trukmę, svarelis nuimamas, giroskopas sustabdomas ir grąžinamas į pradinę padėtį.


4.4.5 pav. Rekomendacija, kaip įsukant laikyti giroskopą

6. Matavimai atliekami diską įsukant 7–10-ia skirtingų periodų, esančių 0,100–0,400 s intervale. Kiekvieną kartą svarelis turi būti kabinamas ant to paties griovelio!
7. Paruošiamas didesnės masės svarelis.
8. Naudojant šį svarelį, pakartojami visi 4–6 punktų matavimai.
9. Eksperimento rezultatai surašomi į lentelę (2 lentelė):

2 lentelė

m (g)	*M* (Nm)	*T* (s)	*1/T* (1/s)	T_{prec} (s)

10. Nubraižomas $T_{prec} = f\ (1/T)$ grafikas, kuriame sužymimi matavimų naudojant abu svarelius rezultatai (taškų grupes reikia atskirti ir pažymėti ne pagal svarelių mases, o jų sukuriamus jėgos momentus). Abi taškų grupės aproksimuojamos tiesėmis.
11. Nustatomas kiekvienos tiesės posvyrio koeficientas *k*.
12. Naudojant (4.4.12) formulę, apskaičiuojami giroskopo disko inercijos momentai ir palyginami su apskaičiuotais pagal (4.4.4) ir (4.4.8) formules.

Giroskopo nutacijos tyrimas

1. Surenkama precesijos tyrime naudota eksperimento schema (4.4.4 pav.). **Patikrinama, ar giroskopo svarmuo tvirtai priveržtas!**
2. Tvirtai laikant giroskopą, kad nejudėtų (4.4.5 pav.), traukiant už siūlo diskas įsukamas. Įsukus giroskopas paleidžiamas ir, neužkliudant nė vienos jo dalies, atsargiai priartinamas fotodetektorius. Paspaudus mygtuką „Set“, pamatuojamas disko sukimosi periodas *T*. Pamatavus fotodetektorius patraukiamas į šalį saugiu atstumu.
3. Giroskopui tebesisukant, laisvasis jo galas stiprokai stuktelimas ir rankiniu laikmačiu nedelsiant pamatuojama keleto (*N*) vertikalių giroskopo svyravimų trukmė t_N. Apskaičiuojama vieno virpesio (t. y. nutacijos) trukmė t_{nut}:

$$t_{\text{nut}} = \frac{t_N}{N}\ , \qquad (4.4.11)$$

   čia *N* yra svyravimų skaičius.
4. Matavimai atliekami diską įsukant 7–10-ia skirtingų periodų, esančių 0,100–0,400 s intervale.
5. Eksperimento rezultatai surašomi į lentelę (3 lentelė):

3 lentelė

T (s)	t_{nut} (s)

6. Nubraižomas $t_{nut} = f\ (T)$ grafikas. Jame esantys taškai, kaip paaiškinta darbo metodikos 3-iame puslapyje, aproksimuojami tiese.

Literatūra

1. J. Butrimaitė, A. Dementjev, G. Dikčius, R. Gadonas, J. Jasevičiūtė, V. Karenauskaitė, V. Sirutkaitis, V. Smilgevičius. Fizika biomedicinos ir fizinių mokslų studentams, 1 dalis, vadovėlis, Vilnius: Vilniaus universiteto leidykla, 2003, 212 p. ISBN 9986-19-595-9. El. vadovėlis: ISBN 978-9955-33-538-2.
2. R. A. Serway, Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics, Philadelphia: Saunders College Publ., 1986, 1108 p.

Priedas

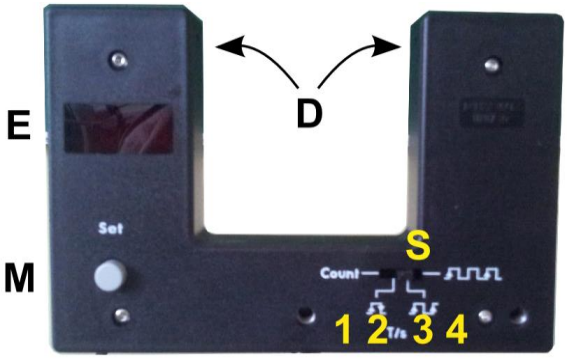
Fotodetektorius ir jo veika

Šis elektroninis prietaisas (4.4.6 pav.) užregistruoja signalą, kai jo detektorius uždengiamas kokios nors kliūties (šiame darbe – popieriaus skiautės).

Ant sienelės esančiu slankikliu galima pasirinkti vieną iš keturių skaitiklio veikų:

1 – matuojamas bendras šviesos detektoriaus užtemdymų skaičius;
2 – matuojama vieno šviesos detektoriaus užtemdymo trukmė;
3 – matuojama trukmė tarp dviejų šviesos detektoriaus užtemdymų (t. y. sukimosi periodas). **Būtent ši veika naudojama laboratoriniame darbe!**
4 – matuojama trukmė tarp trijų šviesos detektoriaus užtemdymų.

Pasirinkus bet kurią veiką, pasirinkimas patvirtinamas nuspaudus vienintelį ant matuoklio esantį mygtuką „Set“ (liet. *Nustatyti*). Matavimų rezultatai rodomi LCD ekranėlyje.



4.4.6 pav. Fotodetektoriaus vaizdas iš priekio: *D* – šviesos detektorius, *E* – ekranas, *M* – funkcijų pasirinkimo ir matavimo mygtukas, *S* – slankiklis, 1–4 – slankiklio padėtys