4.7. SURIŠTŲJŲ SVYRUOKLIŲ TYRIMAS

Darbo tikslas

Ištirti laisvųjų ir surištųjų svyruoklių virpesių laikinę dinamiką ir nustatyti jų parametrus.

Darbo užduotys

- Nustatyti fizinių svyruoklių savuosius svyravimo dažnius.
- Ištirti surištųjų svyruoklių sistemos laikinę dinamiką esant trims skirtingoms veikoms: sinfazinių, priešingos fazės svyravimų ir mūšos.
- Esant kiekvienai veikai, eksperimentiškai ištirti ir teoriškai apskaičiuoti surištųjų svyruoklių sistemos svyravimo dažnių bei surišimo faktoriaus priklausomybę nuo spyruoklės surišimo ilgio.

Teorinės temos

- Matematinė ir fizinė svyruoklės.
- Pagrindiniai sukamąjį judėjimą apibūdinantys fizikiniai dydžiai: kampinis greitis ir pagreitis, inercijos momentas, jėgos momentas.
- Laisvoji svyruoklė ir savasis jos svyravimų dažnis.
- Spyruoklė, jos tamprumas ir Huko dėsnis.
- Surištųjų svyruoklių sistema ir jos svyravimų dažniai. Sinfazinių, priešingos fazės virpesių ir mūšos atvejai. Surišimo faktorius.

Darbo priemonės ir prietaisai

Dvi fizinės svyruoklės ir jų laikikliai, spyruoklė, svarelių laikiklis ir svareliai, svyruoklių virpesių matavimo sistemos blokas ir jo elektros šaltinis, kompiuteris su „measure“ programine įranga.

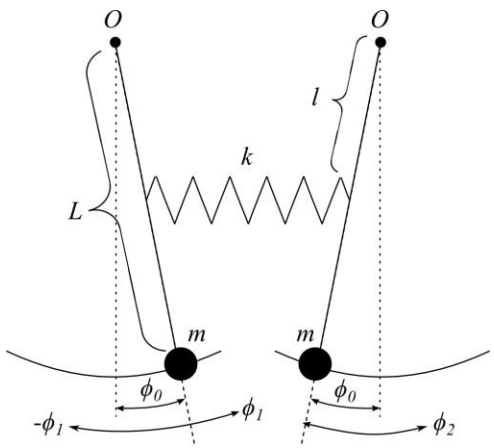
Darbo metodika

Jei dvi fizinės svyruoklės, kurių savieji svyravimų dažniai yra vienodi ir lygūs ω_0, sujungiamos tarpusavyje spyruokle, kurios tamprumas yra k (4.7.1 pav.), tai kiekvieną svyruoklę veikia dvi jėgos – gravitacijos ir tamprumo (dėl spyruoklės). Pusiausvyros taško atžvilgiu gravitacijos sukuriamas jėgos momentas M_G yra

$$M_G = mgL\sin\phi_0, \qquad (4.7.1)$$

o tamprumo jėgos sukuriamas momentas M_T yra

$$M_T = -kx_0 l\cos\phi_0, \qquad (4.7.2)$$



4.7.1 pav. Surištųjų svyruoklių sistema pusiausvyros padėtyje: k – spyruoklės tamprumas, L – svyruoklės ilgis, l – spyruoklės surišimo ilgis, m – svareliai, ϕ_0 – svyruoklės atsilenkimo kampas, kai sistema yra pusiausvira, ϕ_1, ϕ_1 – svyruoklių atsilenkimo kampai

čia m – svarelio masė (užrašyta ant pačių svyruoklių), L – svyruoklės ilgis, ϕ_0 – kiekvienos svyruoklės atsilenkimo kampas, kai svyruoklių sistema yra pusiausvyroje, k – spyruoklės tamprumas (užrašytas darbo stende), x_0 – spyruoklės išsitempimas, l – spyruoklės *surišimo ilgis* (atstumas nuo svyruoklės pritvirtinimo taško O iki spyruoklės, žr. 4.7.1 pav.). Tokios surištųjų svyruoklių sistemos judėjimas yra sudėtingas ir priklauso nuo pradinių eksperimento sąlygų.

Kintamasis, apibūdinantis surišimo įtaką svyruoklių judėjimui, vadinamas *surišimo faktoriumi K*, kuris bendru atveju apibrėžiamas kaip tamprumo jėgos momento santykis su suminiu jėgos momentu:

$$K = \frac{kl^2}{kl^2 + mgL}. \tag{4.7.3}$$

Šiame laboratoriniame darbe bus parenkamos įvairios pradinės sąlygos:

a) **Svyravimai vyksta *sinfaziškai***, kai abiejų svyruoklių svyravimo kryptys ir amplitudės sutampa. Matematiškai pradinės sąlygos tokiu atveju užrašomos taip:

$$\phi_1 = \phi_2 = \phi_{\text{prad}};\ \phi_1 - \phi_2 = 0. \tag{4.7.4}$$

Išsamiai nagrinėjant svyruoklių sistemos judėjimą parodoma, kad šiuo atveju kiekviena svyruoklė svyruoja taip:

$$\phi_1(t) = \phi_2(t) = \phi_{\text{prad}} = \cos(\omega_0 t), \tag{4.7.5}$$

čia $\phi_1(t)$ ir $\phi_2(t)$ – kiekvienos svyruoklės atsilenkimo kampo priklausomybė nuo laiko. Matyti, kad abi svyruoklės svyruoja vienodai, o jų svyravimo kampinis dažnis yra ω_0. Jis sutampa su svyruoklės laisvųjų svyravimų kampiniu dažniu. Teoriškai jis lygus:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgL}{I}}, \tag{4.7.6}$$

čia I – svyruoklės inercijos momentas. Tai svarbus sukamąjį judėjimą apibūdinantis fizikinis dydis. Eksperimentiškai pamatavus savųjų svyravimų kampinį dažnį, iš (4.7.6) lygties galima apskaičiuoti svyruoklės inercijos momentą I.

Sinfazinių svyravimų atveju surišimo faktorius lygus

$$K = \frac{\Omega^2}{\omega_0^2 + \Omega^2}. \tag{4.7.7}$$

Dydžiu Ω^2 pažymėta tokia sandauga:

$$\Omega^2 = \frac{kl^2}{I}. \tag{4.7.8}$$

b) **Svyravimai vyksta *priešinga faze***, kai svyravimų kryptys yra priešingos, bet sutampa amplitudės:

$$\phi_1 = -\phi_2 = \phi_{\text{prad}};\ \phi_1 - \phi_2 = 2\phi_{\text{prad}}, \tag{4.7.9}$$

tada svyruoklių judėjimas aprašomas taip:

$$\phi_1(t) = -\phi_2(t) = \phi_{\text{prad}} \cos\left(\sqrt{\omega_0 + 2\Omega^2} \cdot t\right), \tag{4.7.10}$$

t. y. kiekviena svyruoklė svyruoja kampiniu dažniu $\omega_{prieš.faz.}$:

$$\omega_{\text{prieš.faz.}} = \sqrt{\omega_0^2 + 2\Omega^2}\ , \tag{4.7.11}$$

o surišimo faktorius

$$K = \frac{\omega_{\text{prieš.faz.}}^2 - \omega_0^2}{\omega_{\text{prieš.faz.}}^2 + \omega_0^2}\ . \tag{4.7.12}$$

c) **Mušamieji svyravimai,** kai pradiniu momentu juda tik viena svyruoklė. Mušamųjų svyravimų pradinės sąlygos bus tokios:

$$\phi_1 = \phi_{\text{prad}}\,;\, \phi_2 = 0\,;\, \phi_1 - \phi_2 = \phi_{\text{prad}}\,, \tag{4.7.13}$$

o mušamųjų svyravimų lygtis tokia:

$$\phi_1(t) = \phi_{\text{prad}} \left\{ \cos\left(\frac{\omega_{\text{prieš.faz.}} + \omega_0}{2} \right) + \cos\left(\frac{\omega_{\text{prieš.faz.}} - \omega_0}{2} \right) \right\}, \tag{4.7.14}$$

$$\phi_2(t) = -\phi_{\text{prad}} \left\{ \cos\left(\frac{\omega_{\text{prieš.faz.}} + \omega_0}{2} \right) - \cos\left(\frac{\omega_{\text{prieš.faz.}} - \omega_0}{2} \right) \right\}. \tag{4.7.15}$$

Matyti, kad mušamųjų svyravimų atveju kiekvienos svyruoklės judėjimas yra sudėtingas – galima įsivaizduoti, kad jis sudarytas iš dviejų vienu metu vykstančių nepriklausomų svyravimų, kurių kampiniai dažniai yra ω_0 ir $\omega_{\text{prieš.faz}}$.

Mušamųjų svyravimų atveju surišimo faktorius

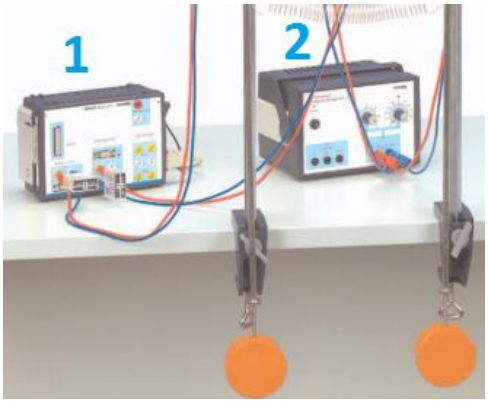
$$K = \frac{2\omega_0 \omega_{\text{prieš.faz.}}}{\omega_0^2 + \omega_{\text{prieš.faz.}}^2}\ . \tag{4.7.16}$$

Darbo eiga

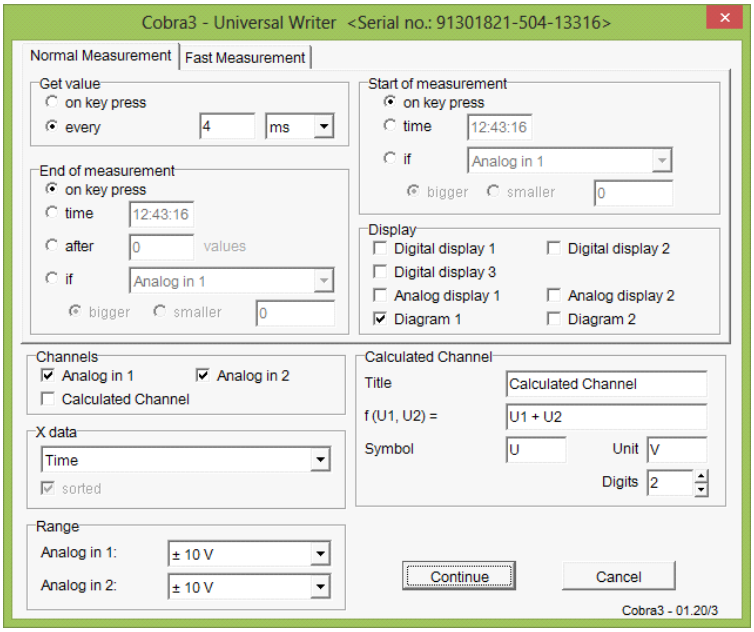
Laisvųjų svyruoklių tyrimas

1. Svyruokles jungianti spyruoklė nukabinama nuo stendo. Svyruoklės sustabdomos, kad visiškai nesvyruotų.
2. Sujungiama matavimo sistemos elektros grandinė (4.7.2 pav.). Elektros tiekimo blokas 1 įjungiamas į tinklą (matavimo bloko 2 nugarėlėje paspaudžiamas įjungimo mygtukas). Šio bloko priekyje esantis įtampos jungiklis nustatomas ties 10 V padala, srovės stiprio – ties 1 A padala.

3. Įjungiamas kompiuteris ir eksperimentiniams duomenims užrašyti skirta „measure“ programa.
4. Programos „measure“ lange spaudžiamas meniu „File“ → „New measurement“ (liet. *Failas* → *Naujas matavimas*). Patikrinama, ar atsivėrusiame lange matomi nustatymai sutampa su pavaizduotais 4.7.3 paveiksle. Spaudžiamas mygtukas „Continue“ (liet. *Tęsti*).
5. Naujai atsivėrusiame lange spaudžiamas mygtukas „Start measurement“ (liet. *Pradėti matavimą*). Virš mygtuko esančiame lauke „Duration“ (liet. *Trukmė*) rodoma vykstančio matavimo trukmė. Kairėje pusėje esančiame lange raudona ir mėlyna kreivės rodo įtampos signalus, gaunamus atitinkamai iš kairiosios ir dešiniosios svyruoklių judesio detektorių. Patikrinama, ar svyruoklėms nejudant abiejų kreivių pradinės padėtys yra tiksliai ties nuline verte. Jei ne, ant svyruoklių laikiklių esančiais reguliatoriais (4.7.4 pav.) patikslinamos kreivių padėtys.



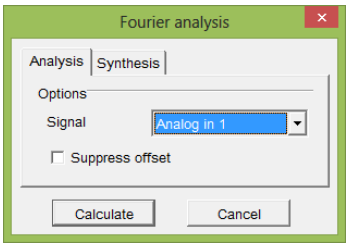
4.7.2 pav. Matavimo sistemos elektros grandinė



4.7.3 pav. Matavimo įrangos parametrų nustatymo langas

6. Abi svyruoklės pirštų galais laikomos per vidurį ir vienu metu švelniai įsiūbuojamos mažu kampu ta pačia kryptimi ir amplitude (galima sekti pagal kreivių padėtis ekrane). Svyruoklės <u>bent trims minutėms</u> paliekamos svyruoti laisvai.
7. Paspaudžiamas mygtukas „Stop measurement“ (liet. *Baigti matavimą*).
8. Pagrindiniame programos lange pasirenkamas žymėjimo įrankis ir pažymimas tik tas grafiko intervalas, kuriame svyruoklės svyruoja laisvai.
9. Svyravimo periodas šiame laboratoriniame darbe nustatomas atliekant duomenų Furjė transformaciją. Pagrindiniame programos lange paspaudžiamas mygtukas *f* arba meniu „Analysis“ → „Fourier analysis“ (liet. *Apdorojimas* → *Furjė apdorojimas*). Atsivėrusiame lange (4.7.5 pav.) pasirenkama, kuris duomenų kanalas (1 – kairiosios ar 2 – dešiniosios svyruoklės; programa geba apdoroti tik vieną kanalą) bus analizuojamas. Patikrinama, ar varnelė „Suppress offset“ (liet. *Kompensuoti poslinkį*) yra nepažymėta. Spaudžiamas mygtukas „Calculate“ (liet. *Apskaičiuoti*).

4.7.4 pav. Detektoriaus įtampos reguliatorius (vaizdas iš viršaus)



4.7.5 pav. Furjė transformacijos parametrų nustatymo langas

10. Pasirinkus didinimo įrankį padidinama spektro sritis, kurioje matoma intensyvumo smailė – jos viršūnė rodo vyraujantį savųjų svyravimų linijinį dažnį ν. Sritis aplink smailę padidinama tiek, kad jos poziciją nustatyti būtų galima bent tūkstantųjų herco dalių tikslumu.
11. 8–10 punktuose aprašytu būdu nustatomi abiejų svyruoklių savieji linijiniai svyravimo dažniai. Jie turi sutapti bent tūkstantųjų herco dalių tikslumu; jei nesutampa, padedant laboratorijos darbuotojui reikia paderinti svyruoklių ilgius ir matavimus pakartoti.
12. Apskaičiuojami abiejų svyruoklių kampiniai svyravimo dažniai: $\omega_0 = 2\pi\nu$.
13. Iš (4.7.6) formulės išreiškiamas ir apskaičiuojamas kiekvienos svyruoklės inercijos momentas I. Apskaičiuojamas vidutinis inercijos momentas.

Surištųjų svyruoklių tyrimas

a) Sinfaziniai svyravimai

1. Tarp svyruoklių ant laikiklių, kurie turi būti vienodame aukštyje, prikabinama spyruoklė. Dabar svyruoklės yra tarpusavyje surištos. Jos sustabdomos, kad visiškai nesiūbuotų.
2. Kartojant laisvųjų svyruoklių tyrimo darbo eigos 4–5 punktus, naudojantis programa „measure“, pradedamas naujas eksperimentas.
3. Svyruoklės įsiūbuojamos ta pačia faze: abi pirštų galais laikomos per vidurį ir vienu metu švelniai įsiūbuojamos mažu kampu ta pačia kryptimi ir amplitude (galima matyti pagal kreivių pozicijas ekrane). Svyruoklės bent trims minutėms paliekamos svyruoti laisvai.
4. Kartojant laisvųjų svyruoklių tyrimo darbo eigos 8–12 punktus, nustatomas eksperimentinis kiekvienos svyruoklės kampinis svyravimų dažnis.
5. Grafikai išsaugomi kokybinei analizei: laikant pelės žymeklį, grafiko lange paspaudžiamas dešinysis pelės mygtukas ir atsiradusiame meniu pasirenkamas punktas „Display options“ (liet. *Vaizdavimo parinktys*). Skiltyje „Channels“ (liet. *Kanalai*) pasirenkamas kanalas „Analog in 2“. Žemiau esančiame plote „Display options“ laukelio „Status“ (liet. *Būsena*) reikšmė iš „left axis“ (liet. *kairioji ašis*) pakeičiama į „hidden“ (liet. *paslėpta*). Dabar ekrane rodomas tik 1-osios svyruoklės judėjimo grafikas. Jis išsaugomas pasirinkus meniu „Measurement“ → „Export data...“ (liet. *Matavimas → Išsiųsti duomenis*). Iššokusiame lange pasirenkama „Save to file“ (liet. *Išsaugoti byloje*), „Export as bitmap“ (liet. *Išsaugoti kaip paveikslėlį*) ir spaudžiamas mygtukas „Ok“. Rašant failo pavadinimą būtina jį užbaigti trumpiniu „.bmp“. Vėl įjungus vaizdavimo parinktis, laukelio „Status“ reikšmė grąžinama iš „hidden“ į „left axis“.
6. Analogiškai išsaugomas ir 2-osios svyruoklės judėjimo grafikas (šįkart reikia pasirinkti paslėpti kanalą „Analog in 1“).
7. Pagal (4.7.6) formulę apskaičiuojamas teorinis kiekvienos svyruoklės kampinis svyravimo dažnis ω_0. Reikia naudoti bendrą vidutinę inercijos momento I vertę, apskaičiuotą laisvųjų svyruoklių tyrimo darbo eigos 13 punkte.

8. Pagal (4.7.7) formulę apskaičiuojamas eksperimentinis ir teorinis surišimo faktoriai. Skaičiuojant eksperimentinį surišimo faktorių, naudojamas vidutinis eksperimentiškai 4-ame punkte nustatytas abiejų svyruoklių kampinis dažnis. Skaičiuojant teorinį surišimo faktorių, naudojama vidutinė 7-ame punkte apskaičiuoto kampinio dažnio vertė. Dydis Ω apskaičiuojamas pagal (4.7.8) formulę.

b) Svyravimai priešingomis fazėmis

9. Kartojant laisvųjų svyruoklių tyrimo darbo eigos 4–5 punktus, naudojantis programa „measure“, pradedamas naujas eksperimentas, o svyruoklės visiškai sustabdomos.
10. Svyruoklės įsiūbuojamos priešingomis fazėmis: abi pirštų galais laikomos per vidurį ir vienu metu švelniai įsiūbuojamos mažu kampu priešingomis kryptimis, bet vienodomis amplitudėmis (galima matyti pagal kreivių pozicijas ekrane). Svyruoklės <u>bent trims minutėms</u> paliekamos svyruoti laisvai.
11. Kartojant laisvųjų svyruoklių tyrimo darbo eigos 8–12 punktus, nustatomas kiekvienos svyruoklės kampinis svyravimų dažnis. Kartojant surištųjų svyruoklių sinfazinių svyravimų tyrimo darbo eigos 5–6 punktus, kokybinei analizei išsaugomi grafikai.
12. Pagal (4.7.11) formulę apskaičiuojamas kiekvienos svyruoklės teorinis kampinis svyravimo dažnis $\omega_{\text{prieš.faz.}}$ (pastaba. Į šią formulę įeina dydis ω_0, kurį galima naudoti iš ankstesnės užduoties 7 punkto). Dydis Ω skaičiuojamas pagal (4.7.8) formulę.
13. Pagal (4.7.12) formulę apskaičiuojami eksperimentinis ir teorinis surišimo faktoriai. Skaičiuojant eksperimentinį surišimo faktorių, naudojamas vidutinis eksperimentiškai 11-ame punkte nustatytas abiejų svyruoklių kampinis dažnis. Skaičiuojant teorinį surišimo faktorių, naudojama vidutinė 12-ame punkte apskaičiuoto kampinio dažnio vertė.

c) Svyravimai mūšos veika

14. Kartojant laisvųjų svyruoklių tyrimo darbo eigos 4–5 punktus, naudojantis programa „measure“, pradedamas naujas eksperimentas, o svyruoklės visiškai sustabdomos.
15. Svyruoklės įsiūbuojamos mūšos režimu: viena svyruoklė nejudinama, o kita, laikant pirštų galais per vidurį, švelniai įsiūbuojama mažu kampu. Abi svyruoklės <u>bent trims minutėms</u> paliekamos svyruoti laisvai.
16. Kartojant laisvųjų svyruoklių tyrimo darbo eigos 8–12 punktus, nustatomas kiekvienos svyruoklės svyravimų kampinis dažnis (jų gali būti keli!). Kartojant surištųjų svyruoklių sinfazinių svyravimų tyrimo darbo eigos 5–6 punktus, kokybinei analizei išsaugomi grafikai.
17. Visi šios eksperimento dalies 14–16 darbo eigos punktų matavimai atliekami parinkus bent penkis skirtingus surišimo ilgius.
18. Pagal (4.7.6) ir (4.7.11) formules kiekvienai svyruoklei apskaičiuojami teoriniai kampiniai svyravimo dažniai. Į (4.7.11) formulę įeinantis dydis Ω skaičiuojamas pagal (4.7.8) formulę. Pastaba. Galima pasinaudoti atsakymais, apskaičiuotais a) dalies 7 punkte ir b) dalies 12 punkte.
19. Pagal (4.7.14) formulę apskaičiuojami eksperimentiniai ir teoriniai surišimo faktoriai. Skaičiuojant eksperimentinį surišimo faktorių, naudojamos vidutinės abiejų kampinių svyravimo dažnių ω_0 ir $\omega_{\text{prieš.faz.}}$ vertės, nustatytos 16-ame punkte. Skaičiuojant teorinį surišimo faktorių, naudojama vidutinė 18-ame punkte apskaičiuoto kampinio dažnio vertė.
20. Nubraižomas $\omega_{\text{svyruoklės}} = f(l^2)$ grafikas. Jame brėžiamos tokios kreivės: viena – eksperimentiškai nustatytiems kampiniams dažniams, o kita – teoriniams kampiniams dažniams, apskaičiuotiems 18-ame punkte.

Pastaba. Visi ankstesnėse darbo dalyse išsaugoti svyruoklių laikinės dinamikos grafikai gali būti perkelti į išorinę laikmeną ir atspausdinti. Patartina prieš tai juos sukelti į vieną puslapį.

Literatūra

1. J. Butrimaitė, A. Dementjev, G. Dikčius, R. Gadonas, J. Jasevičiūtė, V. Karenauskaitė, V. Sirutkaitis, V. Smilgevičius. Fizika biomedicinos ir fizinių mokslų studentams, 1 dalis, vadovėlis, Vilnius: Vilniaus universiteto leidykla, 2003, 212 p. ISBN 9986-19-595-9. El. vadovėlis: ISBN 978-9955-33-538-2.
2. R. A. Serway, Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics, Philadelphia: Saunders College Publ., 1986, 1108 p.